Модели оптимального планирования

Урок 51

Домашнее задание

§20 (с.126–131).
Вопросы **1–3** – **устно**.

Объекты планирования

- деятельность отдельного предприятия,
- деятельность отрасли промышленности или сельского хозяйства,
- деятельность региона,
- деятельность государства.

Постановка задачи планирования

- Имеются некоторые **плановые показатели**: x, y и др.
- Имеются некоторые **ресурсы**: R1, R2 и др., за счет которых эти плановые показатели могут быть достигнуты. Эти ресурсы практически всегда **ограничены**.
- Имеется определенная **стратегическая цель**, зависящая от значений x, y и других плановых показателей, на которую следует ориентировать планирование.

Нужно **определить значение плановых показателей** с учетом ограниченности ресурсов при условии достижения стратегической цели. Это и будет оптимальным планом.

Оптимальное планирование

Оптимальное планирование заключается
в определении **значений плановых показателей**
с учетом **ограниченности ресурсов**
при условии **достижения стратегической цели**.

Ограниченность ресурсов

Условия ограниченности ресурсов математически представляются в виде **системы неравенств и (или) равенств**.

Стратегическая цель

Решение задачи оптимального планирования сводится к построению **целевой функции** и назначению определенных условий для ее величины: чаще всего **максимума** или **минимума**.

Пример

Объект: детский сад

Плановые показатели:
1) число детей, 2) число воспитателей

Основные ресурсы деятельности детского сада:
1) размер финансирования, 2) площадь помещения

Стратегические цели: сохранение и укрепление здоровья детей (минимизация заболеваемости воспитанников детского сада)

Задача

Кондитерский цех готовит пирожки и пирожные. Ограниченность емкости склада – за день можно приготовить не более 700 изделий. Рабочий день – 8 часов. Если выпускать только пирожные, за день можно произвести не более 250 штук, пирожков можно произвести 1000 штук (без пирожных). Стоимость пирожного вдвое выше, чем стоимость пирожка. Требуется составить дневной план производства, обеспечивающий наибольшую выручку.

Математическая модель задачи

Плановые показатели:
x – дневной план выпуска пирожков;
y - дневной план выпуска пирожных.

Ресурсы производства:
Длительность рабочего дня – **8 часов**,
Вместимость склада – **700 мест**.
Время изготовления пирожного **в 4 раза больше** времени изготовления пирожка.

Строим модель
Длительность рабочего дня (**8 часов**) выразим в минутах – ***8*60=480 мин***.
Вычислим **t** (время изготовления одного пирожка):

$$t = 480/1000 = 0{,}48 \text{ мин.}$$

Суммарное время на изготовление **x** пирожков и **y** пирожных равно

$$tx + 4ty = (x + 4y)t.$$

Получим:
Ограничение на время $(x + 4y)*0{,}48 \leq 480$ или $x + 4y \leq 1000$.
Ограничение на общее число изделий $x + y \leq 700$.
Добавим условия **положительности** значений величин **x** и **y**.

В итоге получаем системуI неравенств:

$$\begin{cases} x + 4y \le 1000 \\ x + y \le 700 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

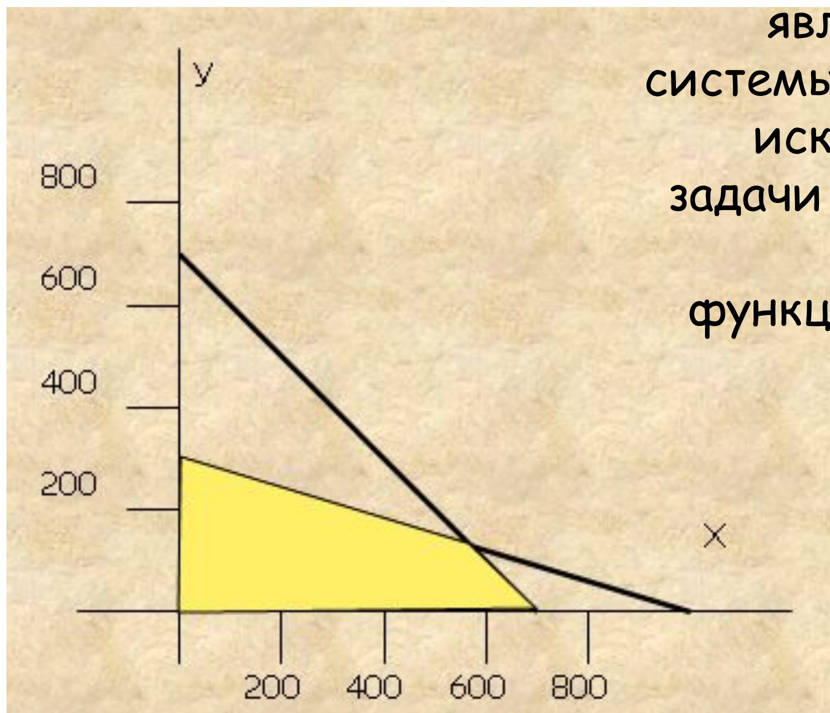
Система неравенств представляется на координатной плоскости четырехугольником, ограниченным прямыми, соответствующим линейным уравнениям

$x + 4y = 1000$

$x + y = 700$

$x = 0$

$y = 0$



Любая точка четырехугольника является решением системы неравенств. Но, искомым решением задачи будет та точка, в которой целевая функция максимальна.

Формализация стратегической цели: получение максимальной выручки

Пусть цена одного пирожка – r рублей,

тогда цена пирожного – $2r$ рублей, а стоимость всей

произведенной за день продукции равна

$$rx + 2ry = r(x + 2y).$$

Запишем полученное выражение как функцию

$$f(x,y) = r(x + 2y).$$

Она называется целевой функцией. Так как r – константа,

в качестве целевой функции можно принять

$$f(x,y) = (x + 2y).$$

Таким образом, получение оптимального плана свелось к решению следующей математической задачи:

Найти значения плановых показателей x и y, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x + 4y \leq 1000 \\ x + y \leq 700 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

при которых целевая функция

$$f(x,y) = (x + 2y)$$

принимает **максимальное** значение.

Математическое программирование

Математическая дисциплина, которая посвящена решению задач оптимального планирования, называется **математическим программированием**.

Если целевая функция ***f(x, y)*** линейная, то решение такой задачи называется **линейным программированием**.

Средство Excel «Поиск решения»

Методы линейного программирования встроены в **MS Excel** в виде надстройки **«Поиск решения»**.

Работаем за компьютером