

- **Электрический диполь** — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.
- **Плечо диполя** — вектор l , направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между зарядами.
- Поле диполя обладает симметрией, потому картина поля в любой плоскости, проходящей через ось диполя, одна и та же.

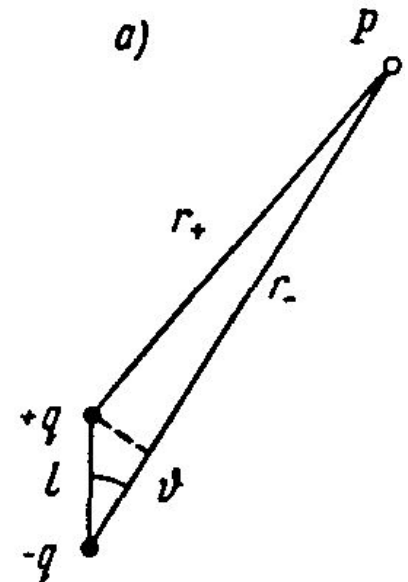
- Потенциал поля в т.Р.:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r_- - r_+)}{r_+ r_-}$$

- Т.к. $r \gg l$, из рис.: $r_- - r_+ = l \cos \vartheta$ и $r_+ r_- = r^2$.

- где r -расстояние от т. Р до диполя, тогда:

- $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \vartheta}{r^2}$ где $p=ql$ — электрический момент диполя



- Электрическому моменту диполя сопоставляют вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному ($q>0, \mathbf{l}$ – вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному):

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

- Используя определение $E_r = -\partial\varphi/\partial l$ вычислим проекции вектора \mathbf{E} вдоль ортов \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_θ :

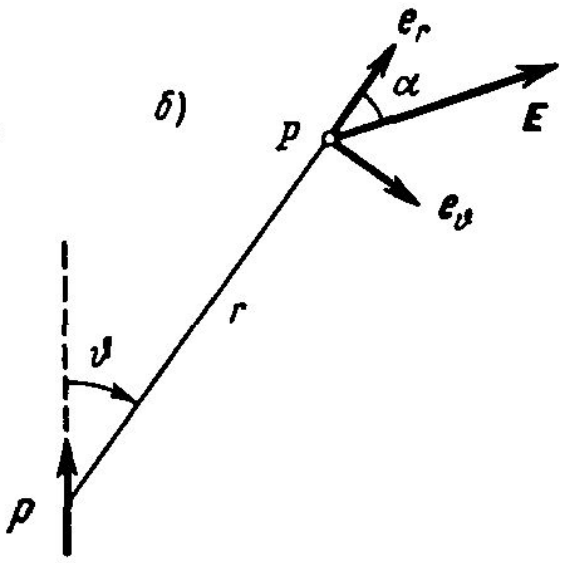
$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3}$$

- Тогда модуль вектора \mathbf{E} : $E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$

- При $\theta=0$ – ось диполя: $E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$

- При $\theta=\pi/2$ – перпендикулярно оси диполя:



$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

• Энергия диполя

• Точечный заряд q в поле с потенциалом ϕ имеет энергию: $W=q\phi$

• Диполь во внешнем поле:

$$W = q_+\phi_+ + q_-\phi_- = q(\phi_+ - \phi_-)$$

• где ϕ_- и ϕ_+ - потенциалы в точках нахождения зарядов $+q$ и $-q$;

• Т.к. $\phi_+ - \phi_- = \frac{\partial\phi}{\partial l} l$

• где $\partial\phi/\partial l$ - производная потенциала по направлению вектора \mathbf{l}

• По определению $\partial\phi/\partial l = -E_l$, то $\phi_+ - \phi_- = -E_l l = -\mathbf{E}\mathbf{l}$, тогда:

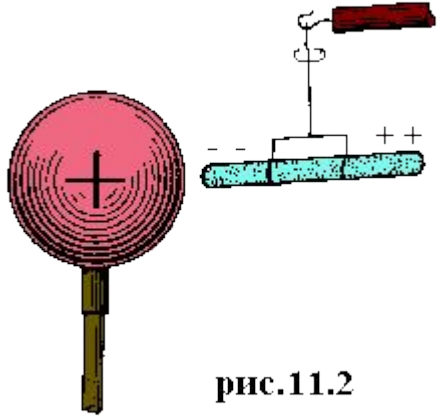
$$W = -q\mathbf{E}\mathbf{l} = -\mathbf{p}\mathbf{E}$$

• Минимальную энергию диполь имеет в положении $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{E}$ - положение устойчивого равновесия.

• При отклонении из положения равновесия \rightarrow момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия

- Диэлектрики – нет свободных носителей зарядов, способных перемещаться на большие расстояния.

- Диэлектрик во внешнем поле меняется поле внутри и снаружи диэлектрика.



Заряженный электромметр

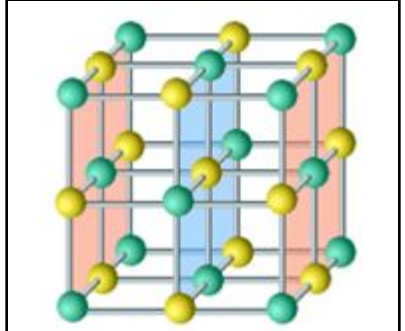
Приближаем незаряженный диэлектрик (стеклянную пластину).

Показания электромметра уменьшаются.

В чем причина?

- Диэлектрик состоит из нейтральных молекул или заряженных ионов (находящихся в узлах кристаллической решетки)

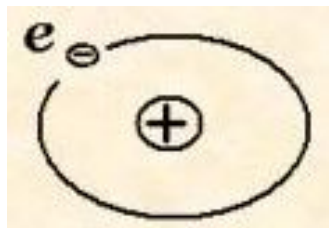
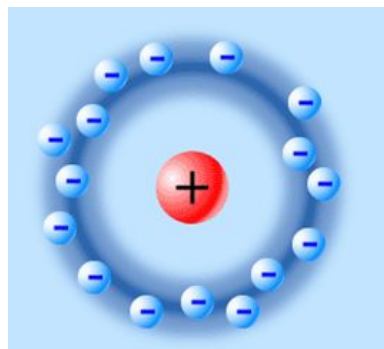
- Молекулы могут быть полярными и неполярными.



