

**Раздел 3. Законы
движения небесных тел**

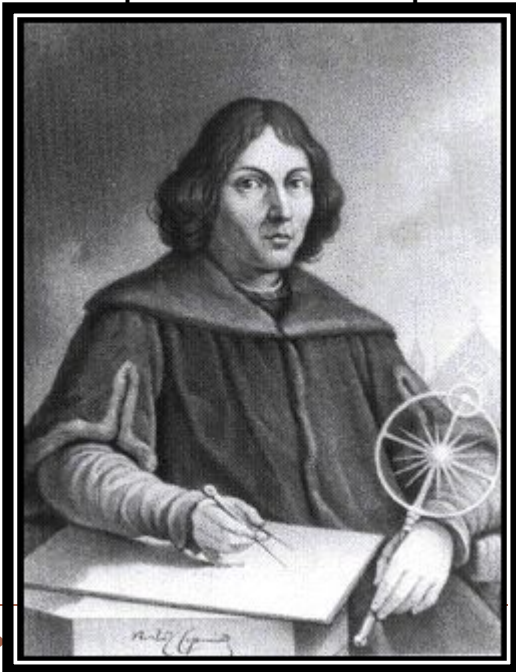
План

1. Структура и масштабы Солнечной системы.
2. Конфигурация и условия видимости планет.
3. Методы определения расстояний до тел Солнечной системы и их размеров.
4. Небесная механика. Законы Кеплера.
5. Определение масс небесных тел.
6. Движение искусственных небесных тел.

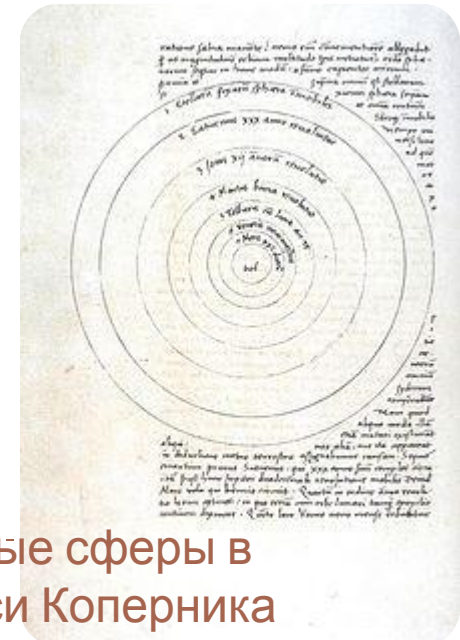


Современное представление о строении солнечной системы.

