

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

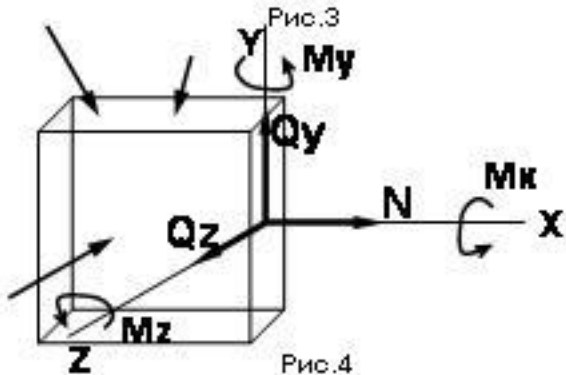
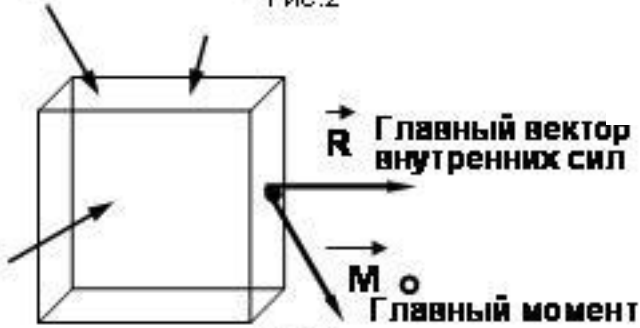
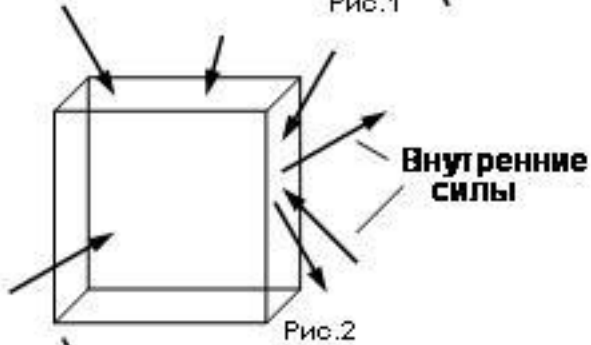
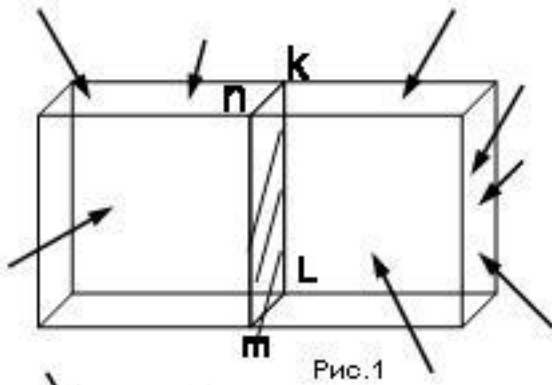
## Тема 3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

### **Занятие 3.1.2. Закон Гука при центральной растяжении (сжатии)**

Учебные вопросы:

1. Построение эпюр продольных сил.
2. Абсолютная и относительная продольная деформация.  
Коэффициент Пуассона.
3. Закон Гука.

# Метод сечений



$$\vec{R}_o = \vec{Q}_x + \vec{Q}_y + \vec{N};$$

$$\vec{M}_o = \vec{M}_x + \vec{M}_y + \vec{M}_z$$

$$\begin{cases} \sum_i P_{ix} + Q_x = 0 \\ \sum_i P_{iy} + Q_y = 0 \\ \sum_i P_{iz} + N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_i M_{ix} + M_x = 0 \\ \sum_i M_{iy} + M_y = 0 \\ \sum_i M_{iz} + M_\kappa = 0 \end{cases}$$

- Составляющие  $\overset{\curvearrowright}{Q}_x, \overset{\curvearrowright}{Q}_y, \overset{\curvearrowright}{Q}_z, \overset{\curvearrowright}{M}_x, \overset{\curvearrowright}{M}_y, \overset{\curvearrowright}{M}_z = \overset{\curvearrowright}{M}_K$  называются внутренними силовыми факторами.
- Здесь  $\sum_i P_{ix}, \sum_i P_{iy}, \sum_i P_{iz}$  – суммы проекций всех внешних сил;

$\sum_i M_{ix}, \sum_i M_{iy}, \sum_i M_{iz}$  – суммы проекций внешних моментов;

$N$  – продольная сила;

$Q_x, Q_y$  - поперечные силы;

$M_z = M_K$  - крутящий момент;

$M_x, M_y$  - изгибающие моменты.