Неполярный диэлектрик

состоит из атомов или молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают

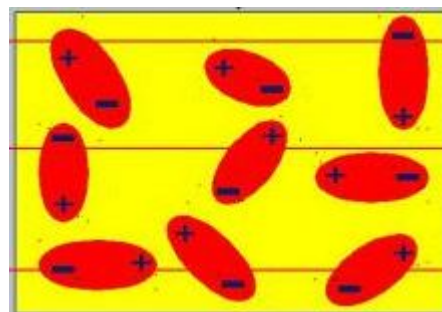
нет собственного дипольного момента p



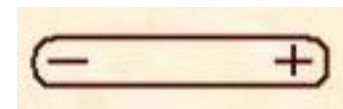
Полярный диэлектрик

состоит из атомов или молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают ; центр «тяжести» отрицательного заряда сдвинут относительно центра тяжести положительных зарядов

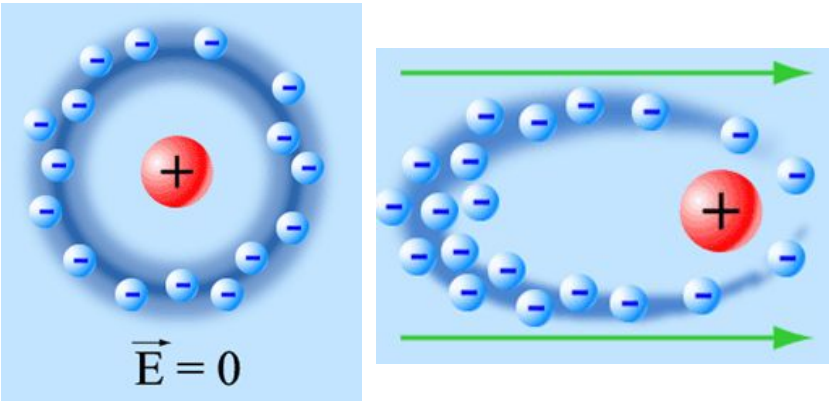
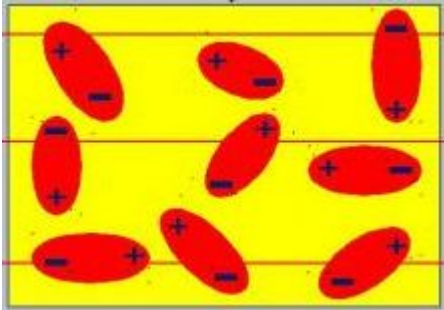
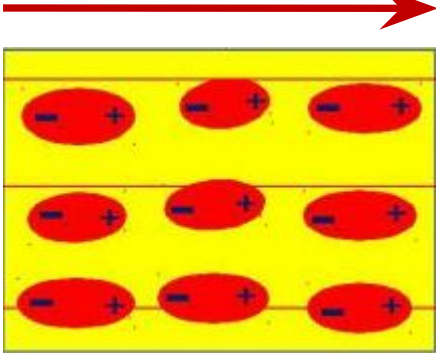
обладают собственным дипольным моментом p



молекулы
диполи



- Под действием внешнего электрического поля происходит **поляризация** диэлектриков.

Неполярный диэлектрик	Полярный диэлектрик
<p>Смещение зарядов в пределах каждой молекулы («+» - по полю; «-» - против поля)</p>	<p>При отсутствии внешнего поля $E=0$ - дипольные моменты ориентированы хаотически (из-за теплового движения) При внешнем поле $E \neq 0$ - переориентируются по полю</p>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>$E=0$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>$E \neq 0$</p>  </div> </div>

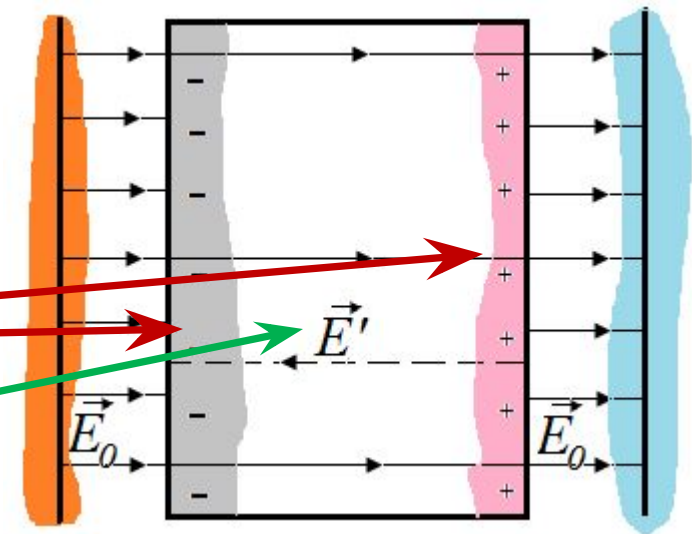
- В диэлектрических кристаллах при $E \neq 0$: положительные ионы по полю, отрицательные ионы против поля

- Для количественной характеристики поляризации диэлектрика служит физическая величина, которая называется поляризованностью.
- Поляризованность диэлектрика – вектор поляризации диэлектрика - называется электрический дипольный момент всех молекул в единице объема диэлектрика.



- $\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i / V$, где \vec{p}_i - дипольный момент i -й молекулы в объеме V
- Связь поляризованности и электрической напряженности поля E
- $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, где χ - диэлектрическая восприимчивость

В результате поляризации в объеме (или на поверхности) диэлектрика возникают связанные заряды.
 \vec{E}' - поле связанных зарядов
внутри диэлектрика



- Рассмотрим в поляризованном диэлектрике наклонную призму с основанием S и ребром L , параллельным вектору поляризации \mathbf{P} .
- Поляризация \rightarrow на одном из оснований призмы появятся отрицательные заряды с поверхностной плотностью $-\sigma$, а на другой положительные заряды с плотностью $+\sigma$.

• С макроскопической точки зрения:

Система: диполь с зарядами $-\sigma S$ и $+\sigma S$ с плечом L

Электрический момент системы: $\mathbf{p} = \sigma' S L$.