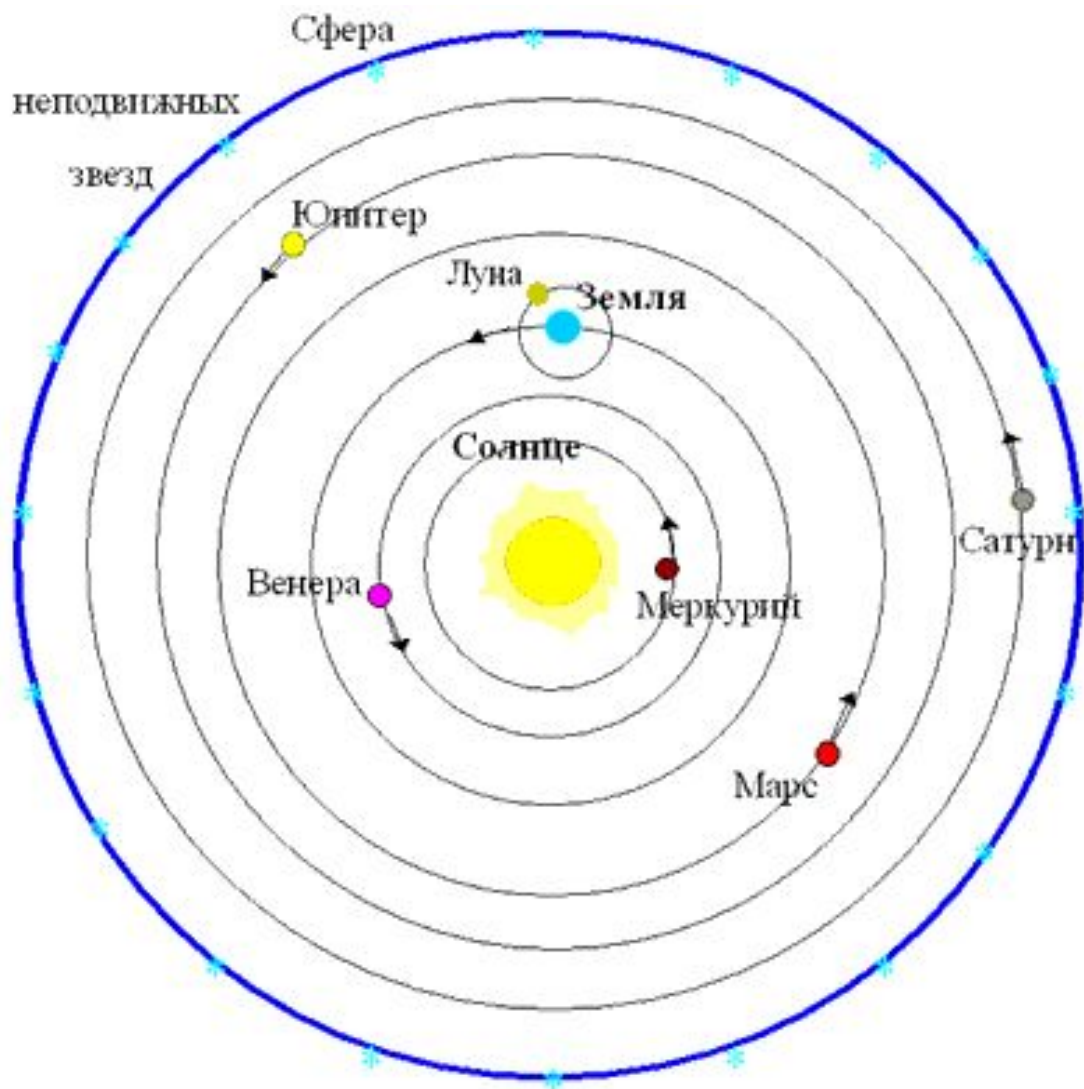
- ❑ КОПЕРНИК Николай
- ❑ (19.II 1473 — 24.V 1543)
- ❑ Польский астроном, создатель гелиоцентрической системы мира, реформатор астрономии. Размышляя о Птолемеевой системе мира, Коперник поражался её сложности и искусственности, и, изучая сочинения древних философов, особенно Никиты Сиракузского и Филолая, он пришёл к выводу, что не Земля, а Солнце должно быть неподвижным центром Вселенной. Исходя из этого предположения, Коперник весьма просто объяснил всю кажущуюся запутанность движений



*Главное и почти
единственное сочинение
Коперника, плод более чем
40-летней его работы, —
«О вращении небесных
сфер»*



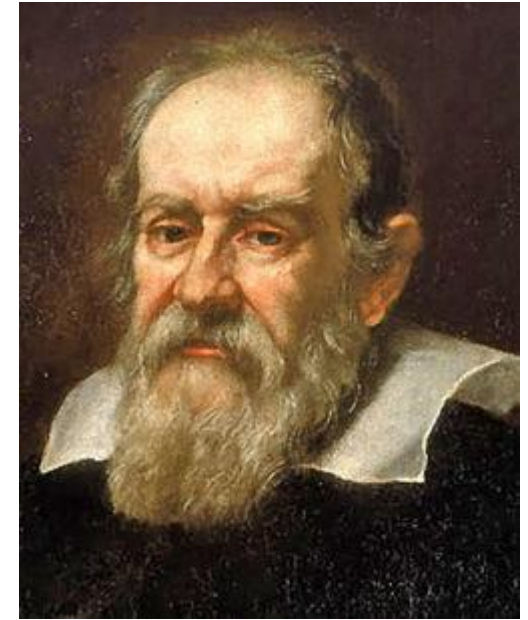
Небесные сферы в
рукописи Коперника



Гелиоцентрическая система мира.

