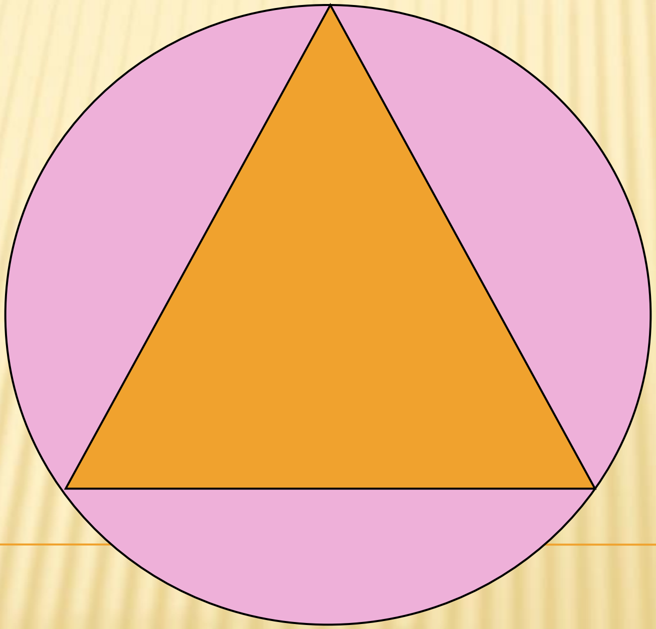
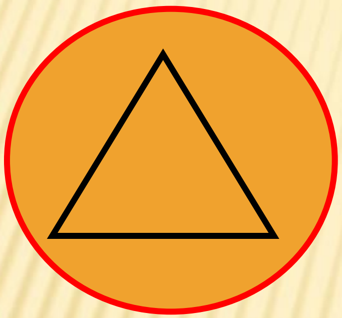
ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ



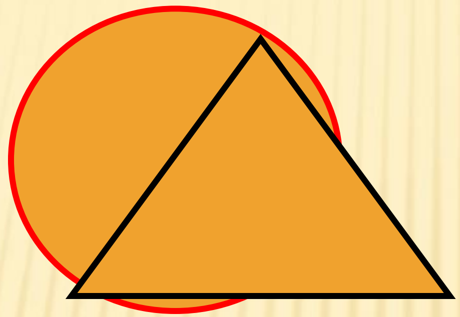
Определение: окружность называется описанной около треугольника, если все вершины треугольника лежат на этой окружности.

На каком рисунке окружность описана около треугольника:

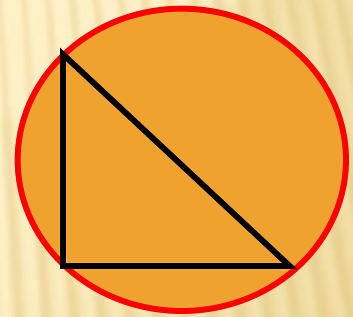
1)



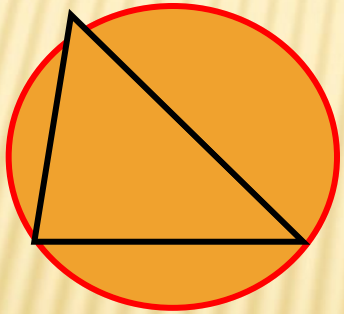
2)



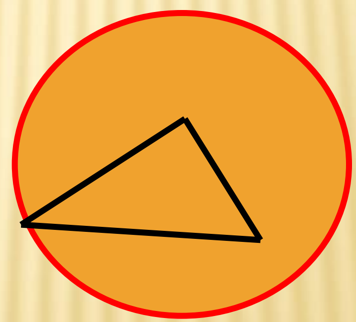
3)



4)