• С другой стороны:

Данный объем призмы $\Delta V = S L \cos \alpha$ имеет

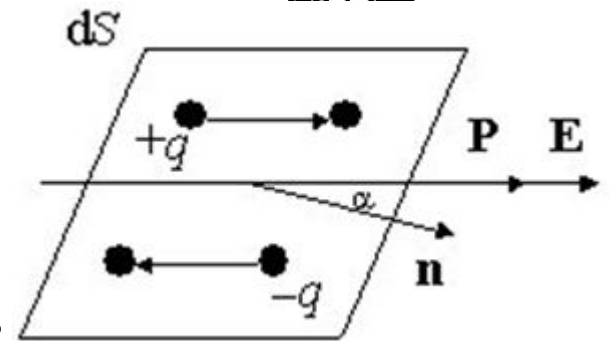
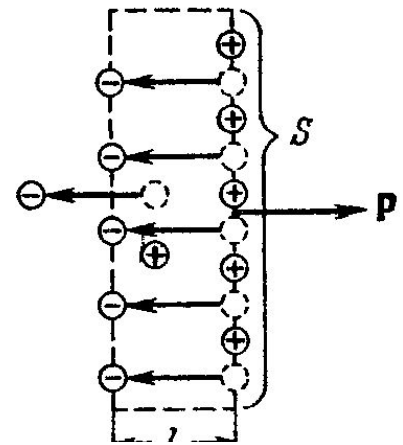
электрический дипольный момент

$$P \Delta V = P S L \cos \alpha,$$

где P – модуль поляризованности.

• Тогда: $P S L \cos \alpha = \sigma' S L \rightarrow \sigma' = P \cos \alpha = P_n,$

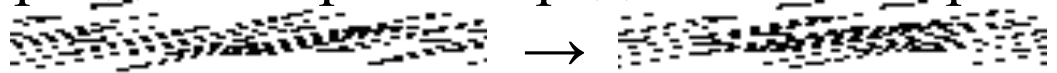
• Знак величины σ' зависит от угла (\mathbf{Pn})



- Макроскопическое поле в диэлектрике получается за счет сложения двух полей:

- E_0 – создается свободными зарядами (могут передаваться от одного тела к другому при соприкосновении и находится внутри и вне диэлектрика)
- E' - поле связанных зарядов (смещаются только внутри электрически нейтральной молекулы):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$$

- Связанные заряды отличаются от свободных только тем, что не могут существовать отдельно друг от друга. Они также являются источником поля
- Поле внутри диэлектрика определяется сторонним и связанным зарядом:  →
- Тогда теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum q + \sum q' \right)$$

- Введем величину- вектор электрического смещения (вектор электрической индукции): $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$

- Подставим ~~$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} - \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}$~~ , тогда ~~$\mathbf{D} = \epsilon_0 \left(\frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} - \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} \right) + \mathbf{P}$~~ , где $\epsilon = 1 + \chi$ - диэлектрическая проницаемость среды

- Теорема Гаусса в дифференциальной форме принимает вид:

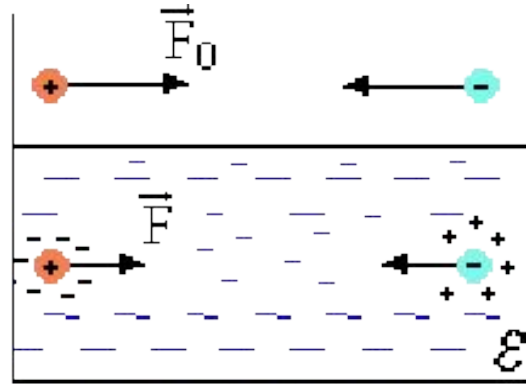
~~$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_{\text{св}}$$~~

- Линии вектора начинаются только на положительных сторонних зарядах $q > 0$, и заканчиваются только на отрицательных сторонних зарядах $q < 0$

- $\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q \rightarrow \Phi_D = \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV$

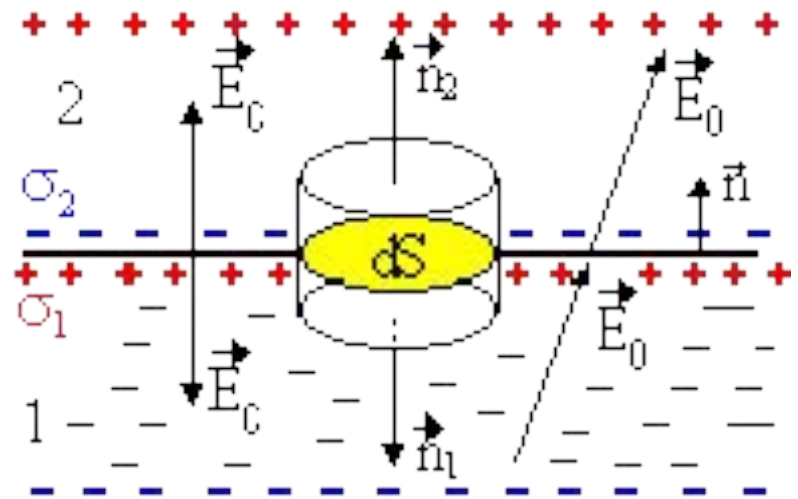
- **Теорема Гаусса для вектора электрического смещения:** поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных (сторонних) зарядов

- Пусть два заряженных шарика взаимодействуют между собой в вакууме
- Погрузим их в изолирующую (диэлектрическую) жидкость, например, в керосин, с диэлектрической проницаемостью ϵ :

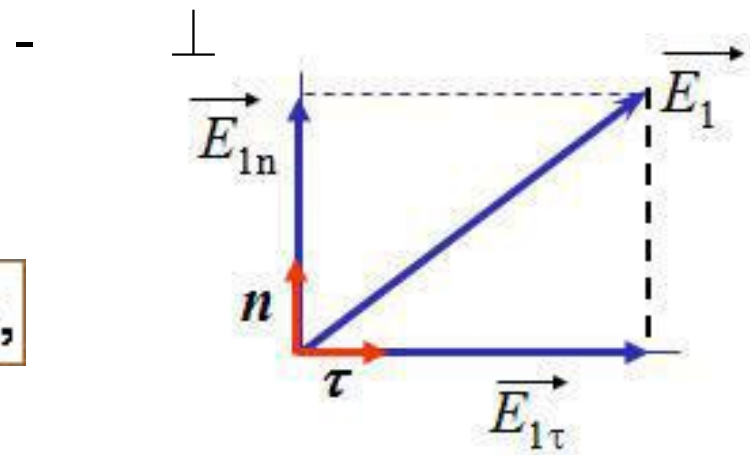


- Керосин поляризуется:
 - у поверхности положительного шарика собираются отрицательные заряды молекулярных диполей керосина
 - около отрицательного шарика - положительные заряды
 - поле ослабевает \rightarrow уменьшается сила взаимодействия между шариками.

