

Томский политехнический университет  
Институт международного менеджмента

---

# Разработка управленческих решений

Математические методы принятия решений

---

Проф. Дульзон А.А.

2012 г.

- 
- Математические методы являются основным инструментом принятия решений в операционном менеджменте. Их используют преимущественно при принятии решений в условиях определенности.
  - Они требуют специальной математической подготовки. Кроме того, обычно требуется адаптация методов к конкретным условиям, в связи с чем менеджеры редко сами производят расчеты, а обращаются к специалистам университетов или консалтинговых фирм.
  - Тем не менее любому менеджеру полезно иметь представление об этих методах.
-

# Линейное программирование

- Компания, специализирующаяся на производстве и поставке оборудования для гольфа, решила выйти на рынок со стандартными (средними) и улучшенными (более дорогими) сумками. Дистрибьютору компании очень понравились новые продукты, и он согласился купить все, что она сумеет произвести в ближайшие три месяца. Требуется определить, сколько средних и дорогих сумок надо произвести, чтобы получить максимальную прибыль.

# Линейное программирование

- Производство сумок включает следующие этапы:
  - Кройка и окраска материала.
  - Шитье.
  - Финишная отделка.
  - Контроль и упаковка.
- Руководитель производственного участка определил затраты времени (в часах) на каждую операцию по обоим видам сумок.
- Финансовая группа определила, что с учетом всех издержек одна стандартная сумка даст 10 долларов прибыли, а одна улучшенная – 9 долларов.
- Руководитель производственного участка установил, что с учетом имеющихся людей и оборудования в течение трех месяцев производственные возможности будут составлять 630 ч на кройку и окрашивание, 600 ч на шитье, 708 ч на финишную отделку и 135 ч на контроль и упаковку.

## Затраты времени на операции

Продукт	Кройка и окрас ка	Шитье	Финишная отделка	Контроль и упаковка
Стандартная сумка	7/10	1/2	1	1/10
Улучшенная сумка	1	5/6	2/3	1/4

Суммарная прибыль  $Z$  может быть выражена как:

$$Z = 10 X_1 + 9 X_2, \text{ где}$$

$X_1$  - число стандартных сумок,  $X_2$  - число улучшенных сумок.

$X_1$  и  $X_2$  являются переменными решения, а  $Z$  носит название функции цели.

Цель компании заключается в максимизации прибыли, что может быть выражено так:

$$\max Z = \max (10 X_1 + 9 X_2).$$

Любое частное сочетание  $X_1$  и  $X_2$  дает решение проблемы, однако, допустимыми решениями могут быть только те, которые удовлетворяют всем ограничениям. Оптимальным является частное допустимое решение, которое дает максимальную прибыль.

## **Ограничения (граничные условия)**

**Общее производственное время необходимое на первую операцию (кройка и окраска) определится как:**

$$7/10 X_1 + 1 X_2$$

**Поскольку располагаемое в течение трех месяцев общее время на эти операции составляет 630 часов, то должно выполняться условие:**

$$7/10 X_1 + 1 X_2 \leq 630$$

**Ограничение, связанное с операцией шитья может быть выражено аналогично в виде:**

$$1/2 X_1 + 5/6 X_2 \leq 600$$

**Ограничение, связанное с финишной отделкой**

$$1 X_1 + 2/3 X_2 \leq 708$$

**Ограничение, связанное с контролем и упаковкой:**

$$1/10 X_1 + 1/4 X_2 \leq 135$$

**Имеются ли ещё какие-либо ограничения?**

**Очевидно, что нельзя произвести отрицательное число сумок и поэтому:**

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0 \quad \text{или} \quad X_1, X_2 \geq 0$$

---

Математическая формулировка задачи будет выглядеть так:

Функция цели:

$$\max Z = \max (10 X_1 + 9 X_2)$$

при ограничениях:

$$7/10 X_1 + 1 X_2 \leq 630$$

$$1/2 X_1 + 5/6 X_2 \leq 600$$

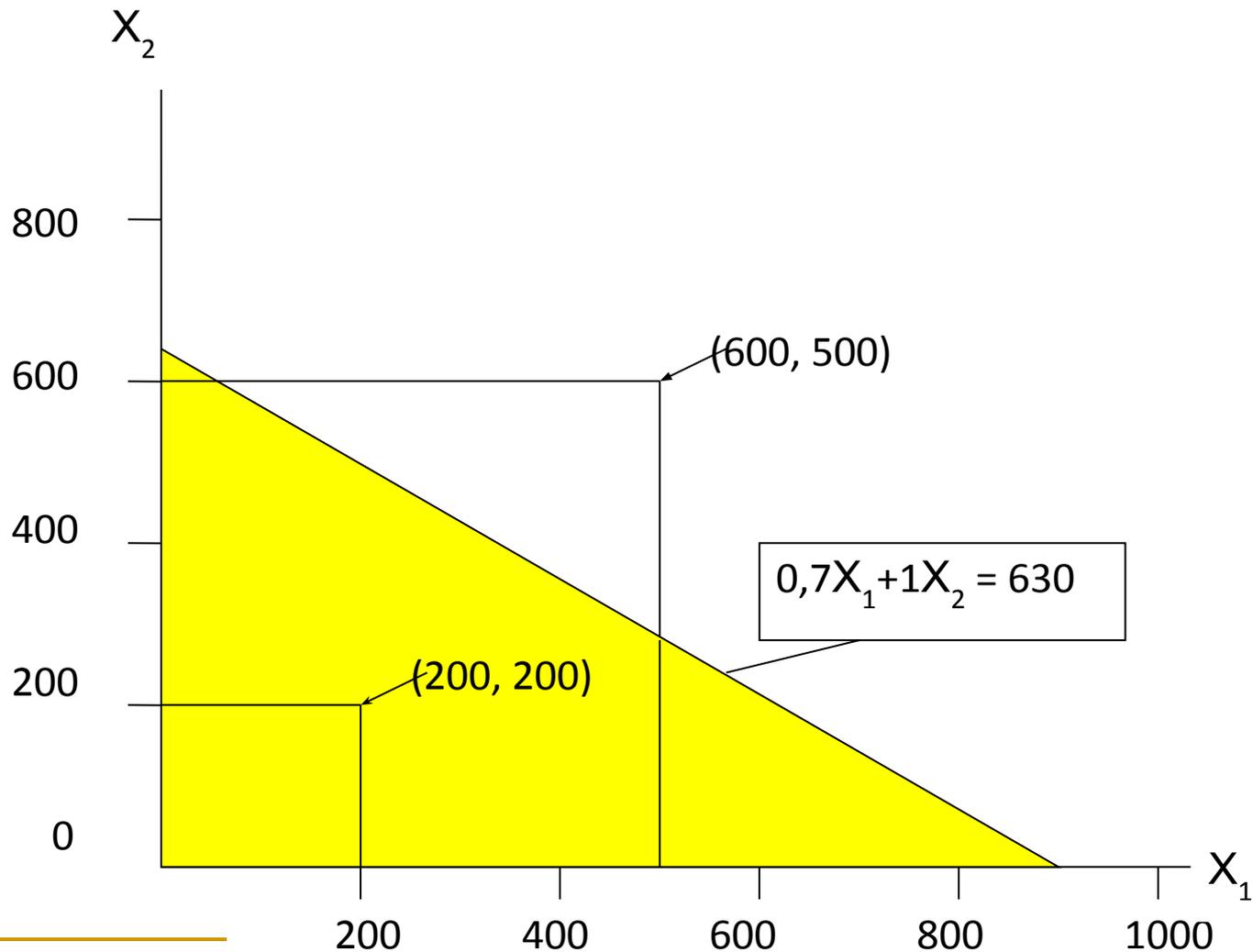
$$1 X_1 + 2/3 X_2 \leq 708$$

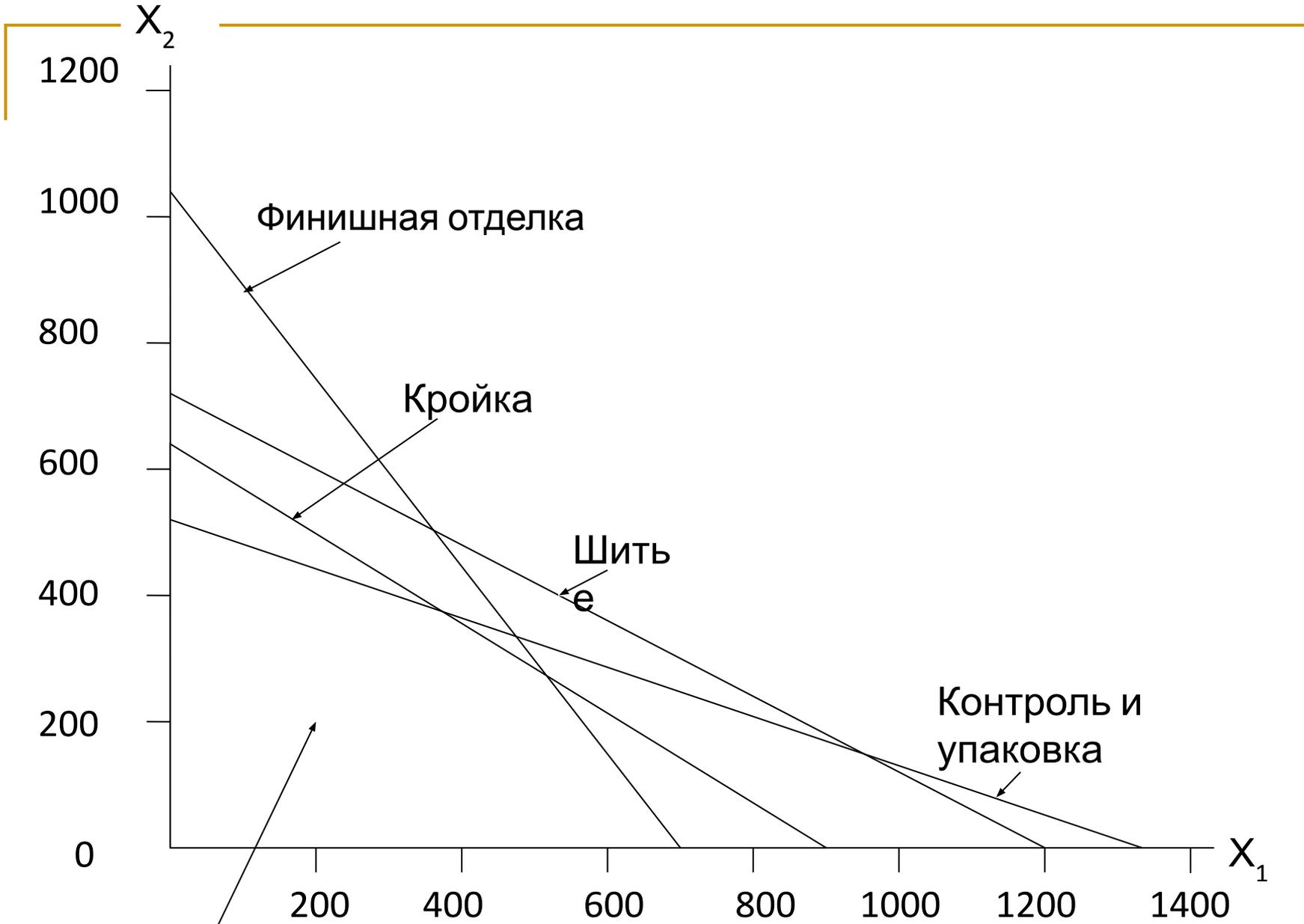
$$1/10 X_1 + 1/4 X_2 \leq 135$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