**Деформированные состояния, при которых  
возникают данные силовые факторы:**

1. Растяжение-сжатие (продольные силы  $N$ );
2. Сдвиг (поперечные силы  $Q_x$ ,  $Q_y$ );
3. Кручение (крутящий момент  $M_K$ );
4. Изгиб (изгибающие моменты  $M_x$ ,  $M_y$ );
5. Сложные деформации (несколько усилий, например, изгибающий и крутящий моменты).

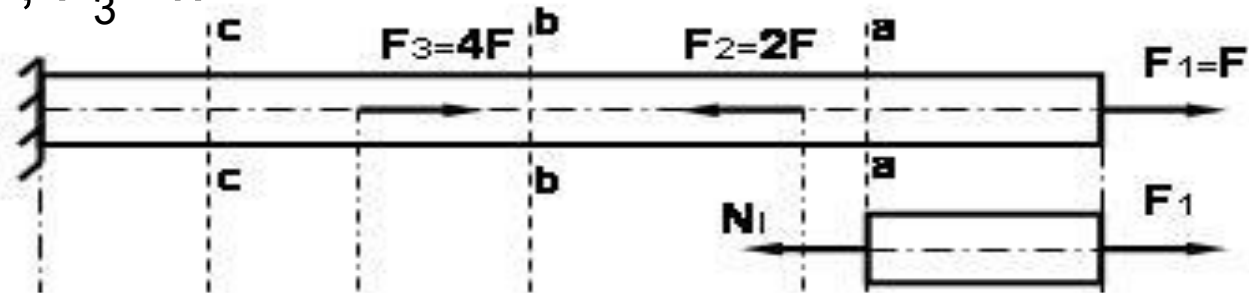
## ***Правило знаков для продольной силы:***

растягивающие продольные силы (направленные от сечения) считаются *положительными*, сжимающие (направленные к сечению) – *отрицательными*.

***Эпюрой*** продольной силы называется график, показывающий изменение продольной силы по оси стержня.

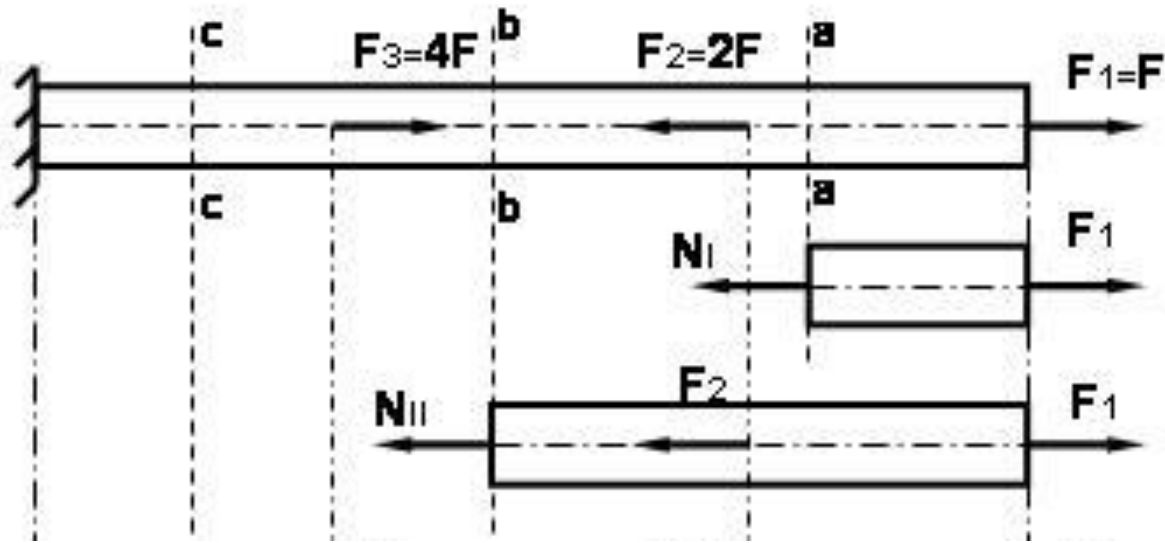
# Пример

Построить эпюру продольных сил для бруса, если:  
 $F_1 = F$ ,  $F_2 = 2F$ ,  $F_3 = 4F$