- Рассмотрим границу двух диэлектриков, на которые наложено внешнее поле E_0 .
- Есть внешнее поле \rightarrow оба диэлектрика поляризуются \rightarrow вблизи границы в каждом из них появятся поляризационные заряды \rightarrow каждый создает собственное поле:



- Собственные поля направлены в разные стороны
- Вектор напряженности можно разложить на две составляющие:
- Нормальная составляющая поверхности
- Тангенциальная составляющая - //




$$\vec{E}_2 = E_{2\tau} \vec{\tau} + E_{2n} \vec{n}.$$

$$\vec{E}_1 = E_{1\tau} \vec{\tau} + E_{1n} \vec{n},$$

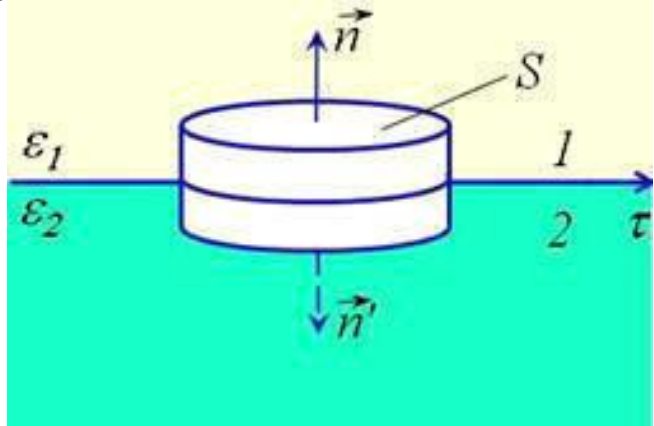
- **Граничные условия:** 

- тангенциальная составляющая вектора \mathbf{E} оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела (не претерпевает скачка).

- Нормальная составляющая: поместим на границе раздела двух диэлектриков цилиндр малой высоты, такой чтобы в пределах каждого его торца вектор  был одинаков.

- По теореме Гаусса для вектора  :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S \vec{D} \vec{n} dS = \int \vec{D}_1 \vec{n} dS + \int \vec{D}_2 \vec{n}' dS = \sum_{i=1}^n q_i$$



- Т.к. $\vec{D}_1 = D_{1\tau} \vec{\tau} + D_{1n} \vec{n},$ $\vec{D}_2 = D_{2\tau} \vec{\tau} + D_{2n} \vec{n}'$

- То $D_{1n} \Delta S + D_{2n'} \Delta S = \sigma \Delta S.$ → возьмем одну нормаль от диэлектрика 2 к диэлектрику 1: $D_{2n'} = -D_{2n}.$ Тогда: $D_{1n} - D_{2n} = \sigma.$

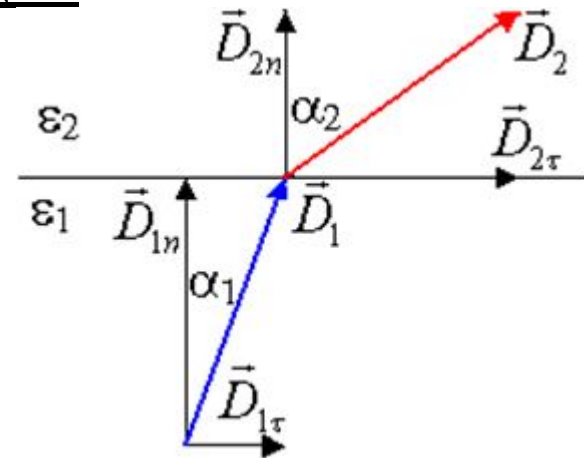
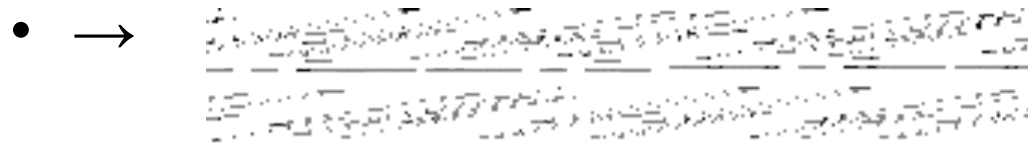
- Нормальная составляющая вектора \mathbf{D} претерпевает скачок при переходе границы раздела

- Если на границе нет сторонних зарядов: $D_{1n} = D_{2n},$

- Если на поверхности есть сторонний заряд, то электрическая индукция терпит разрыв: $D_{1n} - D_{2n} = \sigma$.

- Если такого заряда нет, то индукция непрерывна $D_{1n} = D_{2n}$,

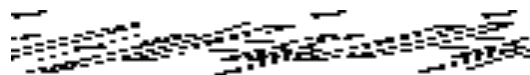
- Преломление линий электрической индукции:



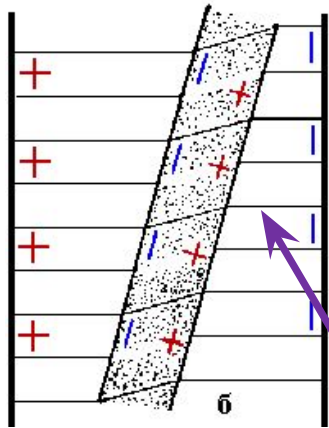
- На границе двух диэлектриков линии электрического поля преломляются по закону:



- В однородном изотропном диэлектрике индукция и напряженность сонаправлены и величина ϵ - скаляр



- Преломление электрического поля на бесконечной плоскопараллельной диэлектрической пластинке



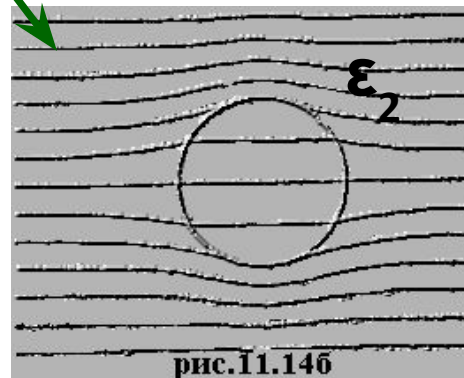
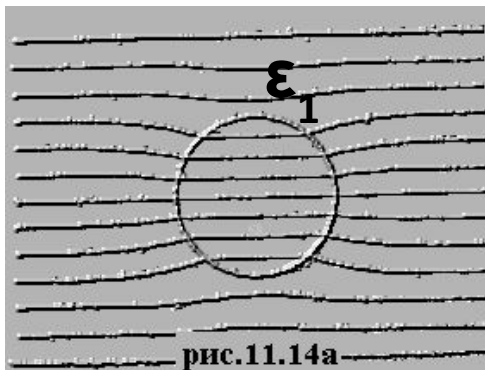
$\epsilon_1 > \epsilon_2$ -линии сгущаются