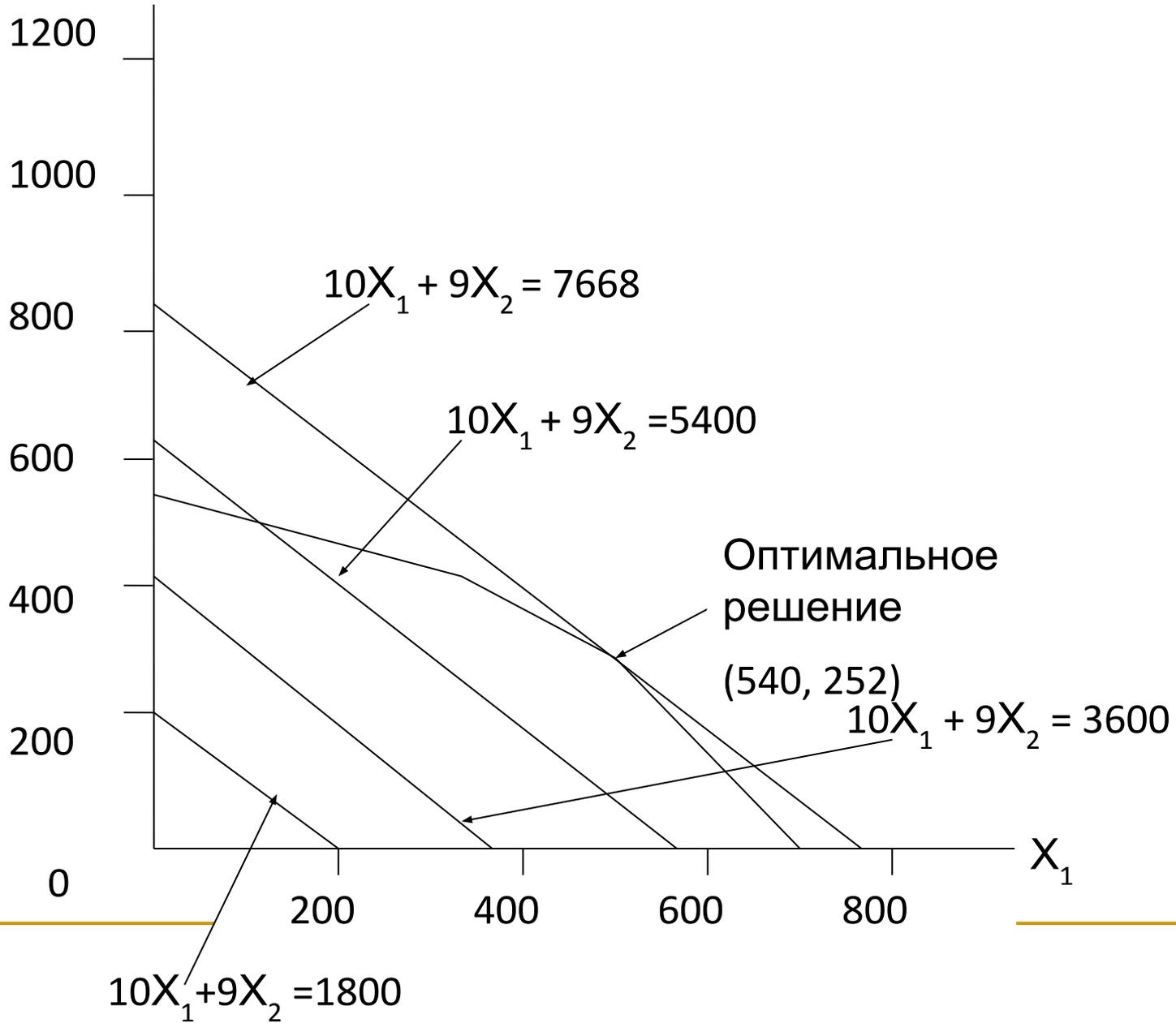
---

С учетом условия неотрицательности  $X_1$  и  $X_2$ , все решения могут быть только в первом квадранте





Область допустимых решений



## *Переменные резерва*

Ограничения	Требующиеся часы	Имеющиеся часы	Неиспользуемые часы
Кройка и окраска	630	630	0
Шитье	480	600	120
Финишная отделка	708	708	0
Контроль и упаковка	117	135	18

# Стандартная форма записи линейной программы

Функция цели:

$$\max (10 X_1 + 9 X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3 + 0 \cdot S_4)$$

при ограничениях:

$$7/10 X_1 + 1 X_2 + 1 \cdot S_1 = 630$$

$$1/2 X_1 + 5/6 X_2 + 1 \cdot S_2 = 600$$

$$1 X_1 + 2/3 X_2 + 1 \cdot S_3 = 708$$

$$1/10 X_1 + 1/4 X_2 + 1 \cdot S_4 = 135$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

Переменные резерва имеют значения:

Кройка и окраска

$$S_1 = 0$$

Шитье

$$S_2 = 120$$

Финишная отделка

$$S_3 = 0$$

Контроль и упаковка

$$S_4 = 18$$

# Пример применения линейного программирования в маркетинге

Фирма на проведение рекламной компании в течение месяца решила выделить 30000 \$. При этом она поставила условие получения максимального рекламного эффекта при следующих ограничениях:

- должно быть не менее 10 телепередач;
- реклама должна дойти не менее, чем до 50 тыс. потенциальных покупателей;
- на телевизионную рекламу может быть израсходовано не более 18 тыс. \$.

Средства информации	Число достигаемых потенциальных покупателей	Цена рекламного времени, долл.	Максимальный располагаемый ресурс времени, час.	Ценность одного рекламного сеанса, усл. ед.
Телевидение днем (1 мин.)	1000	1500	15	65
Телевидение вечером (30 сек.)	2000	3000	10	90
Ежедневная газета (полная страница)	1500	400	25	40
Воскресная газета (полстраницы в цвете)	2500	1000	4	60
Радио, новости в 8.00 или 17.00 (30 сек.)	300	100	30	20

**Функция цели:**

$$\max (65ТД + 90ТВ + 40ДГ + 60ВГ + 20 Р)$$

**Ограничения:**

$$ТД \leq 15$$

$$ТВ \leq 10$$

$$ДГ \leq 25$$

$$ВГ \leq 4$$

$$Р \leq 30$$

$$1500ТД + 3000ТВ + 400ДГ + 1000ВГ + 100Р \leq 30000$$

$$ТД + ТВ \geq 10$$

$$1500ТД + 3000ТВ \leq 18000$$

$$1000ТД + 2000 ТВ + 1500ДГ + 2500 ВГ + 300Р \geq 50000$$

$$ТД, ТВ, ДГ, ВГ, Р \geq 0$$

# Оптимальный план рекламной

## кампании

Средства информации	Частота использования	Бюджет
Телевидение днем	10	15000
Телевидение вечером	0	0
Ежедневная газета	25	10000
Воскресная газета	2	2000
Радио	30	3000

---

# Система массового обслуживания

- Типичная система массового обслуживания включает три основных компонента:
    - исходную конечную или бесконечную генеральную совокупность пользователей (клиентов) рассматриваемой сервисной системы;
    - сервисную систему;
    - сценарии выхода клиентов из сервисной системы (возвратиться обратно в исходную генеральную совокупность или покинуть ее).
-

- Конечная генеральная совокупность характеризуется тем, что когда пользователь покидает свое место в исходной совокупности (например, станок ломается и нуждается в ремонте) и число пользователей в генеральной совокупности сокращается на одну единицу, это приводит к снижению вероятности появления следующей заявки на обслуживание. И наоборот, после того как клиент обслужен, генеральная совокупность снова увеличивается и вероятность появления заявки на обслуживание возрастает.
- В бесконечной генеральной совокупности число пользователей настолько велико, что изменение ее размеров вследствие прибытия или возвращения обслуженного клиента в свою исходную совокупность не оказывает существенного влияния на вероятность появления заявки на обслуживание.