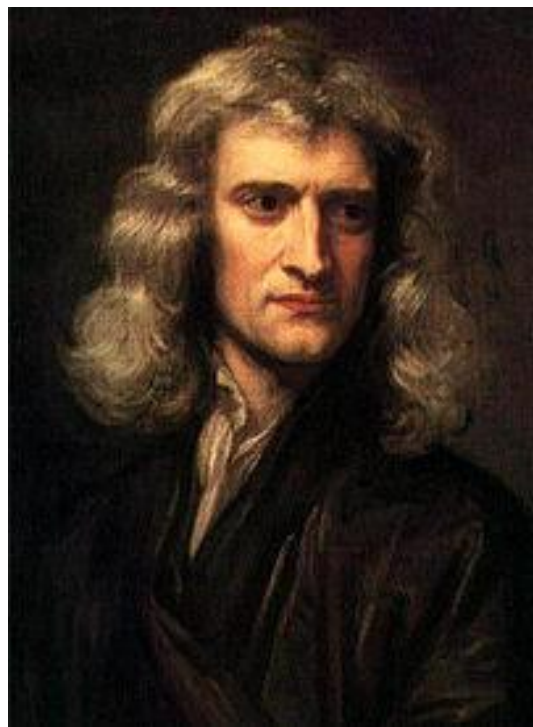
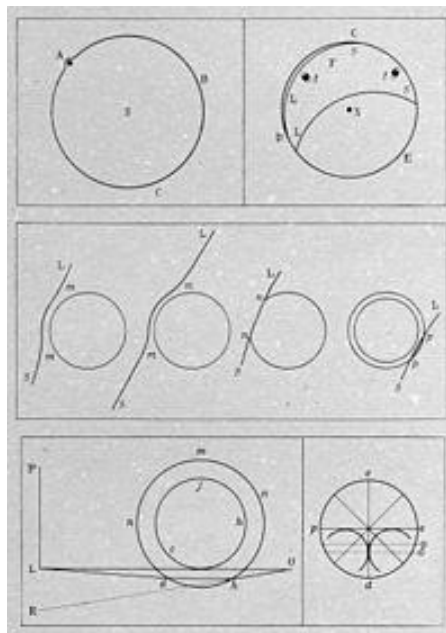
Ученые , внесшие вклад в развитие современной теории строения солнечной системы.

Галилео Галилей - сконструировав телескоп, сделал важные астрономические открытия (*горы на Луне, солнечные пятна, фазы Венеры, спутники Юпитера и др.*), подрывавшие основы средневековых представлений о космосе и утверждавшие идею единства небесных и земных явлений.



Иоганн Кеплер - открыл три закона движения планет, которые полностью и с превосходной точностью объяснили видимую неравномерность этих движений. Кеплер вывел также «уравнение Кеплера», используемое в астрономии для определения положения небесных тел.

Михаил Васильевич Ломоносов -26 мая 1761 года, наблюдая прохождение Венеры по солнечному диску, обнаружил наличие у неё атмосферы.



Исаак Ньютон – открыл закон всемирного тяготения. Продолжил труды Галилея и Кеплера.

Компоненты солнечной системы

Солнечная система — планетная система, включающая в себя центральную звезду — Солнце — и все естественные космические объекты, обращающиеся вокруг. В составе системы - восемь больших планет, а также и их спутники, которых в настоящее время известно уже более шестидесяти. Помимо вышеперечисленных космических тел, в состав **Солнечной системы** входят многочисленные малые тела: **астероиды**, которых открыто уже более пяти тысяч, сотни известных науке **комет** и бесчисленное число метеорных тел.



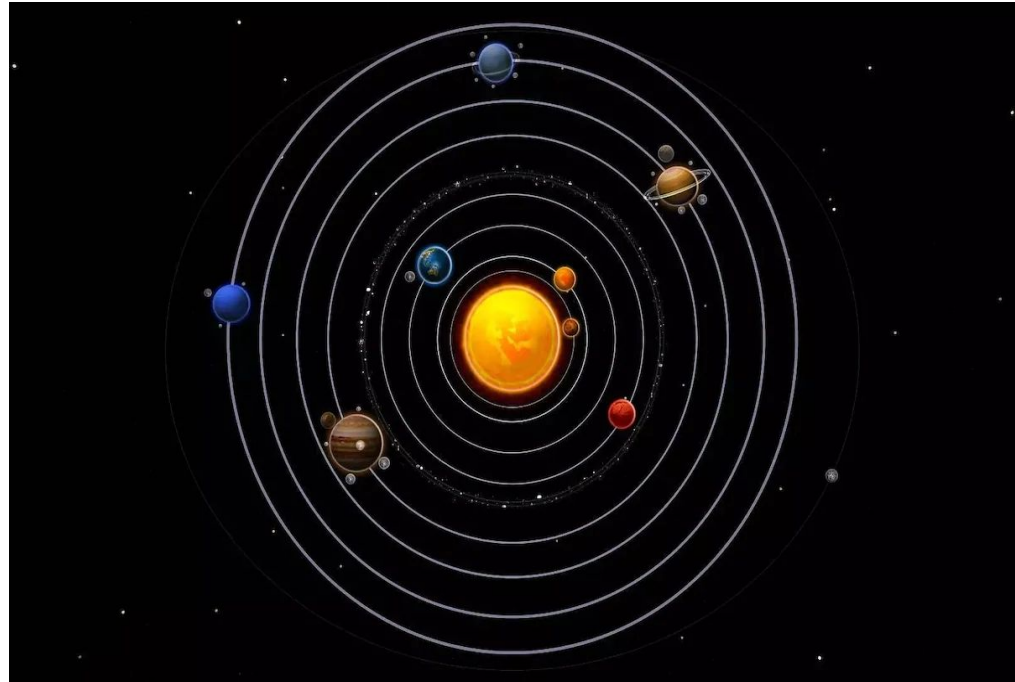
Сколько планет в Солнечной системе по последним данным

