ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ РЕШЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ ЗАДАЧ ИЗ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Онлайн-школа математики
ЕГЭ. Математика. Профиль.
https://vk.com/ege_profil_math

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Проводите ли Вы занятия посвященные экономическим задачам?

Какой % *Ваших* учеников УЖЕ справляется с этой темой?

Можно ли его повысить?

Вы планируете применять знания, полученные на вебинаре, для работы с классом или индивидуальной работы?

Интересны ли вам другие вебинары по сложным задачам ЕГЭ?

СПИКЕР

Шеина Ксения Игоревна

- Преподаватель кафедры Фундаментальной математики НИУ ВШЭ
- Научный сотрудник лаборатории Топологических методов в динамике
- Репетитор с опытом подготовки к ЕГЭ 9 лет
- Основатель онлайн-школы ЕГЭ. Математика. Профиль.

https://vk.com/ege_profil_math

eTutorium

Онлайн-школа математики
https://vk.com/ege_profil_math

Pedsovet.su
СООБЩЕСТВО ВЗАИМОПОМОЩИ УЧИТЕЛЕЙ

ЗАДАЧИ

- Рассмотреть две схемы выплаты кредита:

аннуитетными (т.е. равномерными) и дифференцированными (т.е. уменьшающимися) платежами.

- Вывести общую формулу для вычисления сложного процента
- Записать универсальное уравнение для решения задач с равномерными платежами
- Рассмотреть возможные модификации таких задач
- Описать общую схему решения задач с дифференцированными платежами
- Отметить особенности и ключевые характеристики каждого типа задач;
- Разобрать наиболее распространенные ошибки

Отдельно поговорим о трудностях с вычислениями и путях их преодоления.

АННУИТЕТНЫЕ (РАВНЫЕ) ПЛАТЕЖИ

eTutorium

Pedsovet.su

Сообщество взаимопомощи учителей

- 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых.
- Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк *X* рублей.
- Какой должна быть сумма *X*, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

- S= 6 902 000
- P=12,5%
- K=1+p/100=1,125
- N=4
- X=?

ОБЩАЯ СХЕМА НАЧИСЛЕНИЯ ПРОЦЕНТОВ

- S – первоначальная сумма кредита
- Через 1 год S увеличивается на p %
- Получаем: $S+\frac{p}{100}S=S\left(1+\frac{p}{100}\right)=Sk$
- После этого мы возвращаем банку X рублей
- Итого, через 1 год долг составит $Sk-\mathrm{X}$
- Через 2 года остаток $(Sk-\mathrm{X})$ увеличивается на p %
- $(Sk-\mathrm{X})+\frac{p}{100}(Sk-\mathrm{X})=(Sk-\mathrm{X})\left(1+\frac{p}{100}\right)=(Sk-\mathrm{X})k$

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЗАДАЧ С РАВНЫМИ ПЛАТЕЖАМИ

- Таким образом каждый год остаток долга увеличивается **в k раз.**

- $(Sk - X)$
- $((Sk - X)k - X)$
- $(((Sk - X)k - X)k - X)$
- $\left((((Sk - X)k - X)k - X\right)k - X)$

Составим уравнение

$$\left((((Sk - X)k - X)k - X\right)k - X) = 0$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРЕССИИ

Шаг 1. Правильное раскрытие скобок

$$\left(\left(\left((Sk - X)k - X\right)k - X\right)k - X\right)=0$$

$$Sk^4 - Xk^3 - Xk^2 - Xk - X = 0$$

$$Sk^4=X(k^3+k^2+k+1)$$

k^3+k^2+k+1 – сумма членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_1 = 1 \quad q = k \quad n = 4$$

$$S_4 = \frac{1(k^4 - 1)}{k - 1}$$

вычисления

$Sk^4 = X(k^3 + k^2 + k + 1)$

$$S_4 = \frac{1(k^4 - 1)}{k - 1}$$

$$Sk^4 = X\frac{1(k^4-1)}{k-1}$$

$$X = \frac{Sk^4(k-1)}{(k^4-1)}$$

K=1,125=9/8

$$X = \frac{6902\ 000\ \left(\frac{9}{8}\right)^4 (\frac{9}{8} - 1)}{\left(\frac{9}{8}\right)^4 - 1}$$

$$X = \frac{6902000 \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^4 \cdot \frac{1}{8}}{\left(\frac{9}{8}\right)^4 - 1} = \frac{6902000 \cdot 9^4 \cdot 8^4}{8^5 \cdot (9^4 - 8^4)} = \frac{6902000 \cdot 9^4}{8 \cdot (9-8) \cdot (9+8) \cdot (9^2 + 8^2)} = \frac{6902000 \cdot 81 \cdot 81}{8 \cdot 17 \cdot 145}$$

Ответ: 2 296 350.