ϵ_2 Среда с большой диэлектрической проницаемостью

- **Линии напряженности** частично прерываются на границе раздела, а **линии индукции** непрерывны

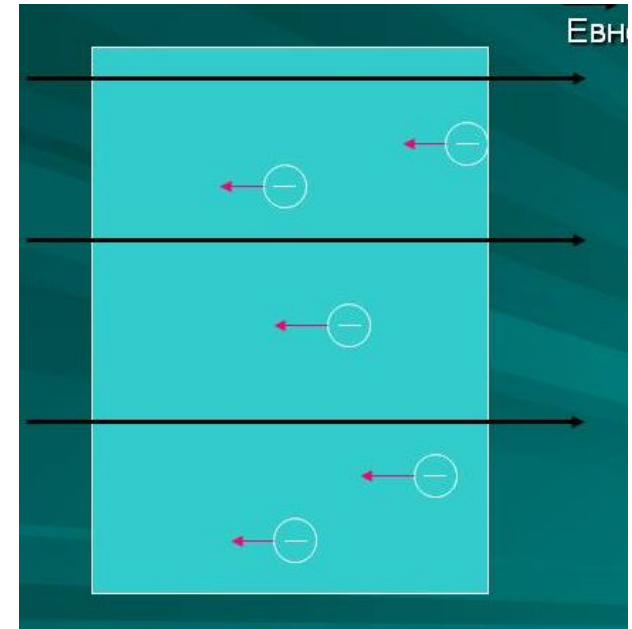
- Когда линии индукции переходят из среды с меньшей проницаемостью в среду с большей проницаемостью, то вследствие преломления они оказываются ближе друг к другу



Диэлектрический шар в однородном поле:
 ϵ_1 шара $>$ ϵ_2 шара

Проводники в электрическом поле

- Проводниками называют материалы, имеющие так называемые свободные заряды
- В отсутствие внешнего поля частицы распределяются внутри вещества так, что создаваемое ими электрическое поле в среднем по объемам, включающим большое число атомов или молекул, равно нулю.
- При внесении незаряженного проводника во внешнее электрическое поле свободные заряды начинают двигаться и через небольшое время приходят в равновесие.
- Свободные носители – электроны
- двигаются в направлении против
- силовых линий



- Напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю $E=0$.
- Т.к. $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$, то потенциал внутри проводника должен быть постоянным: $\varphi = \text{const}$
- Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности
- Если $E_{\tau} \neq 0$, то заряды будут
- перемещаться до тех пор, пока $E_{\tau} = 0$
- в случае равновесия зарядов : поверхность
- проводника будет эквипотенциальной.
- Если проводящему телу сообщить
- заряд q , условие равновесия должно выполняться.
- При равновесии: поле внутри проводника отсутствует \rightarrow поток вектора электрического смещения через поверхность равен нулю \rightarrow (по т. Гаусса) $\Sigma q = 0 \rightarrow$ внутри проводника не д.б. избыточных зарядов \rightarrow заряды распределены на поверхности

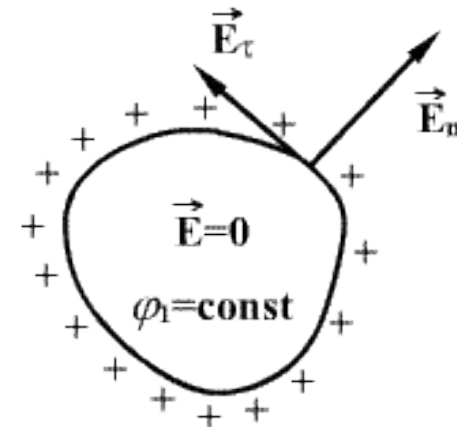
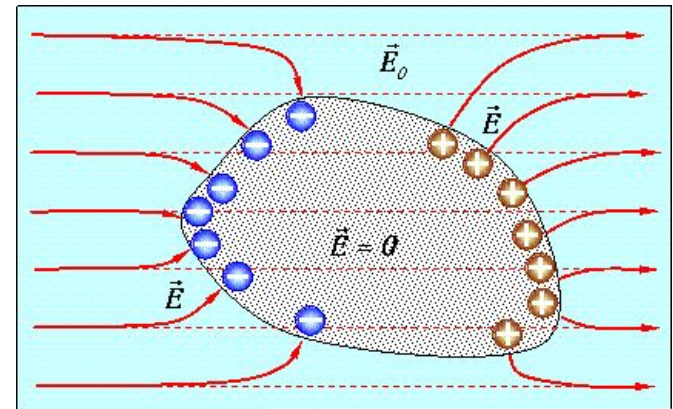
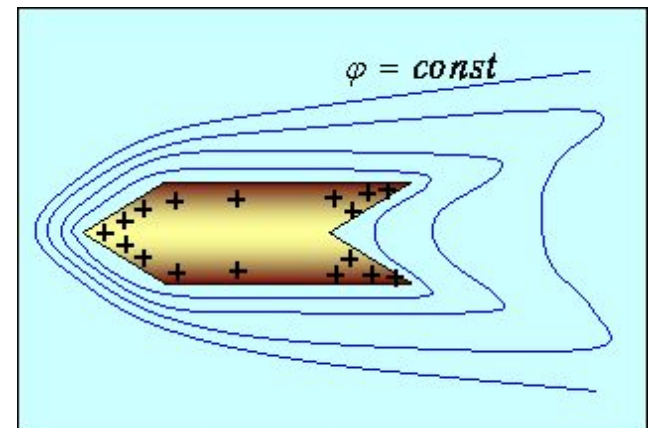


рис. 15.1

- Избыточный заряд распределяется на полом или сплошном проводнике по его наружной поверхности!
- Создается стационарное распределение зарядов:
на одной стороне проводника образуется избыток отрицательных зарядов, а на другой – избыток положительных



Если поверхность проводника имеет впадины и выпуклости:
наибольшая плотность зарядов на выпуклости (особенно острие)



- Электрический ток – перенос заряда через поверхность S , упорядоченное движение зарядов (ионы в электролитах, электроны в металлах) :

- «+» в направлении поля
- «-» отрицательные против поля

- Электрический ток характеризуют силой тока – скалярной величиной, равной заряду, переносимому носителями через рассматриваемую поверхность в единицу времени.