До 2006 года считалось, что планет в Солнечной системе ровно девять.

Но американский математик Майкл Браун инициировал пересмотр понятия «планета». Согласно новым критериям, Плутон выбыл из планетарного списка.

Его причислили к новому классу — «карликовым планетоидам». Почему так вышло? Согласно четвертому параметру, планетой считается космическое тело, чья гравитация доминирует на орбите. Плутон же составляет всего 0,07 массы, сосредоточенной на его орбите. Для сравнения: Земля в 1,7 миллионов раз тяжелее всего, что попадает на ее пути.

К этому же классу отнесли Эриду и Цереру, которая ранее считалась астероидом. Все они входят в состав пояса Койпера — особого скопления космических объектов, похожего на пояс астероидов, но в 20 раз шире и тяжелее.





Все, что находится за орбитой Нептуна, называют транснептуновыми объектами. В начале 2000-х ученые открыли Седну — планетоид с необычно удаленной и вытянутой орбитой вокруг Солнца. В 2014-м обнаружили еще один объект со схожими параметрами.

Исследователи задались вопросом: почему орбита этих космических тел настолько вытянута? Предположили, что на них влияет скрытый массивный объект. Майкл Браун и его российский коллега Константин Батыгин математически рассчитали траекторию движения известных нам планет с учетом имеющихся данных.

Результаты ошеломили ученых: теоретические орбиты не совпадали с реальными. Это подтверждало предположение о наличии массивной планеты «X». Также удалось выяснить ее примерную траекторию движения: орбита вытянута, а ближайшая точка к нам в 200 раз превышает расстояние от Земли до Солнца.

Ученые считают, что потенциальная девятая планета — это ледяной гигант, чья масса больше Земли в 10–16 раз.