МОДИФИКАЦИЯ

eTutorium

Pedsovet.su

сообщество взаимопомощи учителей

Дмитрий взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей.

Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Дмитрий переводит в банк свой очередной платеж

Известно, что Дмитрий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно втрое больше предыдущего.

Какую сумму Дмитрий заплатил в первый раз? Ответ дайте в рублях.

S=270 200

N=3

P=10% k=1,1

X; 3x;9x

X=?

$$((1,1S-x)\cdot 1,1-3x)\cdot 1,1-9x=0$$

$$1,331S=13,51x$$

$$\frac{1331}{13\,510}S$$

Ответ: 26 620 руб.

РАЗНОВИДНОСТИ

Василий кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года после начисления процентов) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая максимальная сумма может быть на счете у Василия через 4 года?

31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на a%), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

Взяли кредит 177 120 рублей в банке на четыре года под 25% годовых и выплатили четырьмя равными платежами. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

Взяли кредит в банке на сумму 200 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 130 000 рублей в первый год и 150 000 рублей — во второй.

Найдите r.

ВЕБИНАРЫ ОТ ОНЛАЙН-ШКОЛЫ ЕГЭ.МАТЕМАТИКА.ПРОФИЛЬ

https://vk.com/ege_profil_math

по задачам с параметрами   27.01.2019 в 19:00

По первым 12 заданиям из профильного «как сдать ЕГЭ с нуля за 4 месяца»

ЕГЭ 30 января в 17:00

eTutorium

Онлайн-школа математики
https://vk.com/ege_profil_math

Pedsovet.su
СООБЩЕСТВО ВЗАИМОПОМОЩИ УЧИТЕЛЕЙ

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЕ (УМЕНЬШАЮЩИЕСЯ) ПЛАТЕЖИ

Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев.

В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном.

Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину.

Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

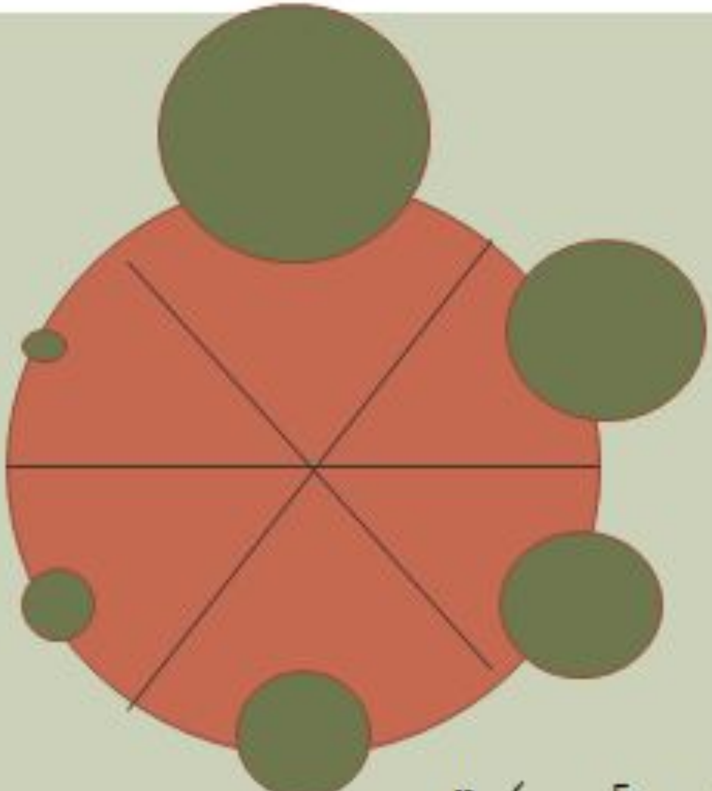
S первоначальная

P=?%

N=6 месяцев

1,63S - конечная

СУММА ЕЖЕМЕСЯЧНОГО ПЛАТЕЖА = ПОГАШЕНИЕ ОСНОВНОГО ДОЛГА + ВЫПЛАТА %



$\frac{S}{6}$ – в счет погашения основного долга каждый месяц

ПРОЦЕНТЫ

В 1й месяц: p% от S
Во 2й месяц: p% от 5S/6
В 3й месяц: p% от 4S/6
В 4й месяц: p% от 3S/6
В 5й месяц: p% от 2S/6
В 6й месяц: p% от 1S/6

Общая сумма выплат: $S + \frac{p}{100}\left(S + \frac{5}{6}S + \frac{4}{6}S + \frac{3}{6}S + \frac{2}{6}S + \frac{1}{6}S\right) = 1{,}63S$