Проводя произвольно сечение *a-a* на участке I, составляем уравнение равновесия:

$$\sum Z = 0 \quad F - N_I = 0$$
$$N_I = F \text{ (растяжение)}$$

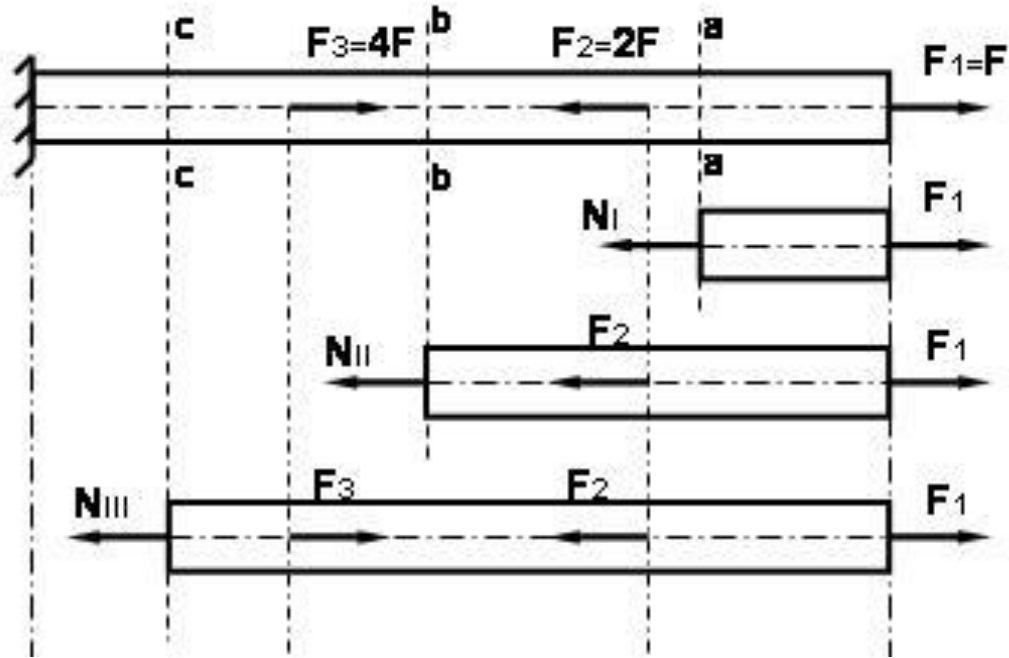


Проводим сечение  $b-b$  на участке II:

