ФУНКЦИЯ $y=ax^2+bx+c$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Алгебра 6 апреля

Задание:

1.Законспектировать презентацию.

1. Разбор заданий

609-612(примеры решения некоторых заданий представлены в презентации)

3.Задания для самостоятельного выполнения:613-615

Квадратный трехчлен

$$ax^2+bx+c$$

a, b, c – числа (коэффициенты), $a \neq 0$.

ax^2 – *старший член квадратного трехчлена.*

a – старший коэффициент квадратного трехчлена.

$3x^2+2x$ *a = 3, b = 2, c = 0.*

Функцию $y=ax^2+bx+c$*, где a, b, c – произвольные числа, причем* $a \neq 0$*, называют квадратичной функцией.*

Пример 1: Построить график функции $y=-3x^2-6x+1$.

Решение:

Выделим полный квадрат

$$-3x^2-6x+1=-3(x^2+2x)+1=-3\big((x^2+2x+1)-1\big)+1=$$
$$=-3\big((x+1)^2-1\big)+1=-3(x+1)^2+3+1=-3(x+1)^2+4.$$

$$y=-3(x+1)^2+4$$

$$(-1;4)$$

$$y=-3x^2$$

(0;0), (1;-3), (-1;-3),(2;-12), (-2;-12)

$$y=a(x+l)^2+m$$

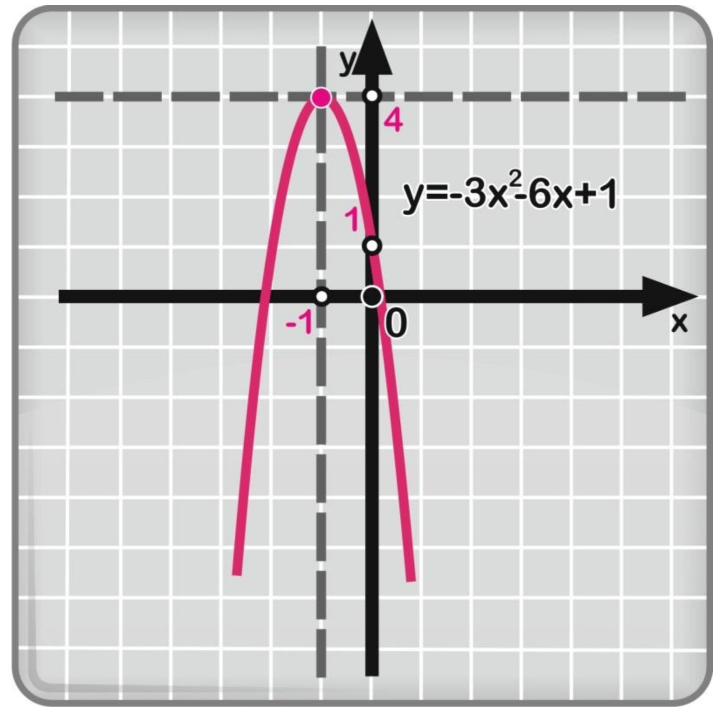
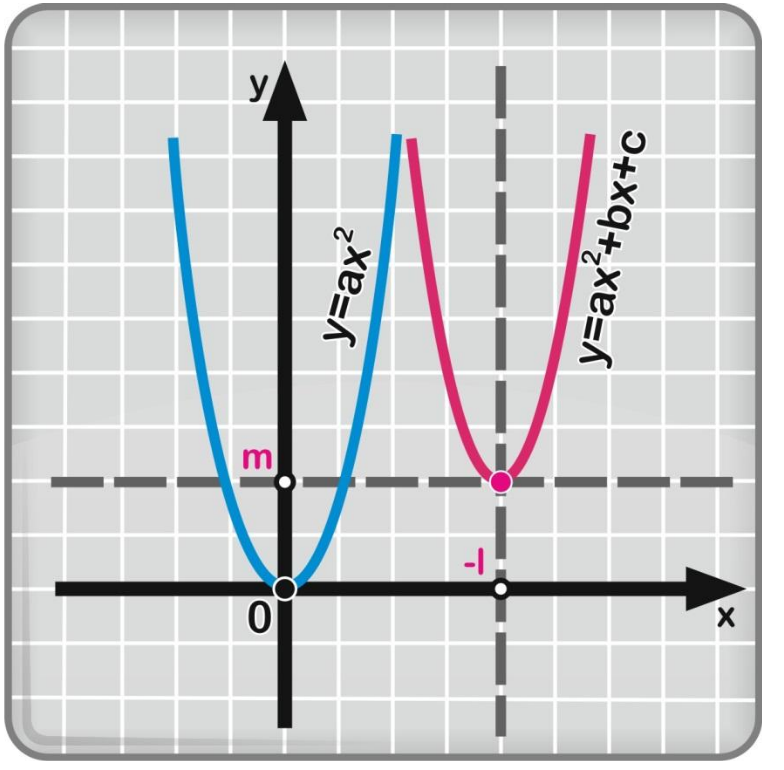


График любой квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ можно получить из параболы $y=ax^2$ параллельным переносом.