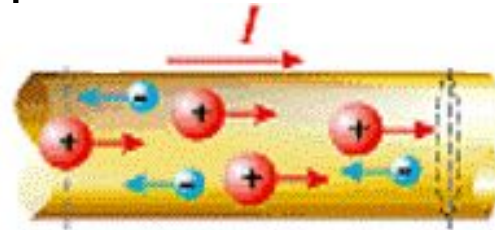
- Пусть за время dt переносится заряд dq , тогда сила тока i :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{В СИ [I]: ампер (A)}$$

- Электрический ток обусловлен движением и «+», и «-» носителей

- Пусть в проводнике движутся носители обоих знаков, за время dt чрез данную поверхность S переносятся в одном направлении положительные носители dq^+ , в противоположном dq^- , тогда сила тока:

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$



- *Направление токов- направление перемещения «+» носителей!*

- Молекулярное тепловое движение \blacktriangleright носители заряда движутся со скоростью $v \blacktriangleright$ при включении поля на хаотическое движение v накладывается упорядоченное движение $u \blacktriangleright$ средняя скорость носителей:

$$\overline{v + u} = \overline{v} + \overline{u} = u.$$

- Электрический ток может быть распределен по поверхности, тогда используют вектор плотности тока j : численно равен силе тока dI через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения носителей площадку dS , отнесенной к величине этой площадки:

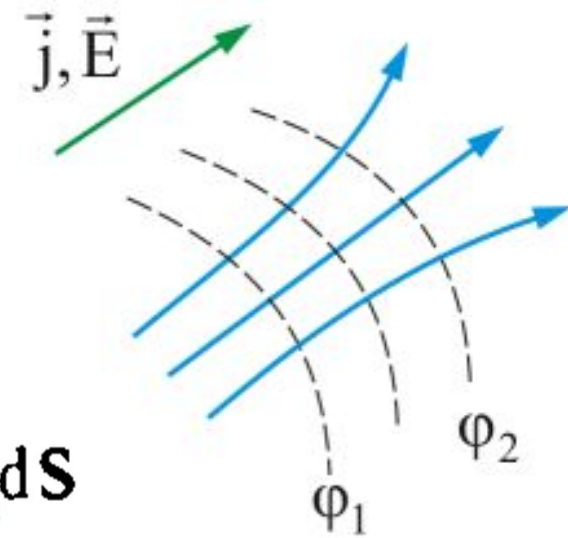
$$j = dI / dS_{\perp}$$

- Если носителями являются как положительные, так и отрицательные заряды, то плотность тока определяется формулой:

$$j = \rho_{+} u_{+} + \rho_{-} u_{-}$$

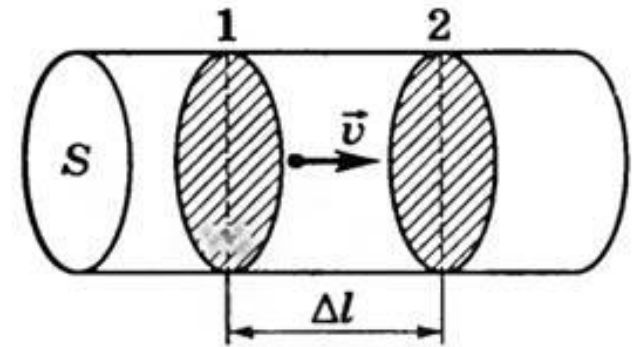
- где ρ_{+} и ρ_{-} - объемные плотности положительного и отрицательного зарядов-носителей, u_{+} и u_{-} - скорости их упорядоченного движения.

- Поле вектора \vec{j} можно изобразить графически с помощью *линий тока*, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности



- Зная \vec{j} в каждой точке поверхности S ,
- можно найти *силу тока* I через эту
- поверхность, как поток вектора \vec{j} :
$$I = \int \vec{j}_n dS$$
- В СИ $[j]$: ампер на квадратный метр (А/м²)

- Рассмотрим участок проводника:



- S - площадь, Δl - длина проводника
- n –концентрация частиц,
- q_0 - заряд частицы
- Общий заряд: $\Delta q = q_0 n S \Delta l$

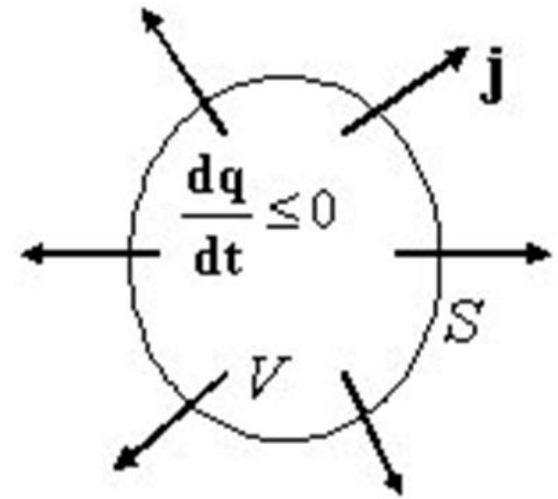
- Средняя скорость упорядоченного движения $\langle v \rangle$

- Сила тока за время $\Delta t = \Delta l / \langle v \rangle$: $I = \Delta q / \Delta t = q_0 n S \langle v \rangle$

- Сила тока в проводнике зависит от заряда, переносимого одной частицей, их концентрации, средней скорости направленного движения частиц и площади поперечного сечения проводника