$$\sum Z = F_1 - F_2 - N_{II} = F - 2F - N_{II} = 0$$

$$N_{II} = -F \text{ (сжатие)}$$



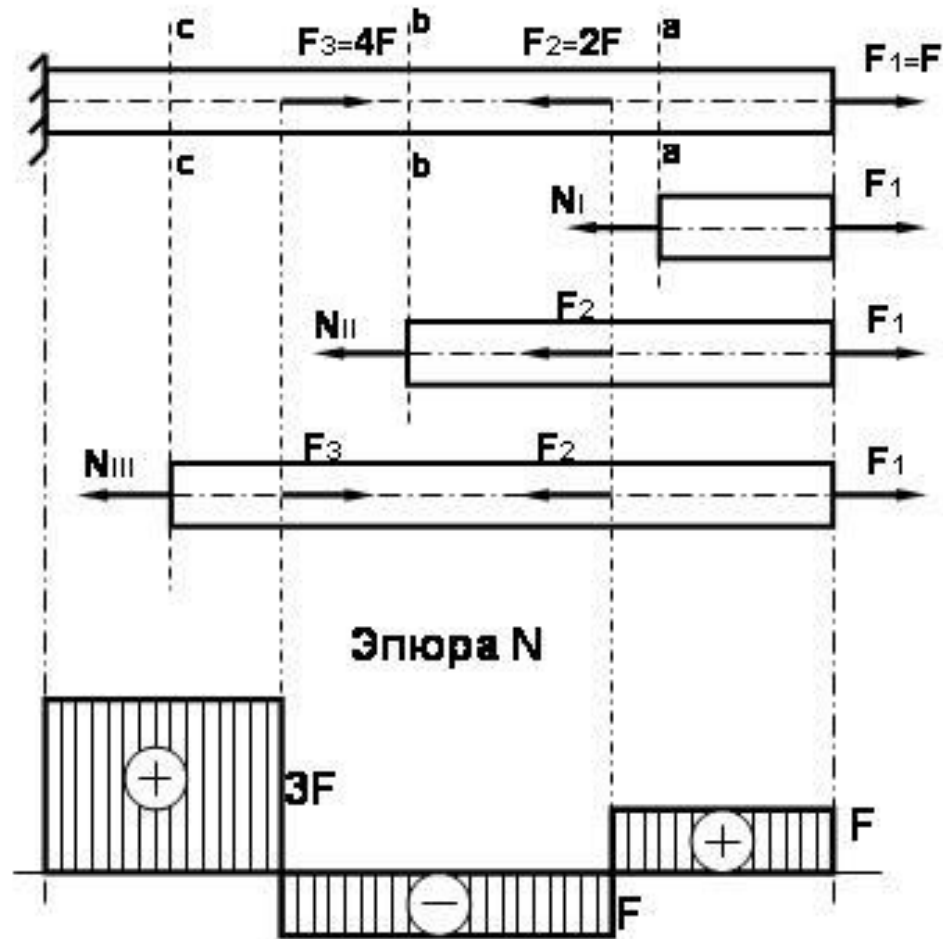


Проводим сечение с-с на участке III:

$$\sum Z = F_1 - F_2 + F_3 - N_{III} = 0$$

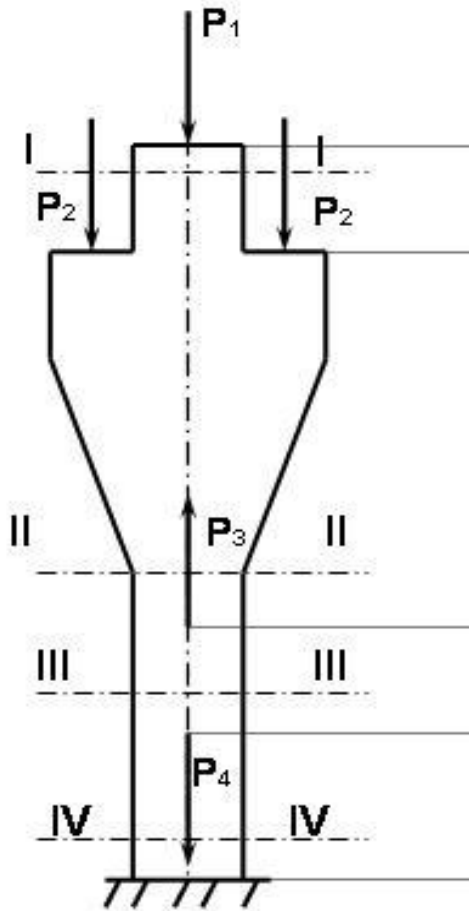
$$\sum Z = F - 2F + 4F - N_{III} = 0$$

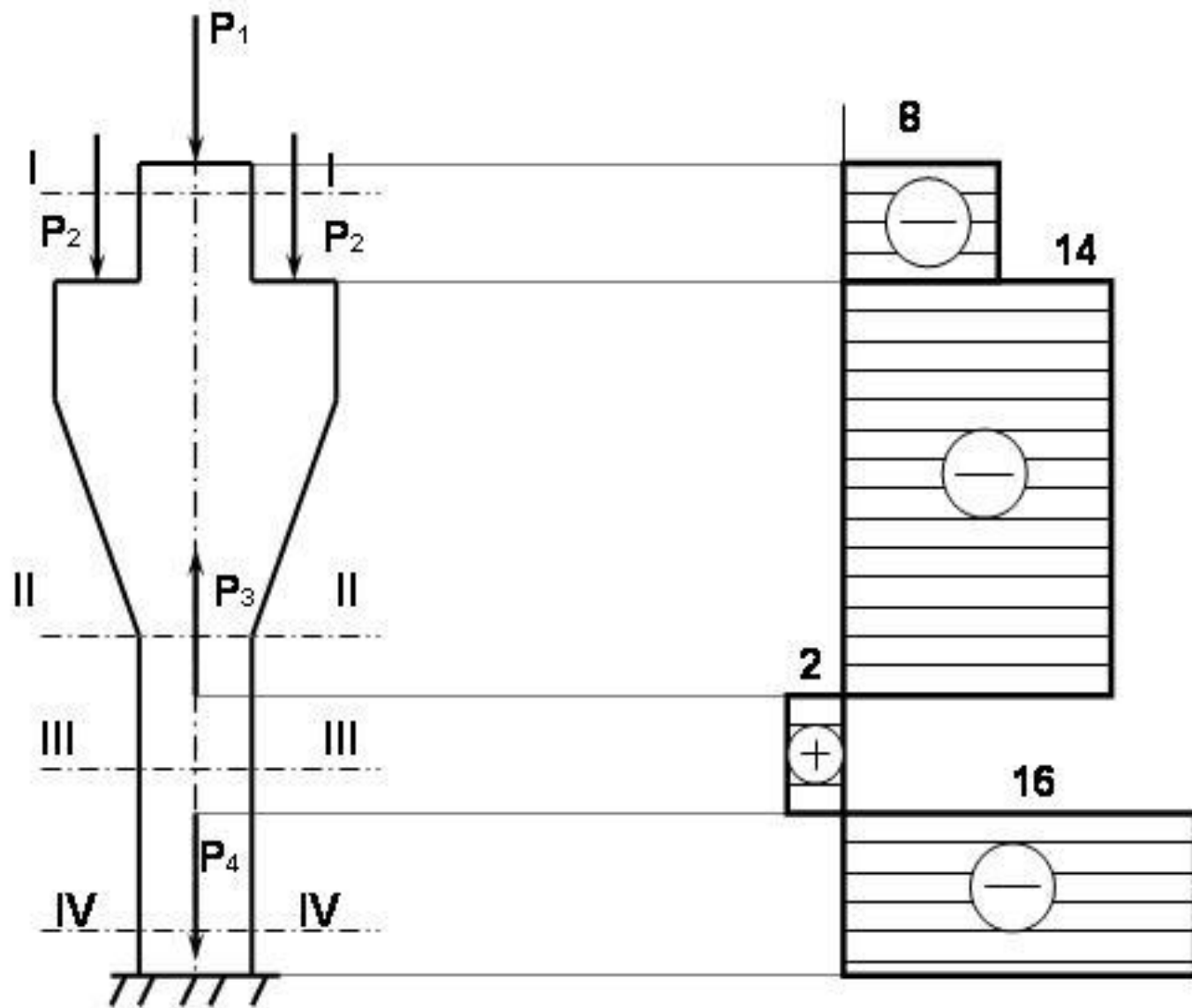
$$N_{III} = 3F \text{ (растяжение)}$$



Для построения эпюры  $N$  проводим ось абсцисс параллельно оси бруса. Положительные значения откладываем вверх, отрицательные – вниз. Эпюра строится в выбранном масштабе! Эпюру следует штриховать! Штриховка строго перпендикулярна оси эпюры !!!

**ЗАДАЧА.** Для бруса со ступенчато-переменным сечением построить эпюру  $N$ , если  $P_1 = 8m$ ,  $P_2 = 3m$ ,  
 $P_3 = 16m$ ,  $P_4 = 18m$ .





## Абсолютная и относительная продольная деформация. Коэффициент Пуассона.

- *Напряжение* – это внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади:

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

Единицы измерения напряжения:

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2; \quad 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2$$

*Допускаемые напряжения* ( $[\sigma]$  и  $[\tau]$  – нормальные и касательные) – это такие максимальные напряжения, при которых не происходит разрушение данной конкретной детали, и она работает в условиях упругих деформаций.