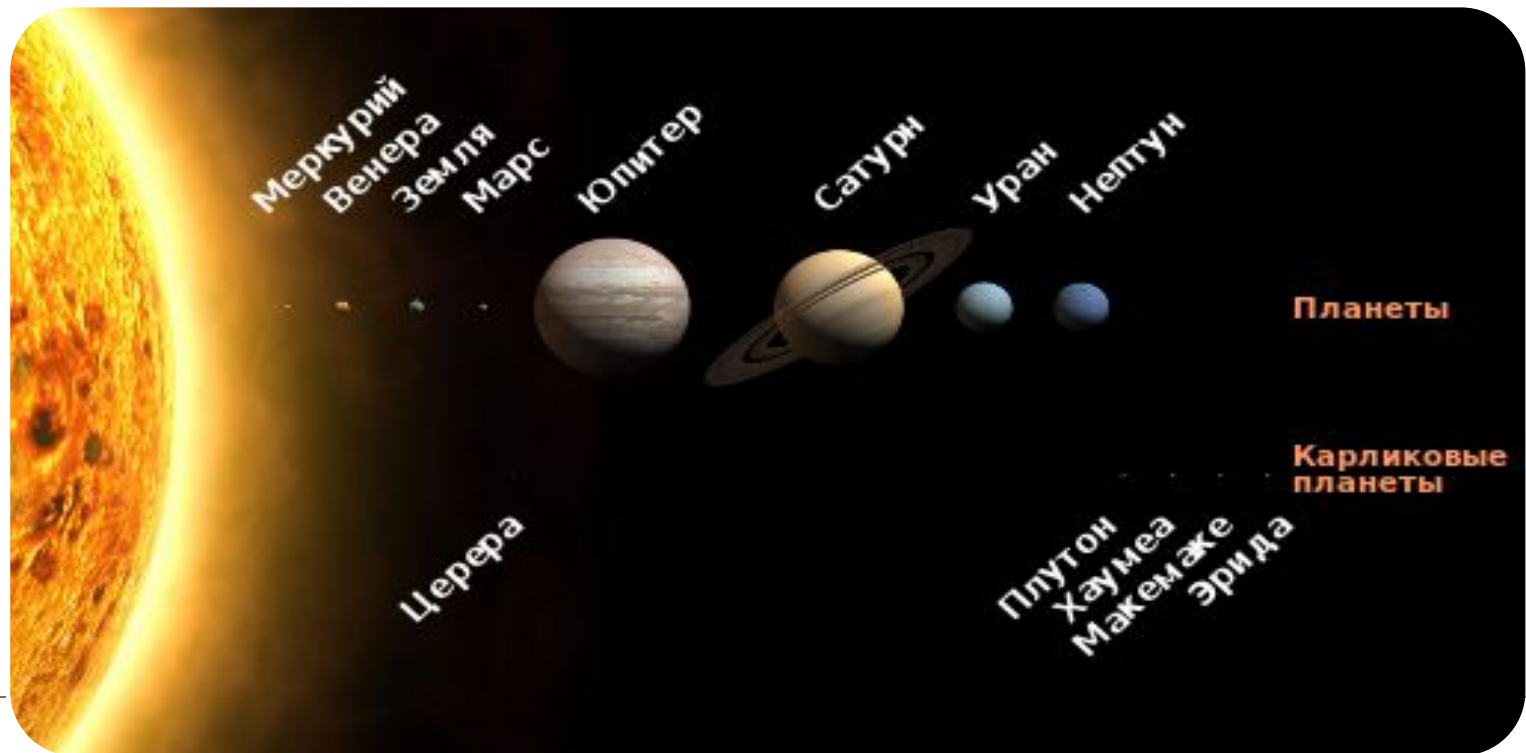
Человечество уже следит за предполагаемым районом космоса, где появится неизвестная планета. Вероятность ошибки в расчетах — 0,007%. Это означает практически гарантированное обнаружение в период с 2018 по 2020 год.

Для наблюдения используется японский телескоп «Субару». Возможно, к нему на помощь придет обсерватория в Чили с телескопом LSST, строительство которой планируют закончить через три года, в 2020-м.

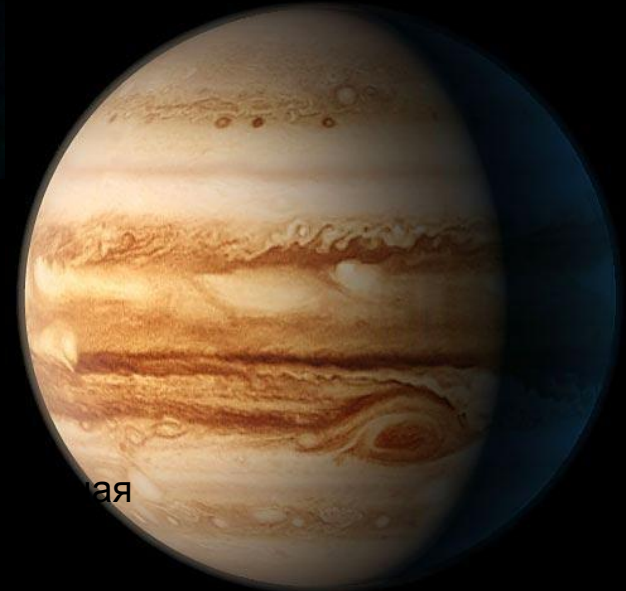


Планеты Солнечной системы делятся на две группы:

- В первую входят сравнительно небольшие космические тела, которые имеют каменистую поверхность, 1–2 спутника и относительно небольшую массу.
- Вторая — это гигантские планеты из плотного газа и льда. Они вобрали в себя 99% вещества на солнечной орбите. Для них характерно большое количество спутников и кольца, которые можно наблюдать с Земли только у Сатурна.