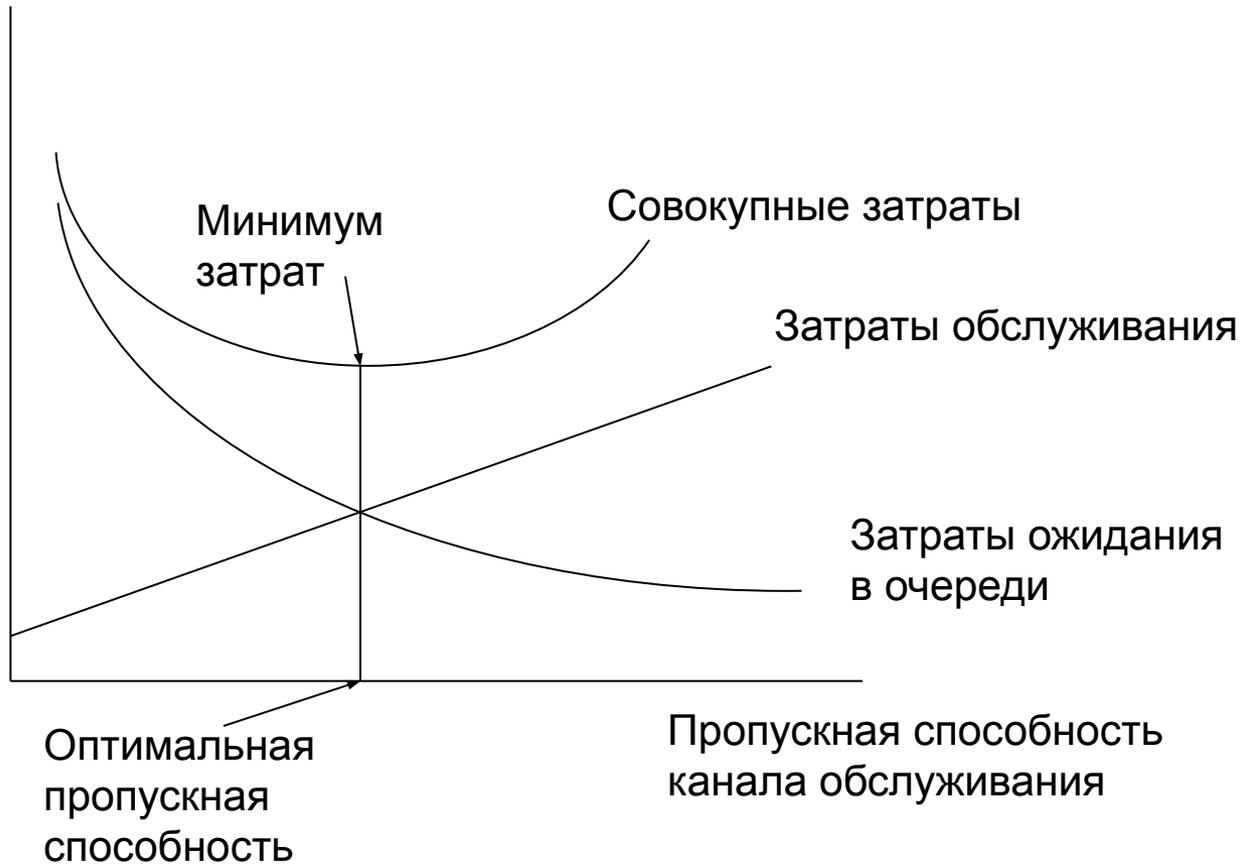
---

# Управление очередями

- Существование очередей – это нормальное состояние производственной системы; ими довольно эффективно можно управлять с помощью средств системного менеджмента и проектирования.
-

# Экономическая сущность проблемы очередей

Затраты



# Распределение входящего потока

- Если заявки на обслуживание поступают в сервисную систему абсолютно произвольно, временные интервалы  $T$  между соседними заявками распределяются по экспоненциальному закону

$P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda$  - среднее количество заявок, поступающих за определенный период времени.

- Чтобы найти число  $n$  поступающих заявок в течение определенного периода  $T$ , зачастую можно воспользоваться дискретным распределением Пуассона

$$P_T(n) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}, \text{ для } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

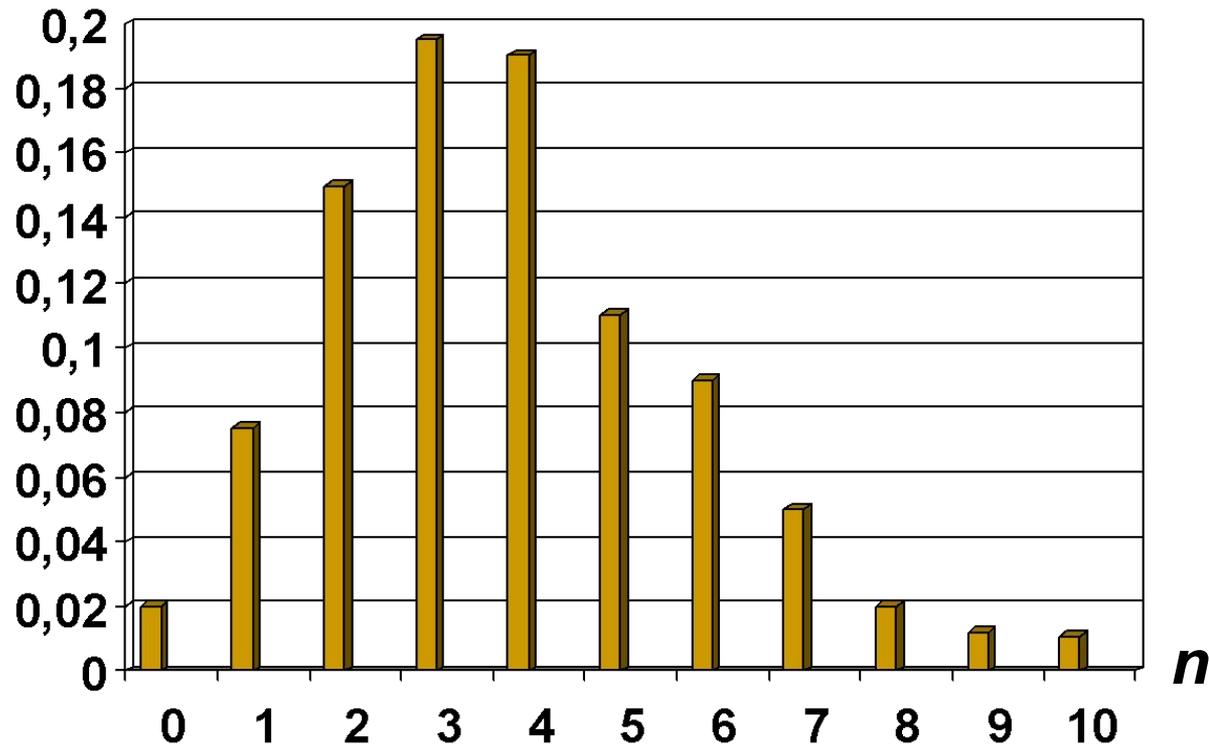
где  $P_T(n)$  - вероятность  $n$  заявок.

# Экспоненциальное распределение для времени прибытия

$t$ (единиц времени)	Вероятность появления следующей заявки более, чем через $t$ после предыдущей	Вероятность появления следующей заявки в течение времени $t$
0	1,00	0
0.5	0,61	0,39
1,0	0,37	0,63
1.5	0,22	0,78
2,0	0,14	0,86

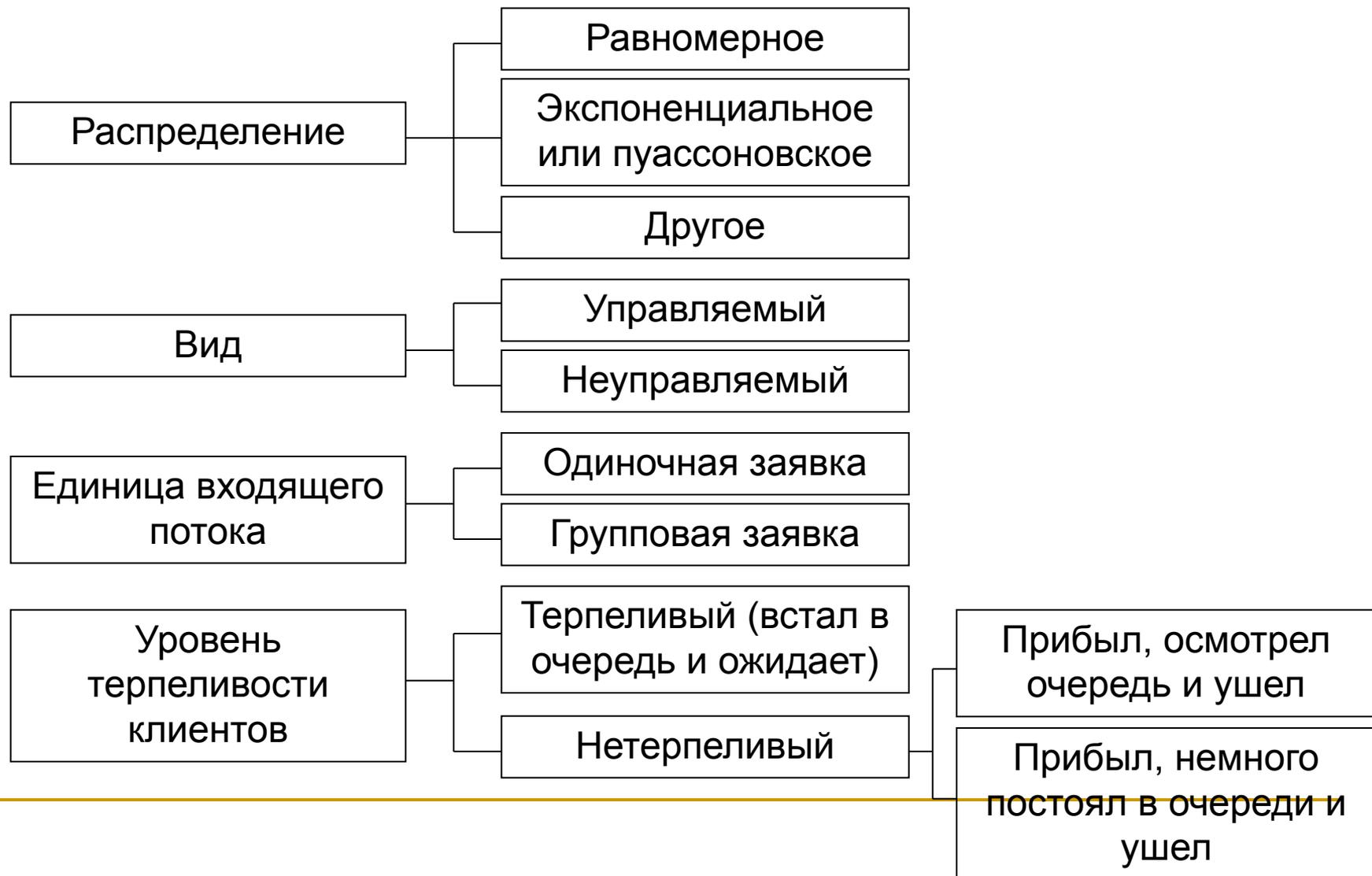
# Вероятность поступления $n$ заявок в единицу времени