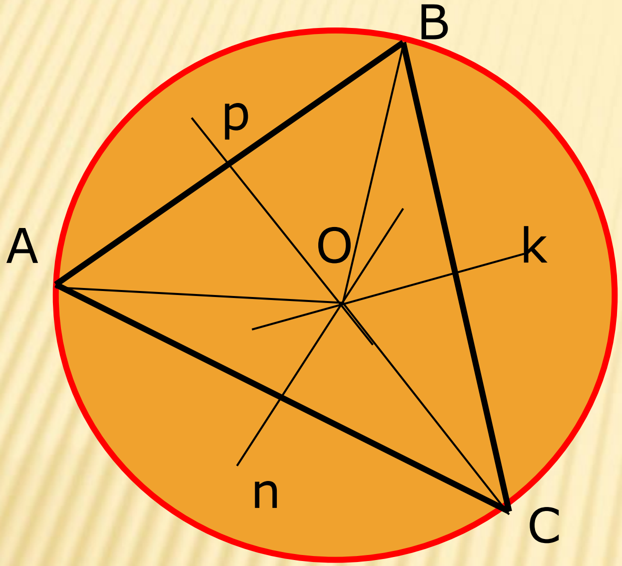
5)



Если окружность описана около треугольника, то треугольник вписан в окружность.

Теорема. **Около треугольника можно описать окружность, и притом только одну.**

Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



Дано: △ABC

Доказать: существует Окр.(O; r), описанная около △ABC.

Доказательство:

Проведём серединные перпендикуляры p, k,n к сторонам AB, BC, AC

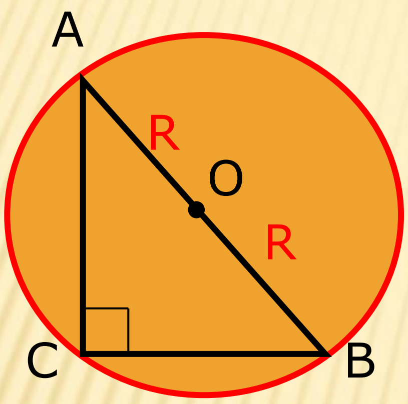
По свойству серединных перпендикуляров к сторонам треугольника (замечательная точка треугольника):
они пересекаются в одной точке – O, для которой OA = OB = OC.

Т. е. все вершины треугольника равноудалены от точки O, значит, они лежат на окружности с центром O.

Значит, окружность описана около треугольника ABC.

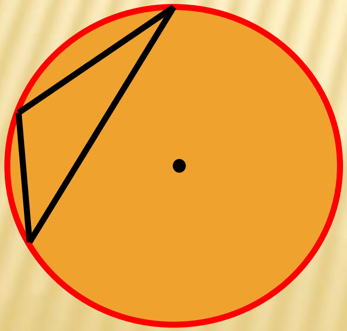
Важное свойство:

1.Если окружность описана около прямоугольного треугольника, то её центр – середина гипотенузы.



R = ½ AB

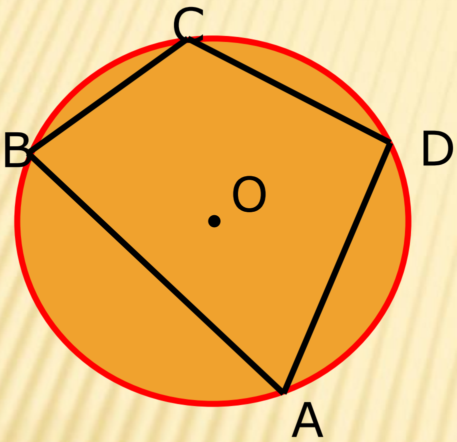
Задача: найти радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, катеты которого равны 3 см и 4 см.



2. Центр окружности, описанной около тупоугольного треугольника, лежит вне треугольника.