Планеты солнечной системы



атмосфера

ая



Сведения о планетах солнечной системы

Планета	Диаметр, км	Расстояние от Солнца, млн. км	Масса (Земля =1)	Объем (Земля = 1)	Температура поверхности (С)	Время обращения вокруг Солнца	Время обращения вокруг своей оси	Количество спутников
Меркурий	4 879	57,9	0,055	0,056	+350	87,97 Сут.	58,65 Сут.	0
Венера	12104	108,2	0,815	0,86	+480	224,7 Сут.	243,16 Сут.	0
Земля	12756	149,6	1	1	+22	365,26 Сут.	23ч 56мин	1
Марс	6 794	227,9	0,107	0,150	-23	686,9 Сут.	24 ч 37мин 2с	2



Планета	Диаметр, км	Расстояние от Солнца, млн. км	Масса (Земля =1)	Объем (Земля = 1)	Температура поверхности, (С)	Время обращения вокруг Солнца	Время обращения вокруг своей оси	Количество спутников
Юпитер	142884	778,3	318	1319	-150	11,86 лет	9ч 50мин 30с	16
Сатурн	120536	1427	95	744	-180	29,46 лет	10ч 39мин	18
Уран	51118	2869,6	15	67	-214	84,01 лет	17ч 14мин	15
Нептун	50538	4496,7	17	57	-220	164,8 лет	16ч 3мин	8
Плутон	2 445	5900	0,002	0,01	-230	247,7 лет	6сут. 9ч	1



Меркурий

Самая близкая планета к Солнцу.

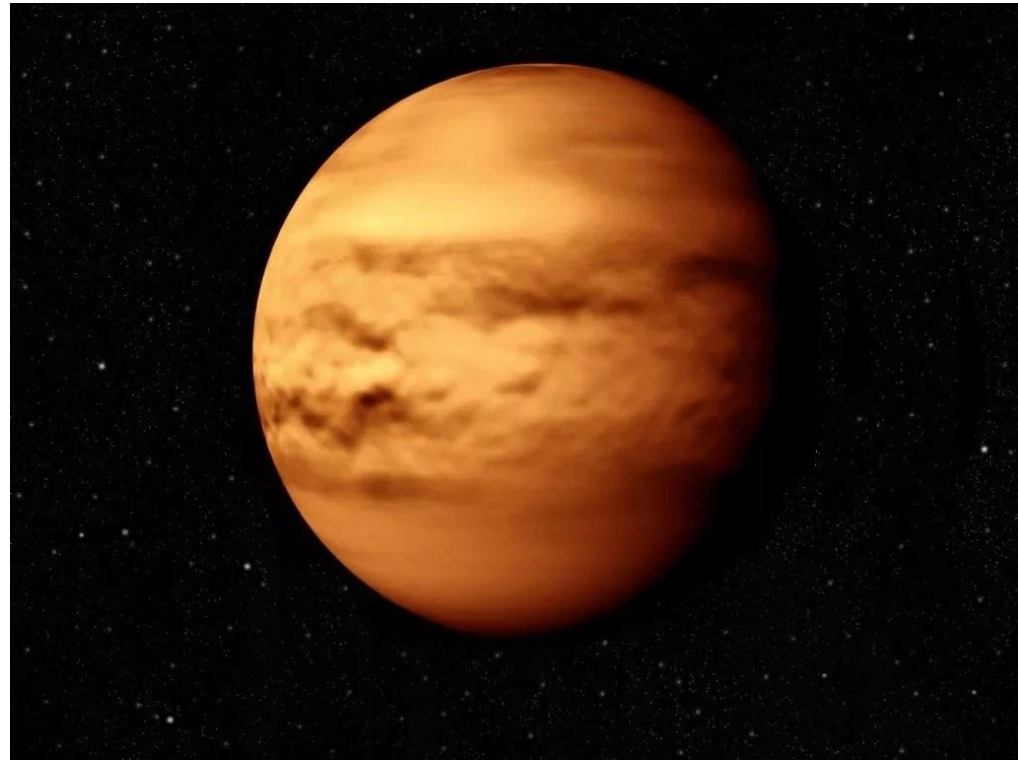
Предположительно на раннем этапе истории сильное столкновение с каким-то объектом сорвало большую часть поверхности. Поэтому у Меркурия относительно большое железное ядро и тонкая кора. Земной год на Меркурии длится всего 88 дней.