**Вероятность**



Среднее количество заявок в единицу времени  $\lambda = 4$

# Характеристики входящего потока заявок КЛИЕНТОВ

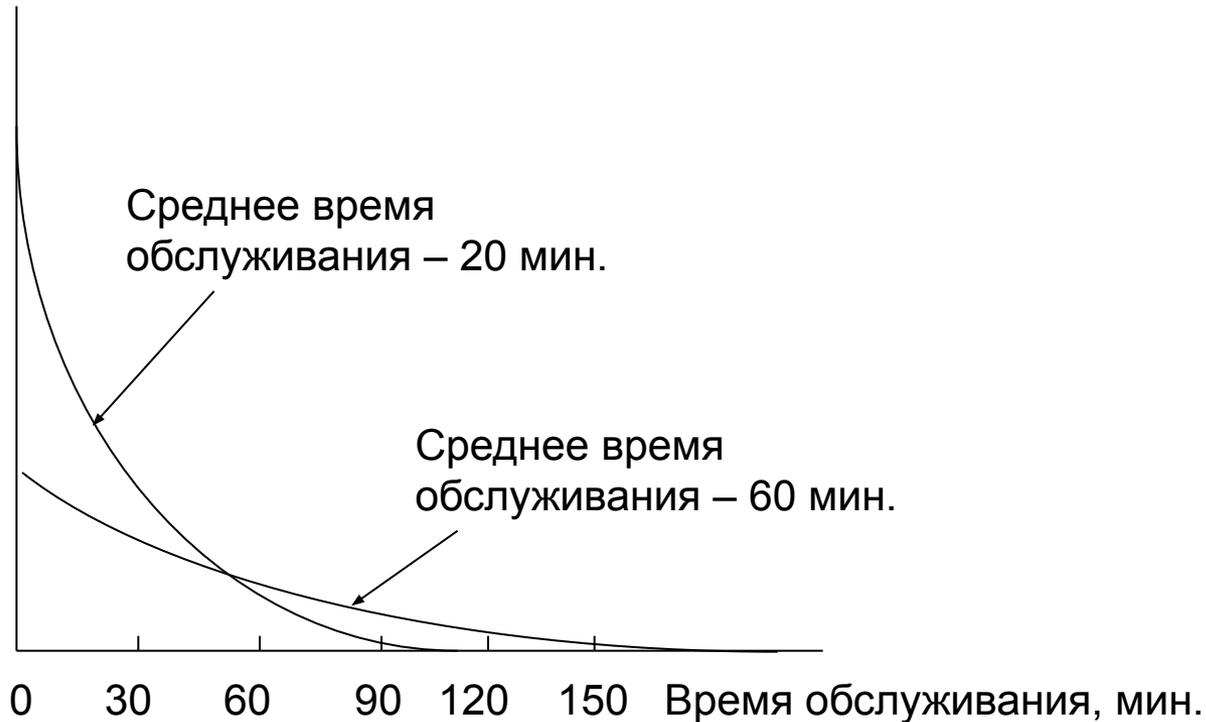


# Параметры очередей

- Длина очереди
  - бесконечная (дорожная пробка),
  - с ограниченной пропускной способностью (автостоянка)
- Дисциплина очереди
  - первым прибыл, первым обслужен (First Come, First Served – FCFS),
  - первоочередное обслуживание по предварительным заказам,
  - первоочередное обслуживание в случае крайней необходимости,
  - последний пришел, первым обслужен - (например, материалы уложены так, что достать их можно только сверху или автомашины на пароме),
  - первоочередное обслуживание клиентов с наименьшим временем обслуживания и др.
- Структура очередей
  - одноканальная однофазная и многофазная,
  - многоканальная однофазная (кассы аэровокзала) и многофазная (прием пациента в больнице)

# Экспоненциальное распределение для времени обслуживания

вероятность



---

# Измерители состояния очереди

- Среднее время, которое тратит каждый клиент в очереди
  - Средняя длина очереди
  - Среднее время нахождения клиента в системе (время ожидания плюс время обслуживания)
  - Среднее число клиентов в системе
  - Вероятность того, что узел обслуживания будет свободен
  - Коэффициент использования системы
  - Вероятность определенного числа клиентов в системе
-

# Модели очередей

Наиболее простая модель очередей - одноканальная однофазная модель с пуассоновским распределением прибытия и экспоненциальным временем обслуживания.

Она предполагает следующие условия:

- дисциплина очереди – «первым прибыл, первым обслужен»;
- прибытия независимы от предыдущих прибытий, но их среднее число остается постоянным;
- прибытия описываются пуассоновским распределением и поступают из неограниченного источника;
- время обслуживания изменяется от одного клиента к другому, эти отрезки времени независимы друг от друга, но их среднее время известно;
- время обслуживания подчинено отрицательному экспоненциальному закону распределения;
- время обслуживания меньше времени между прибытиями.

При соблюдении этих условий основные параметры очереди легко рассчитываются по простым формулам.

# Модели очередей

- Разработан целый ряд других относительно простых моделей очередей (например, многоканальная однофазная, одноканальная с постоянным временем обслуживания, одноканальная с ограниченным размером источника), для которых также имеются расчетные формулы.
- Многие реальные очереди описываются комплексом сложных аналитических моделей, являющихся объектом изучения науки «Исследование операций».
- Ряд проблем очередей обычными математическими приемами не могут быть описаны. В этих случаях применяется имитационное компьютерное моделирование.

# Пример модели очередей

Автомастерская способна обслуживать в среднем три автомобиля в час. Клиенты появляются в среднем по два человека в час и обслуживаются по правилу FIFO «первым прибыл – первым обслужен». Принимая время обслуживания соответствующим отрицательному экспоненциальному закону, а поток клиентов – соответствующим распределению Пуассона определите основные характеристики очереди:

- среднее число клиентов в системе ( $L_s$ );
- среднее время ожидания в системе – время ожидания плюс время обслуживания ( $W_s$ );
- среднее число автомобилей, ожидающих своей очереди ( $L_q$ );
- среднее время ожидания автомобиля в очереди ( $W_q$ );
- коэффициент загрузки/использования системы  $r$  (процент времени, когда бригада занята);

# Пример модели очередей

- вероятность 0 (нуля) автомобилей в системе ( $P_0$ );
- вероятность более чем  $k$  автомобилей в системе ( $P_n > k$ ), для  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ;
- средняя скорость прибытий ( $l$ );
- средняя скорость обслуживания ( $m$ ).

Расчетные формулы:

$$L_s = \frac{l}{m-l};$$

$$W_s = \frac{1}{m-l}$$

$$L_q = \frac{l^2}{m(m-l)};$$

$$W_q = \frac{l}{m(m-l)};$$

$$r = \frac{l}{m};$$

$$P_0 = 1 - \frac{l}{m};$$

$$P_n > k = \left(\frac{l}{m}\right)^{k+1}$$

# Сетевое планирование

- Сетевое планирование является одним из важнейших инструментов менеджмента, который используется в процессе разработки, принятия и реализации сложных решений.
- Сетевое планирование это комплекс **приемов для анализа, описания, планирования процессов и управления ими на основе теории графов, при которых могут быть учтены время, издержки, ресурсы и другие влияющие параметры.**

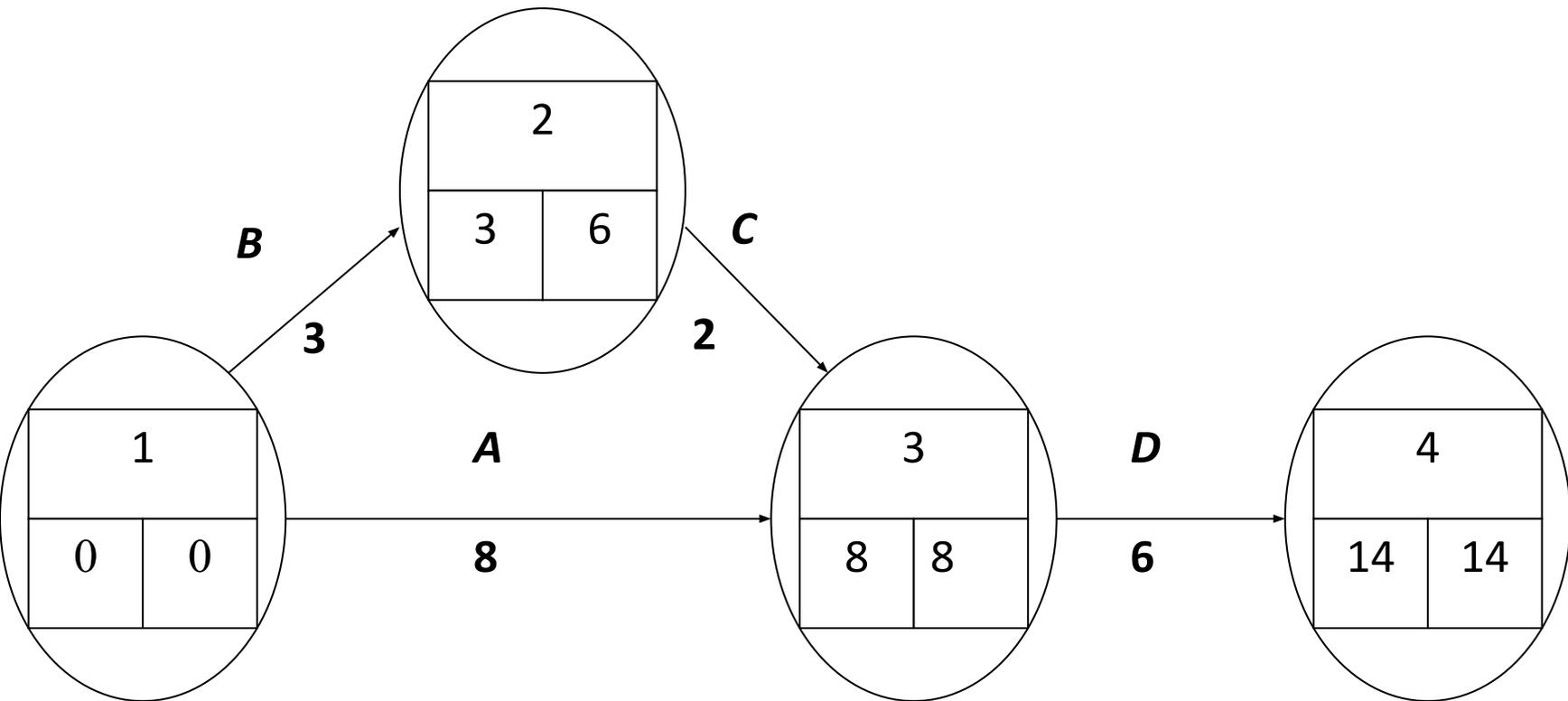
# Достоинства сетевого планирования

- Составление сетевого плана вынуждает всех участников проекта внимательно продумать его ход, заблаговременно провести необходимые согласования и принять соответствующие решения. Это играет большую роль особенно в тех случаях, когда в выполнении проекта участвуют различные фирмы или разные подразделения одной фирмы.
- За счет графического представления работ сетевой план дает прекрасный обзор проекта и позволяет наглядно фиксировать его плановое течение.
- Вышеназванные достоинства облегчают контроль полноты планирования.
- С 1956 года разработано множество вариантов сетевого планирования, которые обычно объединяют в три группы: **метод критического пути, метод PERT и метод Метра-потенциал.**

## Основные понятия - «работа», «событие» и «путь»

- Под «работой» понимается трудовой процесс, требующий затрат времени и ресурсов. На графике работа изображается в виде сплошной стрелки. В понятие «работа» включается также и **процесс ожидания**, который не требует затрат труда и ресурсов, но требует времени. Чтобы отличать его от настоящей работы, его изображают пунктирной стрелкой с обозначением над ней продолжительности ожидания.
- Зависимость между двумя или несколькими событиями, которая не требует затрат времени и ресурсов, а только указывает на наличие связи между работами, т.е. то обстоятельство, что начало определенной работы (или работ) зависит от выполнения других работ, изображается пунктирной стрелкой без обозначения времени.
- Под «событием» понимается результат выполнения всех работ, входящих в данное событие, позволяющий начинать последующие работы. На сетевой матрице событие обычно изображается в виде кружка.
- Под «путем» понимается непрерывная последовательность работ, начиная от исходного события и кончая завершающим. Путь, имеющий наибольшую продолжительность, носит название **критического** и в матрице обозначается утолщенной или сдвоенной стрелкой.