Опр-ние: **окружность называется описанной около четырёхугольника, если все вершины четырёхугольника лежат на окружности.**

Теорема. **Если около четырёхугольника описана окружность, то сумма его противоположных углов равна 180^0.**



Дано: Окр.(O;R) описана около ABCD

Доказать: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$

Доказательство:

Т. к. окружность описана около ABCD, то $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – вписанные, значит,

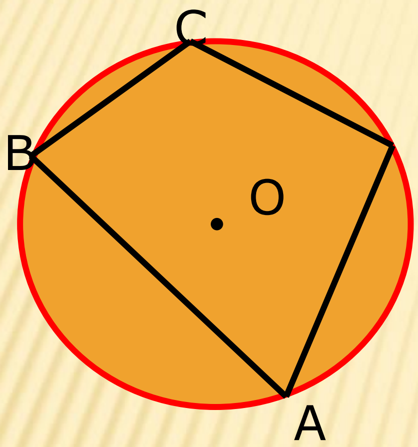
$$\angle A + \angle C = \tfrac{1}{2} \smile BCD + \tfrac{1}{2} \smile BAD = \tfrac{1}{2} (\smile BCD + \smile BAD) = \tfrac{1}{2} \cdot 360^0 = 180^0$$

$$\angle B + \angle D = \tfrac{1}{2} \smile ADC + \tfrac{1}{2} \smile ABC = \tfrac{1}{2} (\smile ADC + \smile ABC) = \tfrac{1}{2} \cdot 360^0 = 180^0$$

Значит, $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$

Другая формулировка теоремы: **во вписанном в окружность четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.**

Обратная теорема: **если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180^0, то около него можно описать окружность.**



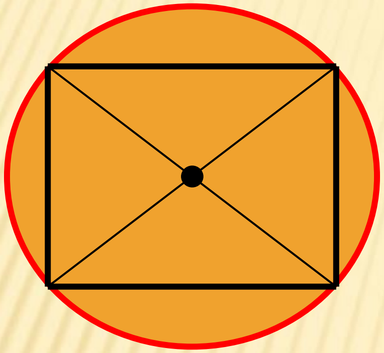
Дано: ABCD, $\angle A + \angle C = 180^0$

Доказать: Окр.(O;R) описана около ABCD

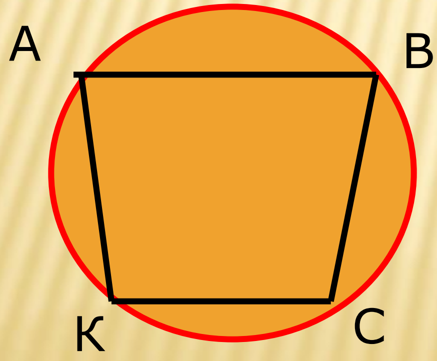
Доказательство: № 729 (учебник)

Вокруг какого четырёхугольника нельзя описать окружность?

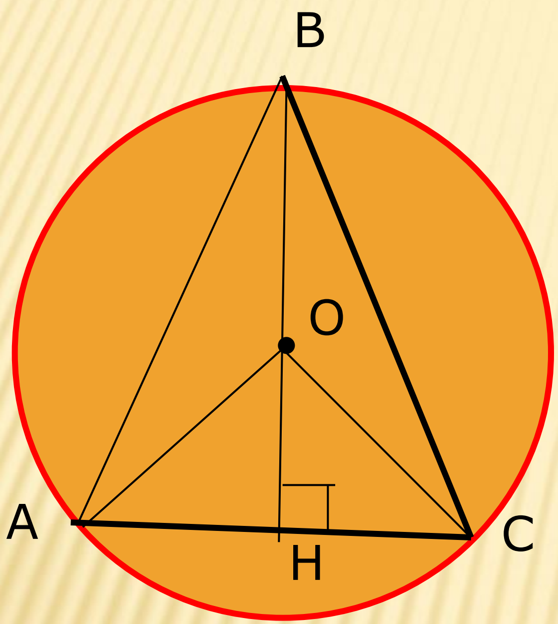
Следствие 1: **около любого прямоугольника можно описать окружность, её центр – точка пересечения диагоналей.**



Следствие 2: **около равнобедренной трапеции можно описать окружность.**



Задача: в окружность, радиус которой 10 см, вписан равнобедренный треугольник. Высота, проведённая к его основанию равна 16 см. Найти боковую сторону и площадь треугольника.