- Если сила тока не меняется во времени, то ток, протекающий в проводнике, называют постоянным
- Рассмотрим среду, в которой течет ток
- Выделим в ней замкнутую поверхность S
- Для тока, выходящего в единицу
- времени из объема V , ограниченного
- поверхностью S , имеем:

$$i = \oint_S \mathbf{j} d\mathbf{S}$$



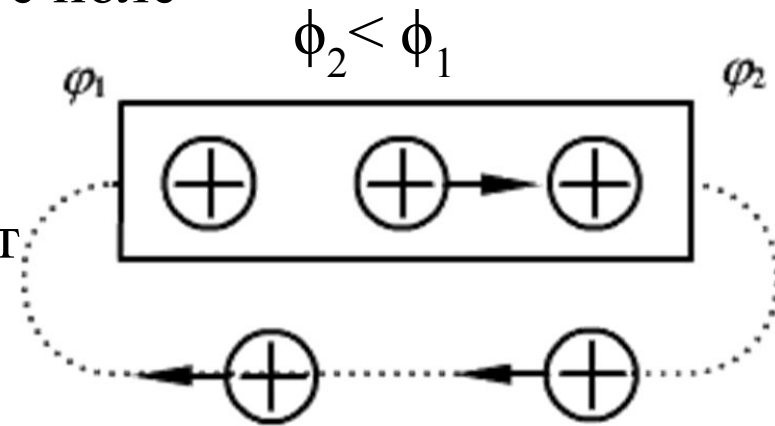
- В силу закона сохранения заряда эта величина должна быть равна скорости убывания заряда, содержащегося в объеме V :

- $\oint_S \mathbf{j} d\mathbf{S} = -dq / dt$ - уравнение непрерывности

- «-», так как заряд убывает, левая часть будет положительна, если полный заряд в данном объеме увеличивается
- Для стационарного тока $dq/dt=0$: $\oint \mathbf{j} d\mathbf{S} = 0$.
- Для постоянного тока поле вектора \mathbf{j} не имеет источников.

- В проводнике создается электрическое поле

- носители зарядов перемещаются
- их количество ограничено
- поле внутри проводника исчезнет
- ток прекратится



- Для поддержания тока необходимо
- от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые током заряды;
- к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить.
- Циркуляция вектора напряженности электростатического поля, равна нулю ➤ в замкнутой цепи должны быть участки, на которых перенос положительных зарядов происходит в направлении возрастания ϕ , т.е. против сил электростатического поля.
- Перемещение, зарядов на этих участках возможно лишь с помощью сил не электростатического происхождения, называемых сторонними силами.
- Для поддержания тока необходимы сторонние силы

- Сторонние силы могут быть обусловлены:
 - химическими процессами,
 - диффузией носителей заряда в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ,
 - электрическими (но не электростатическими) полями,
 - порожденными меняющимися во времени магнитными полями и т.д.
- Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами.
- Работа сторонних сил = работа, совершаемая против электрического поля внутри источника тока ($A_{\text{ист}}$) + работа, совершаемой против сил сопротивления среды (A'):
 - $$A_{\text{ст}} = A_{\text{ист}} + A'$$
- Величина, равная работе сторонних сил, отнесенной к единице положительного заряда называется электродвижущей силой (э.д.с.), действующей в цепи или на участке:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}$$

- Работа против сил электрического поля, по определению равна

$$A = \int_{12}^{21} \vec{F}_{ст} \cdot d\vec{l}$$

- Если полюсы источника разомкнуты, то и тогда
- т.е. э.д.с. источника тока при разомкнутой внешней цепи равна разности потенциалов, которая создается на его полюсах.
- В СИ $[\xi] = \text{размерность потенциала} = \text{Вольт (В)}$
- Стороннюю силу $F_{ст}$, действующую на заряд, можно представить в виде:

$$F_{ст} = E^* q$$

- Векторную величину E^* называют напряженностью поля сторонних сил. Работу сторонних сил над зарядом q на всём протяжении замкнутой цепи можно выразить следующим образом:

$$A = \oint f_{стl} dl = q \oint E_i^* dl$$

- Разделим эту работу на q , получим э.д.с., действующую в цепи:

$$\mathcal{E} = \oint E_i^* dl$$

э.д.с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил

- Для участка цепи электродвижущая сила, действующая на некотором участке 1-2: $\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 E_l^* dl$
- Кроме сторонних сил $F_{ст}$ на заряд действуют силы электростатического поля: $F_{ст} = qE$
- Результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд q , равна: $F_{рез} = qE_{рез}$
- Полная работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке цепи 1-2, дается выражением: $A_{12} = q \int_1^2 E_l^* dl + q \int_1^2 E_l dl = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2)$
- Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю: $A = q\mathcal{E}$
- Величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется падением напряжения или просто напряжением U на данном участке цепи:
- $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$. Если $F_{ст}=0$, то $U_{12} = \mathcal{E}_{12}$

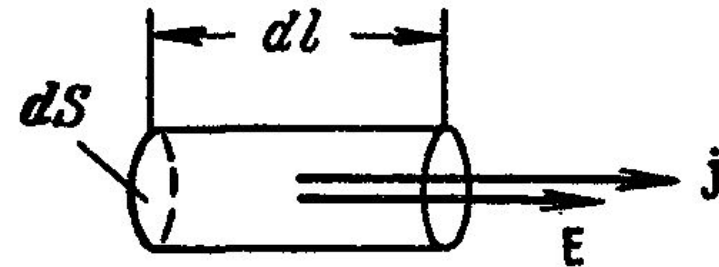
- Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил закон Ома для участка цепи: сила тока, текущего по однородному (отсутствуют сторонние силы) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения на проводнике:

$$I = \frac{1}{R} U$$

- Однородным называется участок цепи, в котором не действуют сторонние силы (нет источников тока).
- Величина R называется электрическим сопротивлением проводника
- В СИ $[R]$ - Ом, 1 Ом равен сопротивлению такого проводника, в котором при напряжении 1В течет ток в 1 А.
- $R = \rho \frac{l}{S}$ где l - длина проводника; S - площадь его поперечного сечения; ρ - коэффициент, зависит от свойств материала, называется удельным электрическим сопротивлением.
В СИ $[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$;
- Коэффициент электропроводимости – проводимость материала:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