# Метод критического пути



Изображение связей в методе критического пути

- 
- В разработанном во Франции методе МРМ (*Metra-Potenzial-Methode*) работы отображаются узлами, а их взаимосвязи – стрелками. Узел при этом содержит всю информацию, касающуюся работы, а стрелки показывают только зависимости, т.е. предшествующие и последующие работы. В прямоугольнике, отображающем работу, помещается ее порядковый номер, название, продолжительность и др.
  - Другим вариантом сетевого плана является разработанный в начале 1960-х годов в управлении военно-морских сил США метод PERT (*Programm Evaluation and Review Technique*). Он был успешно использован в рамках управления проектом создания баллистических ракет.
  - Метод PERT реализует вероятностный подход к определению продолжительности работ с использованием среднего значения  $\beta$ -распределения
-

# Метод PERT

- По каждому рабочему пакету даются три оценки времени его выполнения: оптимистичное ( $a$ ), наиболее вероятное ( $m$ ) и пессимистичное ( $b$ ), а среднее значение  $T$  и стандартное отклонение  $s$  вычисляются по формулам:

$$T = \frac{a + 4m + b}{6} \qquad s = \frac{b - a}{6}$$

Далее сетевой план рассчитывается так же, как в методе СРМ. Ожидаемое время выполнения проекта в целом будет равно сумме средних значений времени выполнения работ, находящихся на критическом пути  $t_{\text{крит}}$ . Стандартное отклонение времени выполнения проекта  $S_{\text{крит}}$  можно определить как корень квадратный из суммы квадратов стандартных отклонений всех работ, лежащих на критическом пути.

# Метод PERT

- Очевидно, что рассчитанное среднее время выполнения проекта будет достигаться в 50 % случаев.
- Если продолжительность работ задана (например, заказчиком), то следует оценить вероятность уложиться в этот срок  $T_d$ .
- Вероятность соблюдения установленного срока

$$P(t_{\text{крит}} \leq T_d) = \frac{1}{2} + \Phi \left[ \frac{T_d - t_{\text{крит}}}{S_{\text{крит}}} \right]$$

Максимальный срок выполнения проекта  $T_{\text{макс}}$  при заданной надежности  $\beta$  можно рассчитать по формуле  $T_{\text{макс}} = t_{\text{крит}} + T_{\beta} \cdot S_{\text{крит}}$ , где  $T_{\beta}$  определяется по таблицам функции Лапласа для значения  $\Phi(T_{\beta}) = \beta/2$ .

# Планирование времени выполнения работ

- При известной продолжительности работ проекта и заданной дате его старта последовательным расчетом может быть определено **время его завершения**. Такой подход называют **прогрессивным планированием времени**.
- Аналогично при заданной дате завершения проекта обратным расчетом может быть определена самая поздняя дата, когда необходимо **приступить к выполнению проекта**. Этот подход носит название **регрессивного планирования времени**.

# Планирование времени выполнения работ

- Планирование времени выполнения проекта осложняется тем обстоятельством, что многие работы связаны с выполнением других работ.
- **Зависимости между отдельными работами** могут быть вызваны разнообразными причинами, например:
  - технологическими требованиями,
  - ограниченностью ресурсов,
  - законодательным регулированием,
  - финансовыми соображениями и др.
- Некоторые из этих причин почти не поддаются управлению, другие же в определенных рамках могут быть изменены либо путем переговоров, либо за счет дополнительных затрат.

# Планирование времени выполнения работ

- Определить все взаимосвязи в объемных и сложных проектах возможно только при *систематическом* подходе к их определению. На практике используются два основных метода.
- Наиболее употребительным является способ, в котором начинают с конца проекта и идут шаг за шагом к его началу. Для каждой конкретной работы определяют все предшествующие действия (работы), которые должны быть завершены, чтобы можно было приступить к выполнению данной работы.
- Другой, менее употребительный способ заключается в том, что начинают с первой от старта проекта работы и определяют все последующие работы, к которым можно приступить.

# Планирование времени выполнения работ

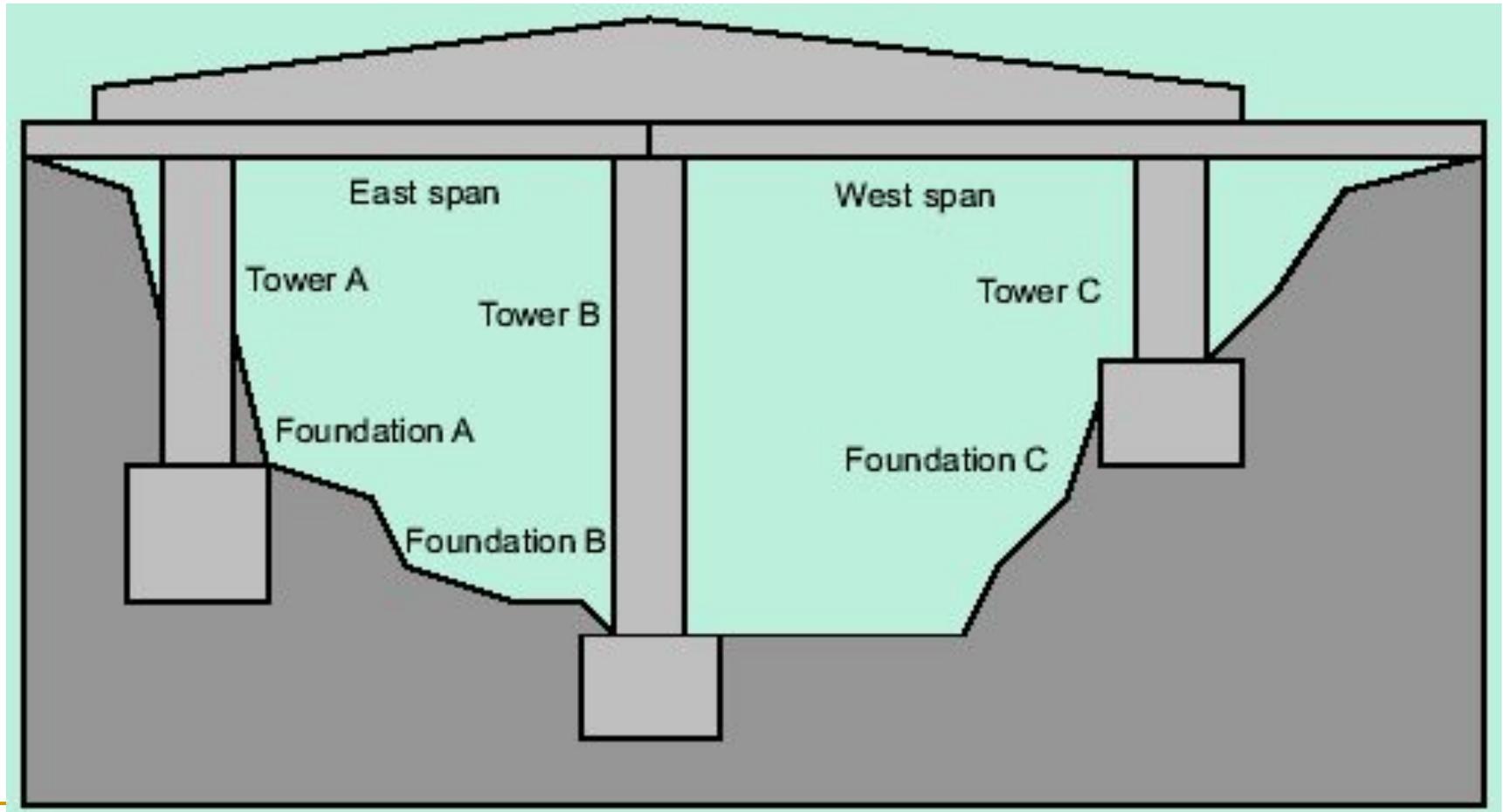
- Следующей задачей является **оценка длительности каждой работы**. Для этого вначале выбирается некоторая практичная для данного проекта единица времени (дни, часы, недели и т.д.).
- **Надежность оценки времени чрезвычайно важна** для дальнейшего планирования времени. Поэтому относиться к этому делу надо серьезно и при необходимости для страховки привлечь к оценке экспертов или тех лиц, которые впоследствии будут отвечать за соблюдение этих сроков.

- В качестве следующего шага для каждой работы определяется **время ее раннего начала (РН)** и **время раннего окончания (РК)**. Это выполняется прямым счетом, начиная с момента старта проекта. Если ряд работ могут стартовать одновременно без предшествующих работ, то начинают с одной из этих работ.
- Работы, которые требуют завершения одной или более предшествующих работ, могут стартовать не ранее завершения самой поздней из них.
- После определения ранних времен начала и окончания каждой работы нужно рассчитать самые поздние моменты, когда работа должна быть начата или, соответственно, закончена. Определение этих времен – **позднего начала (ПН)** и **позднего окончания (ПК)** – производится обратным счетом либо от определенного прямым счетом времени раннего окончания проекта, либо от заданного договором допустимого предельного срока окончания работ.

- Поздний момент окончания работы (ПК) является одновременно поздним сроком начала последующей работы.
- Сопоставляя сроки раннего начала и раннего окончания работ со сроками позднего начала и позднего окончания работ, можно определить времена резерва работ - **общий резерв работы (ОР)** и **свободный резерв работы (СР)**.
- $ОР = ПН - РН = ПК - РК$ , т.е. общий резерв представляет собой разность между сроком, **не позднее которого работа должна быть закончена, и ранним возможным сроком ее окончания.**
- Наличие общего резерва времени работы еще не означает, что его можно свободно использовать именно для этой работы, иначе могут оказаться без всякого резерва некоторые последующие работы. В связи с этим рассчитывается еще свободный резерв времени работы, который определяется как отрезок времени, на который может быть задержана работа, с условием, что последующая работа может быть все-таки начата в свое раннее начало.