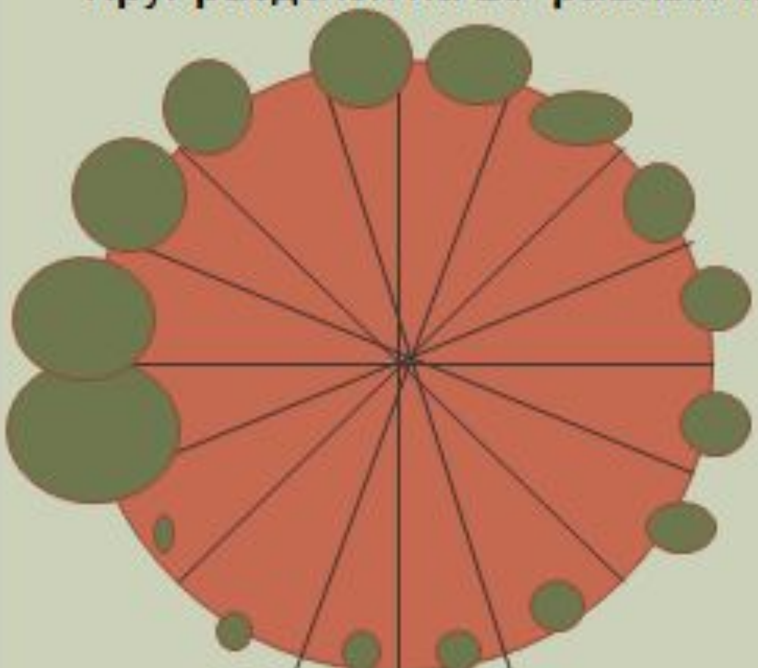
$\frac{21p}{6*100} = 0{,}63$ p=18

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЕ (УМЕНЬШАЮЩИЕСЯ) ПЛАТЕЖИ

- 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:
- — 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $p\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- — 15-го числа каждого месяца **долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга** на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите p.
- S –сумма кредита
- 1,3 S – сумма выплат
- P%
- N=19 месяцев

СУММА ЕЖЕМЕСЯЧНОГО ПЛАТЕЖА = ПОГАШЕНИЕ ОСНОВНОГО ДОЛГА + ВЫПЛАТА %

Круг разделен на 19 равных частей



$\frac{S}{19}$ – в счет погашения основного долга каждый месяц

ПРОЦЕНТЫ

В 1й месяц: p% от S

Во 2й месяц: p% от 18S/19

В 3й месяц: p% от 17S/19

……………………………….

В 18й месяц: p% от 2S/19

В 19й месяц: p% от 1S/19

Общая сумма выплат: $S+\frac{p}{100}\left(S+\frac{18}{19}S+\frac{17}{19}S+\cdots+\frac{2}{19}S+\frac{1}{19}S\right)=1{,}3S$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

- Общая сумма выплат:
  $S+\frac{p}{100}\left(S+\frac{18}{19}S+\frac{17}{19}S+\cdots+\frac{2}{19}S+\frac{1}{19}S\right)=1{,}3S$

- Найдем сумму арифметической прогрессии

- $\frac{19}{19}+\frac{18}{19}+\cdots+\frac{2}{19}+\frac{1}{19}=\frac{\frac{1}{19}+\frac{19}{19}}{2}*19=10$

- $\frac{10p}{100}=0{,}3$

- p=3

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЕ (УМЕНЬШАЮЩИЕСЯ) ПЛАТЕЖИ

- 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия возврата таковы:
- — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- — к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

- S- сумма кредита
- N=11 месяцев
- P=3%

СХЕМА РЕШЕНИЯ

Пусть в конце 10-го месяца долг составляет B рублей

Тогда весь долг 80*10+B=800+B

Уменьшение долга происходит равномерно

Долг	Платеж
1й – 800+B	80+0,03(800+B)
2й – 720+B	80+0,03(720+B)
…..	
10й - 80+B	80+0,03(80+B)
11й – B	B+0,03B

$800+1,03B+0,03(800+B+720+B+\ldots+80+B)=1198$

$800+1,03B+0,03*10(880+2B)/2=1198$

$1,33B=266 \qquad B=200$

ОСНОВНЫЕ ОШИБКИ УЧЕНИКОВ

- Путают типы задач
- Неправильно раскрывают скобки
- Не могут воспользоваться арифметической и геометрической прогрессиями
- Вычислительные ошибки

БЫЛ ЛИ ВЕБИНАР ВАМ ПОЛЕЗЕН?

Какие темы являются для вас наиболее актуальными?