- Для большинства металлов удельное сопротивление растет с температурой приблизительно по линейному закону:
- где ρ_0 - удельное сопротивление при 0°C , t - температура в градусах Цельсия, α - постоянный коэффициент, численно равный примерно $1/273$.
- Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем dV
- dl параллельна вектору плотности тока \mathbf{j}
- $\mathbf{j}dS$ - ток через поперечное сечение dS
- $E dl$ - напряжение, приложенное к цилиндру
- E - напряженность поля в данном месте
- Сопротивление цилиндра: $\rho \frac{dl}{dS}$
- Используя закон Ома: $\mathbf{j}dS = \frac{dS}{\rho dl} \cdot E dl$
- Носители заряда в каждой точке движутся в направлении вектора $E \rightarrow$ направления векторов E и \mathbf{j} совпадают.
- Закон Ома в дифференциальной форме:



$$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$

- Пусть в проводнике течет постоянный ток;
- Электростатическое поле и внешние силы совершают работу по перемещению электрического заряда от одного конца проводника к другому;
 - при этом проводник остается неподвижный и внутри него не происходят химические превращения →
 - работа сторонних сил расходуется на увеличение внутренней энергии проводника, на его нагревание.
- Пусть на концах участка пров-ика разность потенциалов:
- Работа по переносу q на этом участке равна:
- По определению $I = q/t$. откуда $q = I t$. Тогда:
- Так как работа идет на нагревание проводника, то выделяющаяся в проводнике теплота = работе электростатических сил: $Q = A$
- $Q = RI^2t$ - закон Джоуля-Ленца (интегральная ф.)
- Если сила тока изменяется со временем:

$$Q = \int_0^t Ri^2 dt$$

- Найдем Q для выделенного участка: пусть V – объем цилиндрической формы, dS и dl – его поперечное сечение и длина.
- Ось этого цилиндра совпадает с направлением вектора плотности тока j .
- За время dt в данном объеме выделится количество теплоты:

- Разделим ур $\delta Q = RI^2 dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dV dt$ ной
тепловой мощности тока ω :

- равна энергии выделенной z : $\omega = \rho j^2$ у время прохождения тока в каждой единице объема проводника
- Используем z . Ома в дифференциальной форме:
- Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме $j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$
тепловая мощность тока пропорциональна квадрату плотности электрического тока и удельному сопротивлению среды в данной точке:

$$\omega = jE = \sigma E^2$$

$$\omega = \rho j^2$$

• Закон Ома для неоднородного участка цепи (для участков, где действуют сторонние силы):

• Пусть на концах участка разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$):



• В направлении стрелки $I > 0$, $\xi > 0$

• Проводник неподвижен: единственный результат – нагрев

• Работа всех сил (эл/ст+стор), совершенная над носителями = теплу

• За время dt переносится заряд $dq = Idt$.

• Работа над зарядом: $dA = \mathcal{E}_{12} dq + (\varphi_1 - \varphi_2) dq$

• Тепло, выделившееся за dt : $dQ = I^2 R dt = IR (I dt) = IR dq$

• Тогда:

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12} \quad \blacktriangleright \quad \boxed{I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}}$$

• $\xi_{12} < 0$ – если э.д.с. препятствует движению «+» носителей

• $\xi_{12} > 0$ – если э.д.с. способствует движению «+» носителей

• В дифференциальной форме:

$$\boxed{\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)}$$

- Закон Ома для замкнутой цепи:
- если необходимо найти силу тока в цепи, но при этом напряжение на ее концах не задано;
- известно сопротивление цепи и электродвижущая сила источника тока;
- То применить закон Ома для участка цепи невозможно;
- В этом случае применяют закон Ома для замкнутой цепи:

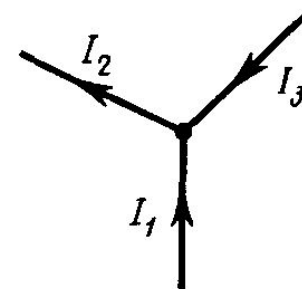
$$I = \frac{\xi}{R + r}$$

- где R - сопротивление внешней цепи; r - внутреннее сопротивление источника тока; I - сила тока в цепи; ξ - электродвижущая сила источника тока
- Мощность электрического тока равна отношению работы тока ΔA к интервалу времени Δt , за которое эта работа была совершена:
- СИ $[P] = \text{Ватт (Вт)}$

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

- Правила Кирхгофа:
- Первое правило относится к узлам цепи, т.е. к точкам, в которых проходит более чем два тока.
- Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_k = 0$$



$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

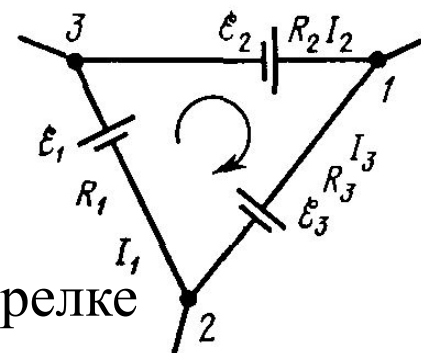
- Токи, текущие к узлу, считаются имеют
- один знак (плюс или минус), от узла –
- имеют другой знак (минус или плюс).
- Второе правило является следствием 3. Ома для неоднородных участков цепи: *алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре:*

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k$$

$$I_1 R_1 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_1,$$

$$I_2 R_2 = \varphi_3 - \varphi_1 + \mathcal{E}_2, \quad \text{Контур из 3-х участков;}$$

$$I_3 R_3 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_3. \quad \text{Направление обхода по часовой стрелке}$$



- Энергия взаимодействия системы электрических зарядов:

$$W = 1/2 \sum q_i \varphi_i$$

- Если заряды распределены непрерывно, то имея систему элементарных зарядов $dq = \rho dV$ получим:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho \varphi dV$$

- где ϕ - потенциал, создаваемый всеми зарядами системы в элементарном объеме dV

- Энергия уединенного проводника зарядом q и потенциалом ϕ (одинаковым во всех точках проводника):

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

- Энергия конденсатора с разностью потенциалов U и электрической ёмкостью C :

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

- Это полная энергия взаимодействия = энергия взаимодействия зарядов одной обкладки и со второй + энергия взаимодействия внутри каждой обкладки

- Энергия электрического поля:

- Плоский конденсатор имеет энергию: $W = CU^2/2$

- Т.к. $C = \epsilon\epsilon_0 S/h$, то

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 SU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \left(\frac{U}{h}\right)^2 Sh.$$

- Т.к. $U/h = E$ и $Sh = V$ - объем между обкладками конденсатора, то:

$$W = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon E^2 V$$

- Энергия поля для изотропного диэлектрика:

$$W = \int \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} dV = \int \frac{\mathbf{E}\mathbf{D}}{2} dV$$

- Объемная плотность энергии, распределенной в пространстве w :

$$w = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} = \frac{\mathbf{E}\mathbf{D}}{2}$$