- Работы, у которых свободный и общий резервы времени равны нулю, лежат на так называемом **критическом пути**. Любые задержки на этом пути приводят к задержке окончания всего проекта, если, конечно, руководству проекта на последующих этапах за счет особых мер не удастся сократить время выполнения работ. Это, как правило, возможно лишь за счет привлечения дополнительных ресурсов и, соответственно, приносит дополнительные издержки.
- Следующим шагом является **привязка работ к календарю**, где должны быть учтены выходные и праздничные дни, а порой и период отпусков.
- Для более наглядного представления планирования времени используется диаграмма Ганта. Отдельные работы заносятся в строки, и в календарной части диаграммы отмечается их продолжительность, начиная со дня старта. Особое преимущество этой методики заключается в наглядности, благодаря которой в любой интересующий момент времени можно разобраться, какая работа должна быть уже начата или закончена.

## Critical Path Method (CPM)

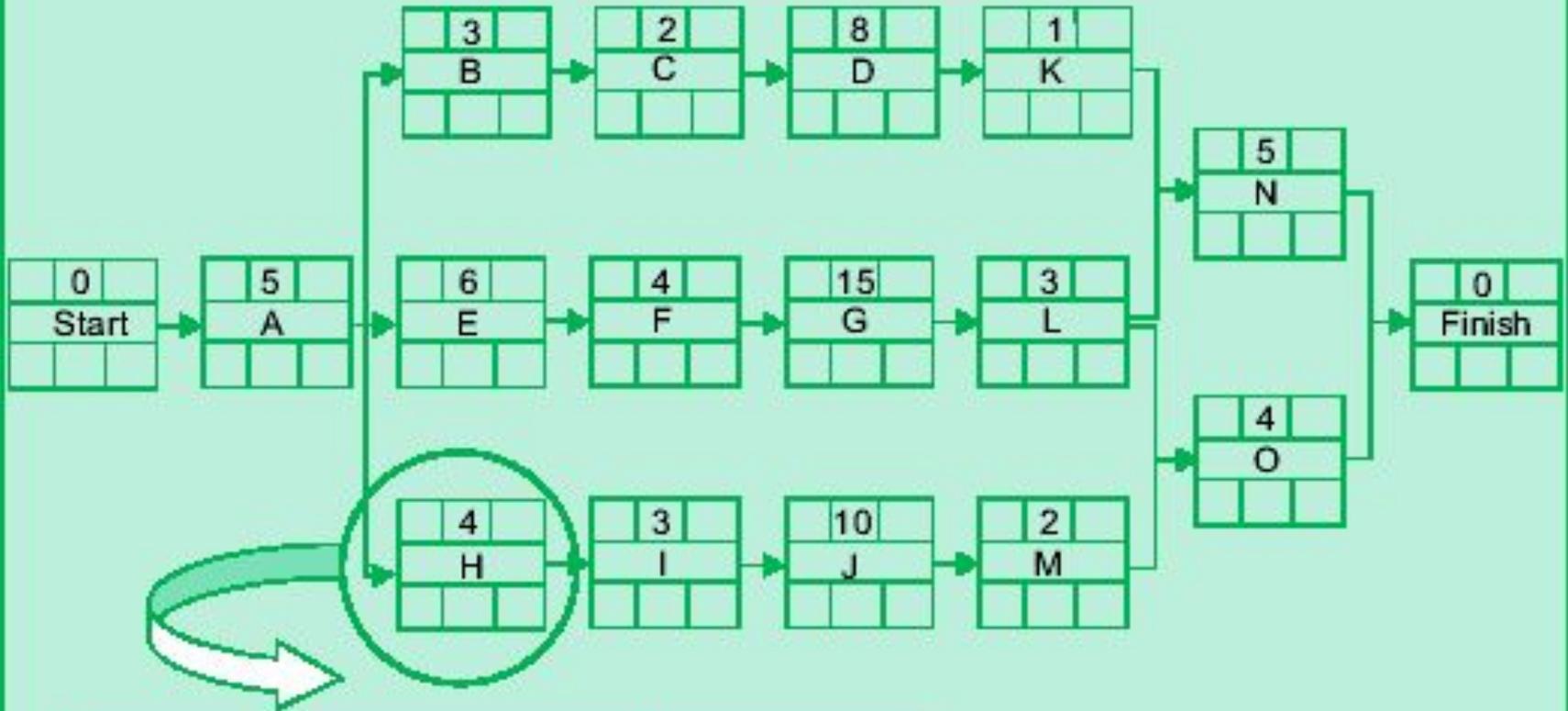


# Critical Path Method (CPM)

Activities and durations for the bridge project

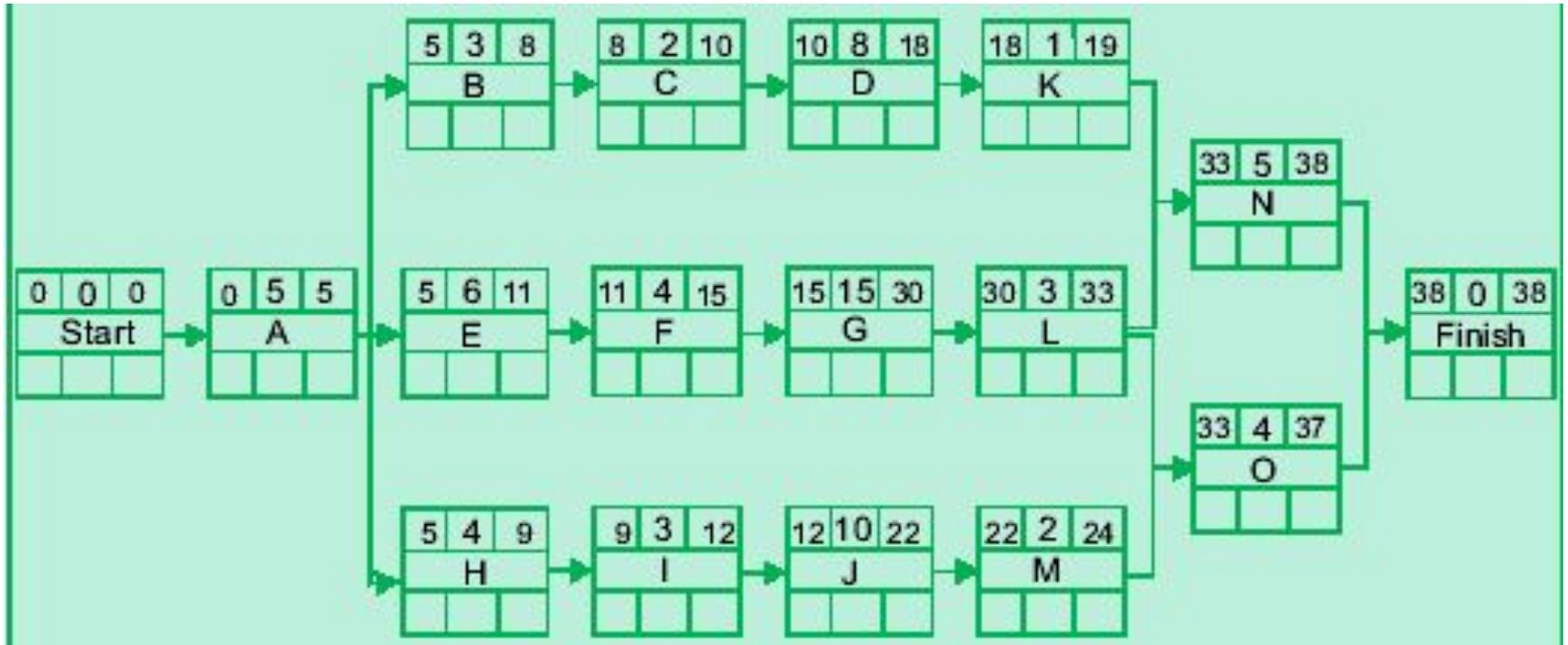
Activity	Description	Duration (days)
A	Mark out site	5
B	Dig foundation A	3
C	Concrete foundation A	2
D	Cure foundation A	8
E	Dig foundation B	6
F	Concrete foundation B	4
G	Cure foundation B	15
H	Dig foundation C	4
I	Concrete foundation C	3
J	Cure foundation C	10
K	Erect tower A	1
L	Erect tower B	3
M	Erect tower C	2
N	Erect west span	5
O	Erect east span	4

# Critical Path Method (CPM)

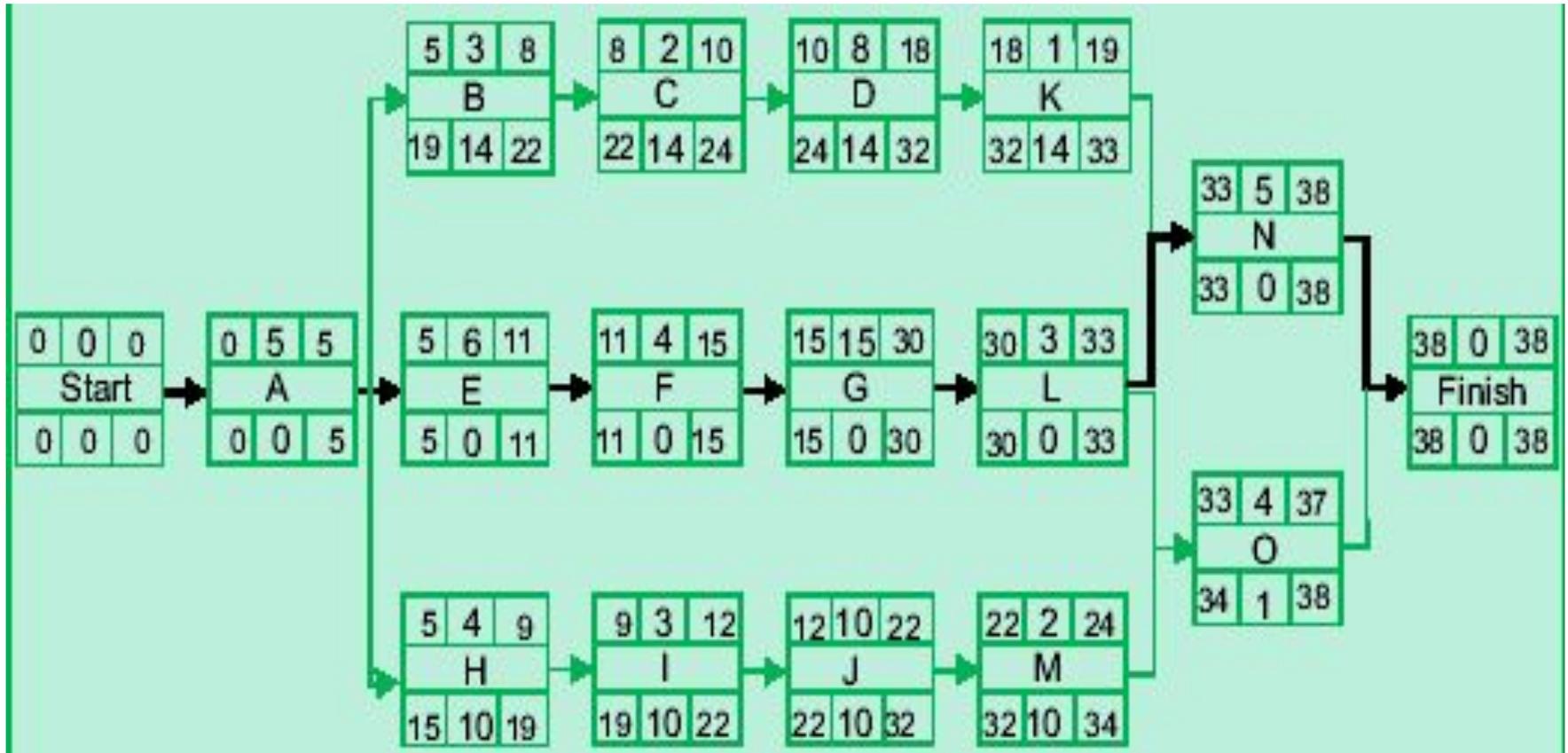


Earliest start time	Activity duration	Earliest finish time
Activity description and letter code		
Latest start time	Float	Latest finish time