При растяжении (сжатии) в поперечном сечении стержня

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{N}{F}$$

При растяжении нормальные напряжения – положительные, при сжатии – отрицательные.

Изменение длины стержня  $\Delta l = l_1 - l$  называют **линейной продольной деформацией (абсолютным удлинением)**;

изменение поперечного сечения  $\Delta a = a_1 - a$  - **линейной поперечной деформацией**.

Интенсивность деформирования оценивают деформациями, приходящимися на единицу длины стержня: **относительной продольной**  $\varepsilon$  и **относительной поперечной**  $\varepsilon'$  :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad \varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}$$

Деформации бывают продольные и поперечные.

Отношение поперечной деформации к продольной называется *коэффициентом Пуассона*  $\mu$  :

$$0,2 \leq \mu \leq 0,5.$$

# Закон Гука

**ЗАКОН ГУКА** (открыт в 1660):

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}$$

**где**  $\Delta l$  - абсолютная продольная деформация;  
 $P$  – осевая внешняя сила;  
 $F$  – площадь поперечного сечения;  
 $E$  – модуль продольной упругости (модуль Юнга).

Закон Гука можно преобразовать, учитывая определения внутреннего напряжения ( $\sigma = \frac{N}{F}$ ) и относительной

деформации ( $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ ):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Максимальные напряжения при растяжении (сжатии):

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{F}$$

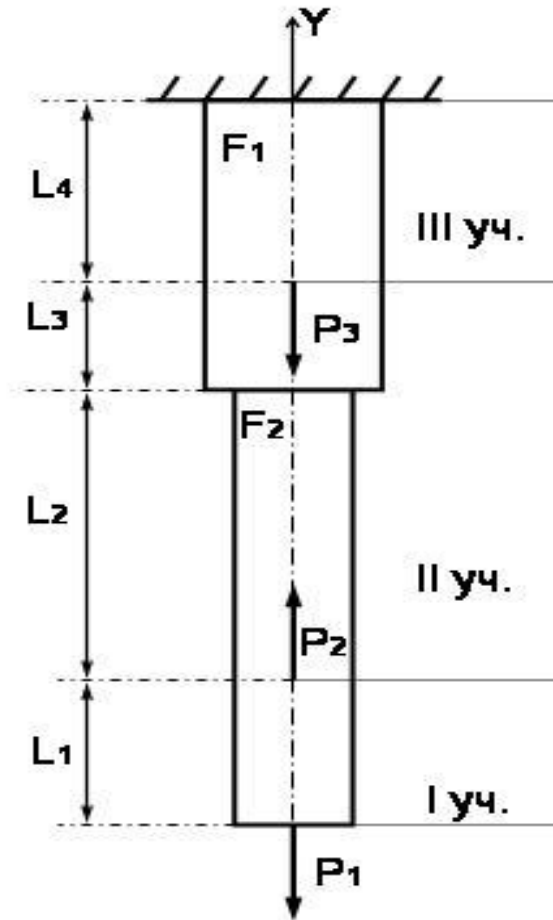
Условие прочности:  $\sigma_{max} \leq [\sigma]$

Условие жесткости:  $\varepsilon_{max} \leq [\varepsilon]$

*Условие жесткости* при растяжении (сжатии) можно записать и в другом виде:

$$\Delta l_{max} = \frac{N_{max} \cdot l}{E \cdot F} \leq [\Delta l]$$

**ЗАДАЧА.** Вычислить приращение длины стального стержня ступенчатого сечения, если  $l_1 = 50$  см,  $l_2 = 80$  см,  $l_3 = 40$  см,  $l_4 = 60$  см,  $E = 2 \cdot 10^4$ ,  $F_1 = 10$ ,  $F_2 = 20$ ,  $P_1 = 200$  кг,  $P_2 = 500$  кг,  $P_3 = 700$  кг.



Полное удлинение стержня определяем как сумму удлинений отдельных участков:

$$\Delta l = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} + \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_1} + \frac{N_2 \cdot l_3}{E \cdot F_2} + \frac{N_3 \cdot l_4}{E \cdot F_2}$$