Дано: $\triangle ABC$- р/б, $BH \perp AC$, $BH = 16$ см
Окр.(O; 10 см) описана около ABC

Найти: AB, S_{ABC}

Решение:

Т. к. окружность описана около равнобедренного треугольника ABC, то центр окружности лежит на высоте BH.

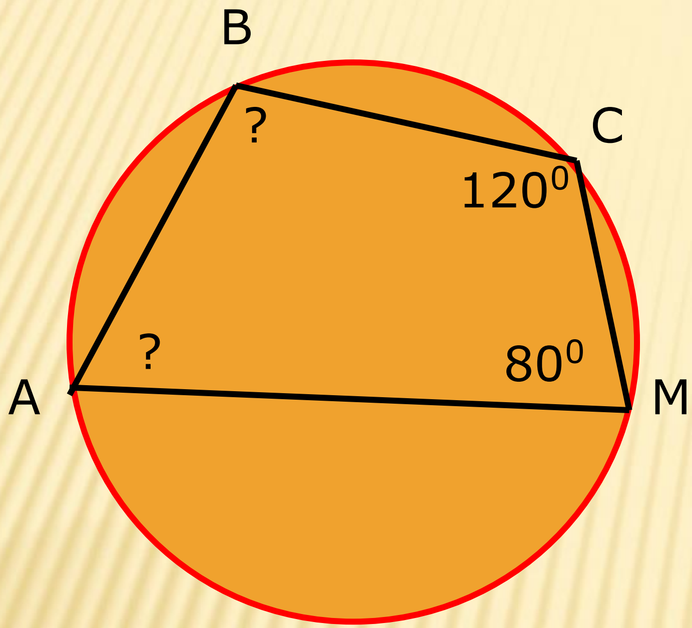
$AO = BO = CO = 10$ см, $OH = BH - BO =$
$= 16 - 10 = 6$ (см)

$\triangle AOH$ – прямоугольный, $AO^2 = AH^2 + AH^2$, $AH^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, $AH = 8$ см

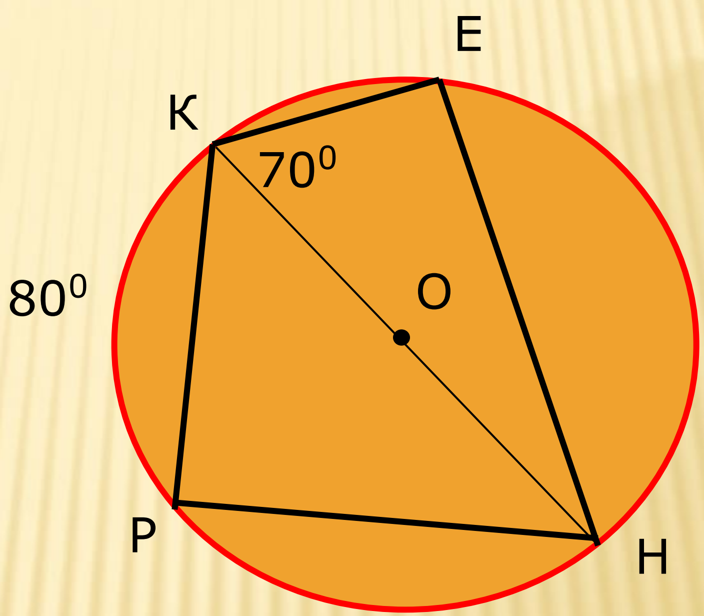
ABH – прямоугольный, $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 8^2 + 16^2 = 64 + 256 = 320$,
$AB = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$ (см)
$AC = 2AH = 2 \cdot 8 = 16$ (см), $S_{ABC} = ½\ AC \cdot BH = ½ \cdot 16 \cdot 16 = 128$ (см^2)

Ответ: $AB = 8\sqrt{5}$ см , $S = 128$ см^2

Реши задачи



Найти углы четырёхугольника РКЕН:



ДОМА: §74 - 75.
№ 701; 703.