# Critical Path Method (CPM)



# Critical Path Method (CPM)



# Недостатки и проблемы сетевого планирования

- Практический опыт использования сетевого планирования весьма противоречив.
- Сетевые планы имеют то неоспоримое преимущество, что они наглядно представляют взаимозависимости работ. Кроме того, они включают в себя расчет времени, а также расчет критического пути. Это, безусловно, является ценным вспомогательным средством при планировании и управлении проектом.
- С другой стороны методика сетевого планирования предъявляет высокие требования к ноу-хау работников его составляющих.

# Недостатки и проблемы сетевого планирования

- В большинстве случаев сетевые планы составляются непосредственно исполнителями проекта. При этом эта работа выполняется сотрудниками, которые о сетевом планировании знают только основные положения.
- Затраты времени на составление сетевого плана, независимо от уровня познаний составителей, всегда весьма значительны (определение длительности, трудоемкости работ, учет типа связей, учет лагов и др.)
- ***Сетевой план только в том случае оказывается полезным, если он составлен качественно.***

# Недостатки и проблемы сетевого планирования

- После первого прохода, когда обычно рассчитанный срок окончания проекта выходит за рамки договорных сроков, возникает необходимость оптимизации сетевого плана.
- Зачастую расчетный срок окончания проекта так далеко выходит за рамки договорных сроков, что приходится усиленно изыскивать различные резервы.
- Практика показала, что для многих реализованных проектов, даже если для них удавалось тщательно до деталей разработать сетевые планы, дальнейшее их отслеживание требовало колоссальных затрат времени.
- Если же для упрощения составляется только грубый сетевой план, то все это «упражнение» служит только тому, чтобы удовлетворить клиента, который хочет его видеть.

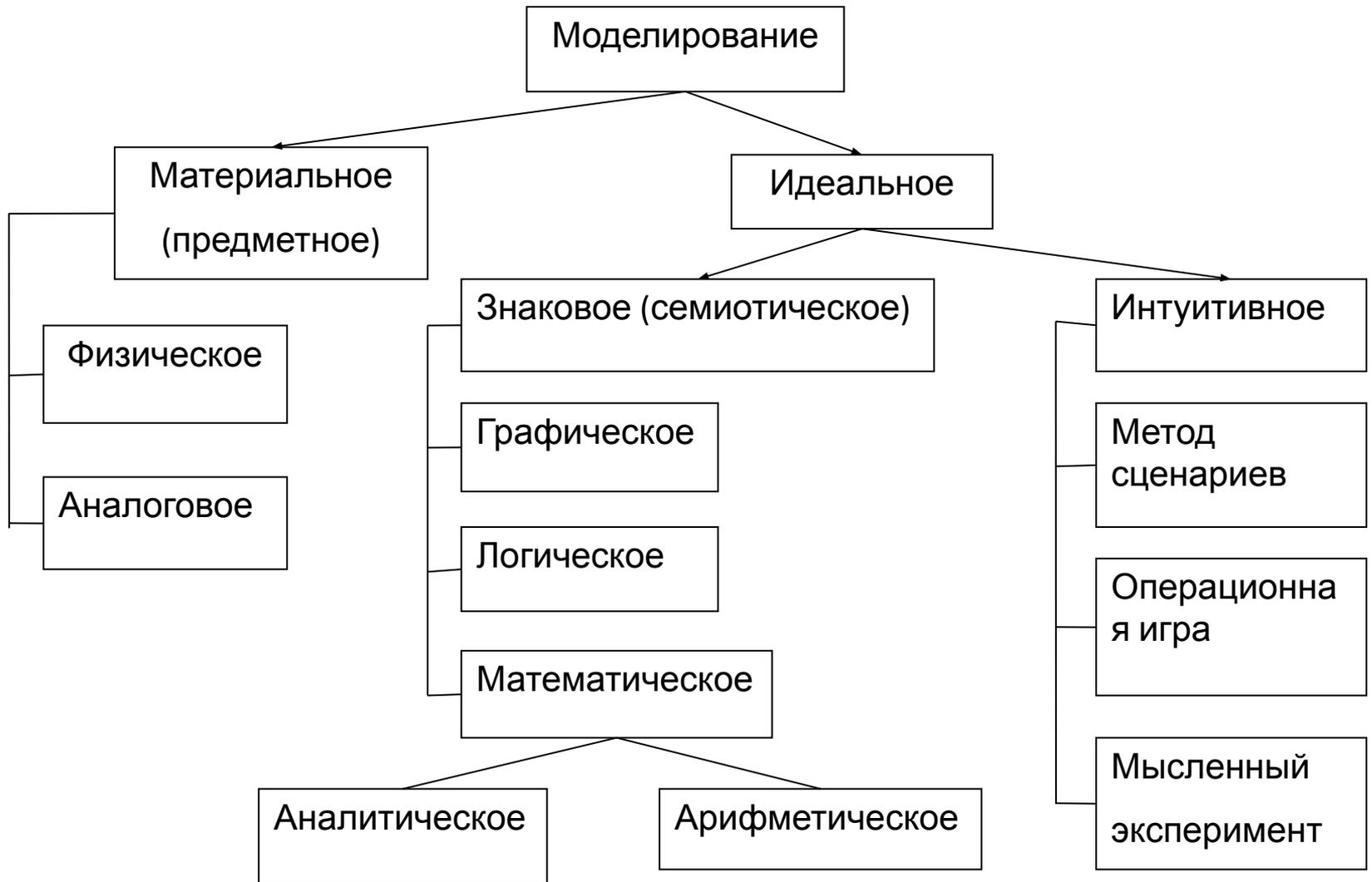
# Математические модели и их использование

- Моделирование является одним из основных средств получения новой информации для решения крупномасштабных проблем, однако оно часто применяется и при решении относительно несложных задач.
- Моделирование как мощный, а часто и единственно возможный метод исследования проблем подразумевает замещение реального объекта другим – материальным или идеальным.
- Важнейшими требованиями к любой модели являются ее адекватность изучаемому объекту, процессу или явлению в рамках конкретной задачи и ее реализуемость имеющимися средствами.

---

# Математические модели и их использование

- В теории принятия решений *моделью объекта называется материальная или идеальная система, используемая при решении конкретной задачи с целью получения новых знаний об объекте-оригинале, адекватная ему с точки зрения изучаемых свойств, но более простая, чем оригинал, в остальных аспектах.*
-



**Классификация методов моделирования**

- Одно из применений моделей связано с тем, что ЛПР очень часто приходится что-то объяснять руководимым им людям, чему-то их учить, формировать их умения и навыки и т.п.
- В ходе постановки задач исполнителям, в процессе обучения подчиненных, при осуществлении контроля ЛПР часто вынуждено упрощенно объяснять, воспроизводить, имитировать или форму какого-то объекта, или содержание, причем объекты могут быть представлены как в статике, так и в динамике.
- Для имитации формы объекта хорошо подходят механические образы (копии, макеты и пр.), графические, вербальные и звуковые образы. А чтобы адекватно воспроизвести содержание объекта, ЛПР может дополнительно прибегнуть к мыслительным аналогиям или использовать математические символы и операции над ними, т.е. построить математическую модель.

- 
- Создание моделей сложных процессов и явлений бывает весьма длительным и дорогостоящим делом.
  - Некоторые из них создаются десятилетиями и требуют высококвалифицированного труда многих тысяч специалистов. Цена реализации решений, принимаемых на основе таких моделей, может исчисляться миллиардами долларов.
  - Так, на основе моделей климата в последние годы подготовлены четыре доклада Межправительственной Комиссии ООН по изменениям климата (IPCC – Intergovernmental Panel on Climate Change). Каждый из них содержит от 1200 до 1500 страниц. В докладах проанализированы все доступные на сегодняшний день научные данные и результаты моделирования и показано, что с вероятностью свыше 90 % в глобальном потеплении виновен человек. В подготовке четвертого доклада участвовали 1250 ученых из 130 стран. Для рецензирования доклада было привлечено свыше 2500 специалистов со всего мира.
-

- 
- Чтобы снизить выбросы углекислого газа в Европе к 2020 году на 20 %, ЕС необходимо до этого времени затратить 800 – 1200 млрд долларов.
  - Если затормозить глобальное потепление не удастся, то ущербы к концу столетия превысят возможности человечества, и глобальной катастрофы не избежать, если человеческая популяция вообще сможет выжить. Как видим, цена принимаемых решений высока.
  - Другие примеры моделей - модель TLM, модель развития разряда молнии, модели распределения интенсивности грозовой деятельности во времени и в пространстве.
-

---

# Модель Джонса – Чанга

- Производительность работников умственного труда существенно труднее измерить, чем производительность труда сотрудников, занятых физической работой, и другого производственного персонала, который зарабатывает на жизнь, выполняя задачи производства конечных продуктов.
  - Для работников умственного труда возможно так называемое «внутреннее увольнение», которому в за рубежной литературе уделяют очень большое внимание.
  - Э. Джонс и Х. Чанг предложили статистическую модель состояния «внутреннего увольнения» (SEctCS – *Statistical Evaluation of Cognitive Turnover Control System*), которая предназначена для идентификации, измерения и документирования уровня внутреннего увольнения.
-

# Коэффициент внутреннего увольнения

- В целом функция СТ представляет собой число в интервале от 1 до 10. Значения от 1 до 4 характеризуют малую вероятность увольнения и практически отсутствие заметных признаков эмоционального выгорания. От работников можно ожидать высокой эффективности труда.
- Значения в интервале 5 – 8 характеризуют средний уровень выгорания, умеренное желание «выкладываться» на работе и умеренную степень желания покинуть работу.
- Значения 9 – 10 характеризуют губительную степень выгорания и возможность саботажа, если увольнение по каким-либо причинам (например, отсутствие другой работы в данной местности) является неприемлемой опцией.