Теорема: *Графиком квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ является парабола, которая получается из параболы $y=ax^2$ параллельным переносом.*



Доказательство:

$$y = a(x+l)^2 + m$$

$$y = ax^2$$

$$(-l; m)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x = -l; \quad x = -\frac{b}{2a}.$$

Осью параболы $y=ax^2+bx+c$ служит прямая $x = -\dfrac{b}{2a}$ *; абсцисса x_0 вершины параболы $y=ax^2+bx+c$ вычисляется по формуле*

$$\boxed{x_0 = -\frac{b}{2a}.} \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Ветви параболы $y=ax^2+bx+c$ направлены вверх, если $a>0$, и вниз, если $a<0$.

$$x=-\frac{b}{2a}$$

$$x_0=-\frac{b}{2a},$$

$$y_0=f(x_0), \quad f(x)=ax^2+bx+c$$

$$y_0=\frac{4ac-b^2}{4a}.$$

Пример 2: Построить график функции $y=2x^2-6x+1$.

Решение:

2 – *положительное число*

$$a=2,\ \ b=-6,$$

$$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2\cdot 2}=1{,}5.$$

$$y_0=f(x_0)=f(1{,}5),\ \ f(x)=2x^2-6x+1$$

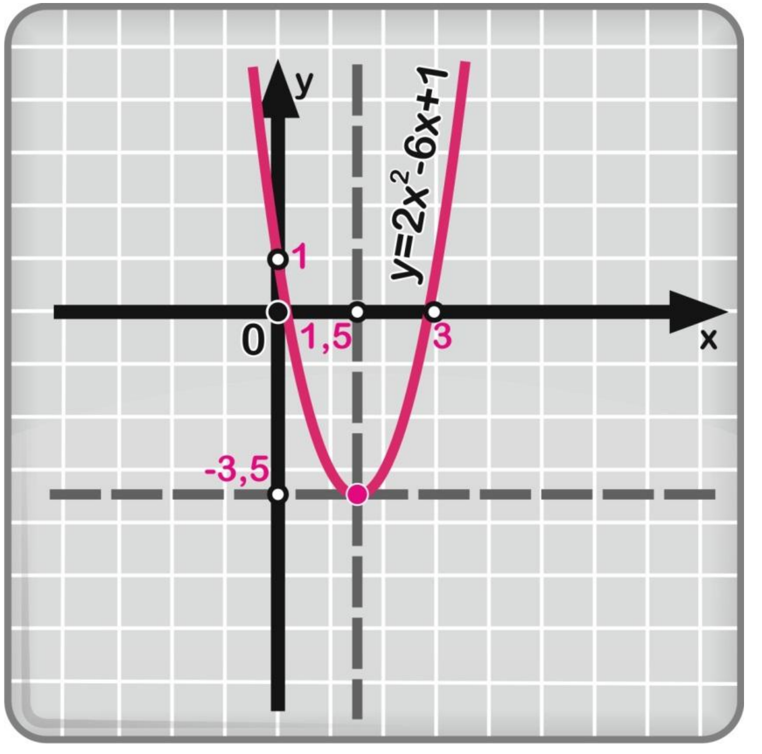
$$y_0=f(1{,}5)=2\cdot 1{,}5^2-6\cdot 1{,}5+1=-3{,}5.$$

$$(1{,}5;-3{,}5)$$

$$x=0,\ \ x=3,\ f(0)=f(3)$$

$$f(0)=1,\quad f(3)=1$$

$$(0;1),\ (3;1)$$



Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось параболы.

2. Отметить на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (чаще всего в качестве одной из таких точек берут точку x=0), найти значения функции в этих точках; построить на координатной плоскости соответствующие точки.

3. Через полученные три точки провести параболу (в случае необходимости берут еще пару точек, симметричных относительно оси параболы, и строят параболу по пяти точкам).

Разбор задания 608

- 1)y=$(x-3)^2$-2 $x_0 = 3$ $y_0 = -2$
- 2)y=$(x+4)^2$+3 $x_0 = -4$ $y_0 = 3$
- 3)y=5$(x+2)^2$-7 $x_0 = -2$ $y_0 = -7$
- 4)y=-4$(x-1)^2 + 5$ $x_0 = 1$ $y_0 = 5$

609 1)

$y = x^2 + 4x + 1$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$

$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1 - 4^2}{4 \cdot 1} = \frac{-12}{4} = -3$

Вершена $(-2; -3)$

610) 1. $y = x^2 + 2$

$x_0 = 0$ т.к. $c = 0$ в этой функции, и нет переменной x во 2 члене

$y_0 = 0 + 2 = 2$

611) 1) $y = x^2 + 3$

Ось симметрии параболы – это вершина $y = x^2 + 3$, т.к $c = 0$ в этой функции то $x_0 = 0$.

5) $y = x^2 + x + 1$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$.

08:00

09:00

10:00

11:00

612.) $y = x^2 - 10x$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2} = 5$

Значия $x = 5$ ось симметри

1) $(5; 10)$ – подходит

2) $(3; -8)$ не подходит