## Общее определение конструкторов (факторов)

Детерминанта внутреннего увольнения СТ	Конструктор (фактор)	Определение конструктора (фактора)
Выгорание	D – Depersonalization (Деперсонализация)	Дистанцирование себя от других
Выгорание	PA – Personal Achievement (Персональные достижения)	Успешное выполнение нужных и важных работ
Выгорание	EE – Emotional Exhaustion (Эмоциональное истощение)	Способность выдерживать высокострессовые ситуации
Увольнение	JS – Job Satisfaction (Общая удовлетворенность местом работы)	Удовлетворенность работой (в части, определяющей увольнение)
Увольнение	G – Goals (Цели)	Чувство, что цели достижимы и значимы
Увольнение	Co – Comfort (Комфорт)	Пространственные и физические условия на работе адекватны для выполнения работы
Увольнение	Ch – Challenge (Вызовы)	Чувство, что работа не скучная и создает благоразумные вызовы
Увольнение	F – Finance (Финансовое вознаграждение)	Финансовое вознаграждение соответствует работе и справедливо
Увольнение	Rel – Relations (Отношения с коллегами)	Способность и желание работать с другими
Увольнение	Res – Resources (Адекватная обеспеченность ресурсами)	Организация обеспечивает адекватное материальное снабжение, а также тренинг для выполнения работы
Увольнение	P – Promotion (Продвижение по службе)	Возможность справедливого продвижения по службе

# Исследование эффективности труда кадрового резерва ТПУ

- Сто анкет было роздано сотрудникам ТПУ, состоящим в составе кадрового резерва университета. Возвращена 71 заполненная анкета. В числе респондентов 21 женщина и 50 мужчин, из которых 54 человека в возрасте от 21 до 30 лет и 17 человек в возрасте от 31 до 40 лет.
- Три женщины и шесть мужчин отметили, что они морально «выгорели» на сегодняшней работе. Из 71 респондента у 23 человек имеется вторая работа или свой бизнес, 27 (5 женщин и 22 мужчины) рассматривают возможность покинуть работу, в том числе 19 человек ищут другую работу.

Таблица 6.7

**Коэффициенты альфа-Кронбаха  
и статистические характеристики факторов  
после доведения альфа до значений не менее 0,7**

<b>Фактор</b>	<b>Число вопросов</b>	<b>Среднее значение</b>	<b>Стандартное отклонение</b>	<b>Альфа- Кронбаха</b>
<b>EE</b>	<b>9</b>	<b>2,053</b>	<b>0,574</b>	<b>0,723</b>
<b>D</b>				
<b>PA</b>				
<b>G</b>	<b>8</b>	<b>3,509</b>	<b>0,597</b>	<b>0,701</b>
<b>Co</b>	<b>7</b>	<b>3,734</b>	<b>0,721</b>	<b>0,717</b>
<b>Ch</b>	<b>6</b>	<b>4,042</b>	<b>0,645</b>	<b>0,745</b>
<b>F</b>	<b>4</b>	<b>2,574</b>	<b>0,968</b>	<b>0,731</b>
<b>Rel</b>	<b>7</b>	<b>3,756</b>	<b>0,663</b>	<b>0,721</b>
<b>Res</b>	<b>10</b>	<b>3,641</b>	<b>0,716</b>	<b>0,822</b>
<b>P</b>	<b>9</b>	<b>3,368</b>	<b>0,683</b>	<b>0,763</b>
<b>JS</b>	<b>11</b>	<b>3,541</b>	<b>0,630</b>	<b>0,831</b>

# Построение линейной регрессионной модели

Regression Summary for Dependent Variable: CT (Spreadsheet5)						
R= ,80500747 R <sup>2</sup> = ,64803703 Adjusted R <sup>2</sup> = ,58592592						
F(9,51)=10,434 p<,00000 Std.Error of estimate: 1,2948						
N=61	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(51)	p-level
Intercept			5,70293	2,391645	2,38452	0,020858
EE	0,464375	0,116947	1,54751	0,389722	3,97080	0,000225
G	0,107048	0,116107	0,36896	0,400185	0,92198	0,360881
Co	-0,016349	0,104592	-0,04518	0,289019	-0,15631	0,876403
Ch	-0,472363	0,130543	-1,45730	0,402742	-3,61845	0,000680
F	-0,210130	0,101077	-0,44830	0,215640	-2,07892	0,042673
Rel	-0,040399	0,128887	-0,12084	0,385508	-0,31345	0,755220
Res	0,167692	0,197504	0,47827	0,563304	0,84905	0,399820
P	-0,078878	0,158397	-0,22923	0,460321	-0,49798	0,620641
JS	0,001556	0,207055	0,00494	0,657852	0,00751	0,994034

# Построение линейной регрессионной модели

Regression Summary for Dependent Variable: CT (Spreadsheet5)						
R= ,79463901 R <sup>2</sup> = ,63145115 Adjusted R <sup>2</sup> = ,61205385 F(3,57)=32,554 p<,00000 Std.Error of estimate: 1,2533						
N=61	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(57)	p-level
Intercept			6,21644	1,751323	3,54957	0,0007
EE	0,448403	0,099295	1,49428	0,330898	4,51585	0,0000
Ch	-0,383824	0,101039	-1,18415	0,311718	-3,79878	0,0003
F	-0,181617	0,082351	-0,38747	0,175690	-2,20539	0,0314

$$CT = 6,22 + 1,49 EE - 1,18 Ch - 0,39 F$$

Analysis of Variance; DV: CT (Spreadsheet5)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	145,7516	2	72,87581	43,50060	0,000000
Residual	97,1664	58	1,67528		
Total	242,9180				

---

# Обсуждение результатов

---

- Среднее значение СТ находится на приемлемом уровне (3,69), и от резерва кадров ТПУ в среднем можно ожидать высокой эффективности труда.
- В то же время у 28 % резервистов коэффициент СТ находится на уровне от 5 до 9, и нет оснований ожидать от них эффективной работы. Эти люди либо не способны выполнять ту работу, которую от них ожидает высший и средний менеджмент ТПУ, либо для них не созданы условия, обеспечивающие эффективную работу.
- Из 20 человек, у которых СТ равно 5 и более, 17, т.е. 85 %, рассматривают возможность покинуть работу.
- В то же время из 51 человека, у которых СТ менее 5, только 10, т.е. менее 20 %, рассматривают возможность покинуть работу. Это однозначно свидетельствует о том, что менеджменту организации необходимо знать факторы, влияющие на величину СТ, и предпринимать все необходимые организационные меры для удержания его в пределах менее 5.

- 
- Эффективность труда сотрудника складывается из трех составляющих:
    - *способности производительно работать,*
    - *возможности производительно работать*
    - *готовности производительно работать.*
  - Модель Джонса–Чанга, хотя это и не озвучено ее авторами, несомненно, исходит из того, что работники способны производительно
  - Трудно сказать, насколько это соответствует условиям американского рынка труда, но явно не соответствует условиям российского рынка труда.
  - Наличие диплома сегодня ни в коей мере еще не свидетельствует о способности производительно выполнять работу по специальности, указанной в дипломе.
-

- 
- Что касается готовности производительно работать, то острой проблемой российской действительности является упадок профессиональной этики. Он проявляется в забвении людьми общественной значимости своего труда, утрате чувства профессиональной гордости, равнодушии к качеству продукции и достигнутым результатам и даже потере понимания необходимости интенсивно работать ради заработной платы.
  - Модель Джонса–Чанга позволяет оценить состояние эффективности труда коллектива и, главное, выявить основные факторы, его определяющие, если, конечно, рабочие места заняты сотрудниками, способными выполнять задачи, для решения которых эти места создавались.
-

- Основные факторы, которые определяют эффективность работы кадрового резерва ТПУ - «эмоциональное истощение», определяемое стрессом, «вызовы» и «финансовое вознаграждение». Корреляция с этими факторами высокая и значимая. Сильное влияние стресса на эффективность работы кадрового резерва требует специального изучения.
- Оно может быть вызвано перегрузкой и неумением планировать время, а также с «кислотной» атмосферой, в которой оказалась часть резервистов из-за того, что непосредственные руководители и коллеги восприняли льготы для резервистов как проявление несправедливости руководства ТПУ.
- Как показало исследование СТ, проведенное в других коллективах ТПУ и в других организациях, высокий стресс зачастую связан с авторитарным стилем управления в организациях в целом и в отдельных их подразделениях.
- Интересная творческая работа (фактор «вызовы») значительно снижает уровень СТ. Этого следовало ожидать, поскольку в резерв кадров зачислялись сотрудники, занимающиеся научной работой.

---

**Корреляция СТ и «эмоциональное истощение»**

---

---

**Корреляция СТ и «ВЫЗОВЫ»**

---

---

Корреляция СТ с фактором «финансовое вознаграждение» несколько слабее тем не менее, резервисты адекватно реагируют на дополнительную финансовую поддержку.

- 
- Беспокойство должен вызывать тот факт, что такие факторы, как «цели», «персональные достижения», взаимоотношения и даже «ресурсы» не являются значимыми для эффективности работы кадрового резерва.
  - Это может означать, что хотя многие из резервистов занимаются интересной научной работой, они не идентифицируют эту работу и самих себя с организацией, в которой они работают, – с ТПУ. Это подтверждается и высокой долей тех, кто готов покинуть университет.
-

Полученная в результате исследования регрессионная модель дает основания для ряда конкретных рекомендаций по подготовке резерва кадров ТПУ:

- необходим более тщательный отбор кандидатов в резерв. Желательно сформулировать компетенции, которые требуются научно-педагогическому и административному персоналу ТПУ, и отбор кандидатов производить на основе степени соответствия качеств конкретного кандидата необходимому набору компетенций;
- целесообразно изучить причины повышенного стресса у кандидатов и разработать мероприятия по его снижению (проведение тренингов по планированию времени, этике взаимоотношений и др.);
- учитывая, что ряд факторов, которые должны были бы определять эффективность работы резервистов (например, цели, продвижение по службе) оказались незначимыми и что более трети резервистов готовы уйти из ТПУ, требуется продумать мероприятия, которые могли бы повысить лояльность сотрудников к организации.