Венера

Планета, названная в честь древнегреческой богини любви и плодородия. Ее размер практически сопоставим с Землей. У нее, как и у Меркурия, нет спутников. Венера единственная в Солнечной системе вращается против часовой стрелки.

Температура на поверхности достигает 400 градусов Цельсия. Возможно, это связано с парниковым эффектом, который создает сверхплотная атмосфера.



Земля

Это наш пока еще
единственный дом.
Уникальность планеты,
если не брать во
внимание наличие
жизни, заключается в
гидро- и атмосфере.
Количество воды и
свободного кислорода
превышает показатели
любых других известных
планет.



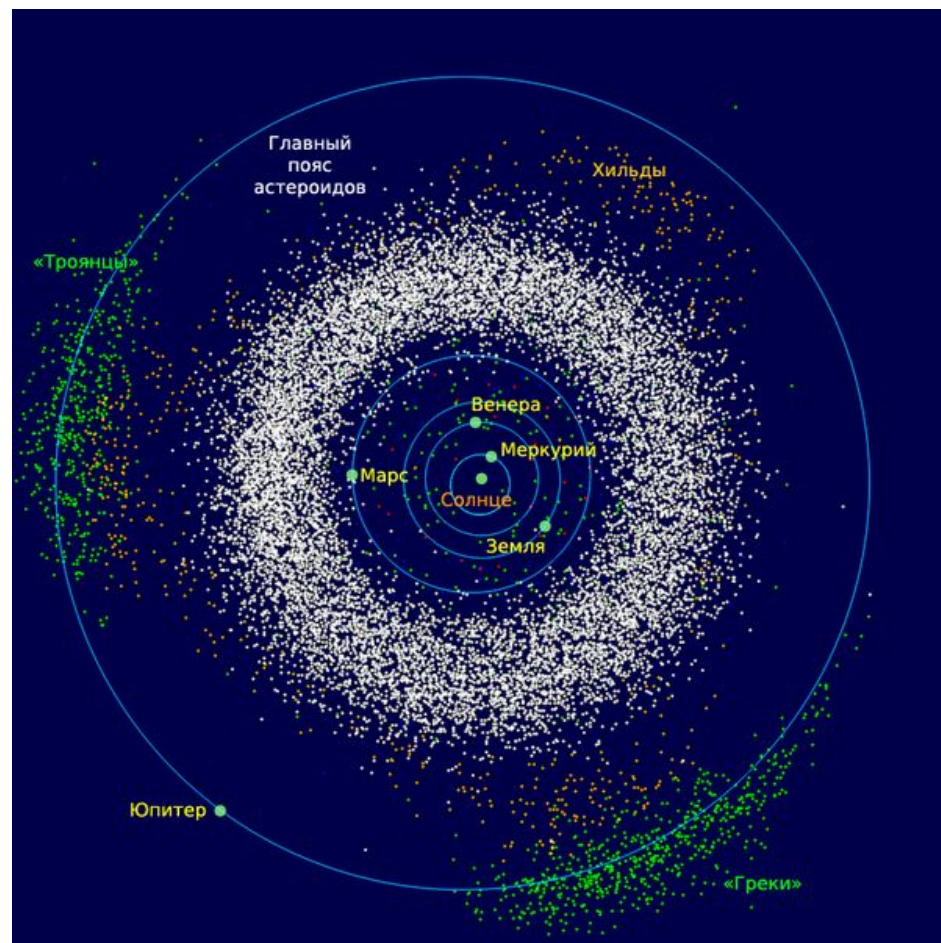
Марс

Это наш красный сосед. Цвет планеты обусловлен высоким содержанием окисленного железа в грунте. Здесь находится Олимп. Без шуток, так называется вулкан, и его размеры соответствуют названию — 21 км в высоту и 540 км в ширину! Марс сопровождают два спутника, которые предположительно являются астероидами, захваченными гравитацией планеты.



Пояс астероидов

Между планетами земной группы и газовыми гигантами проходит пояс астероидов. Это скопление относительно небольших от 1 м до 100 км в диаметре небесных тел. Ранее считалось, что на этой орбите была планета, которая разрушилась в результате катастрофы. Однако теория не подтвердилась. Сейчас считается, что кольцо астероидов — это не что иное, как скопление вещества, оставшееся после формирования Солнечной системы. Грубо говоря — ненужный хлам.



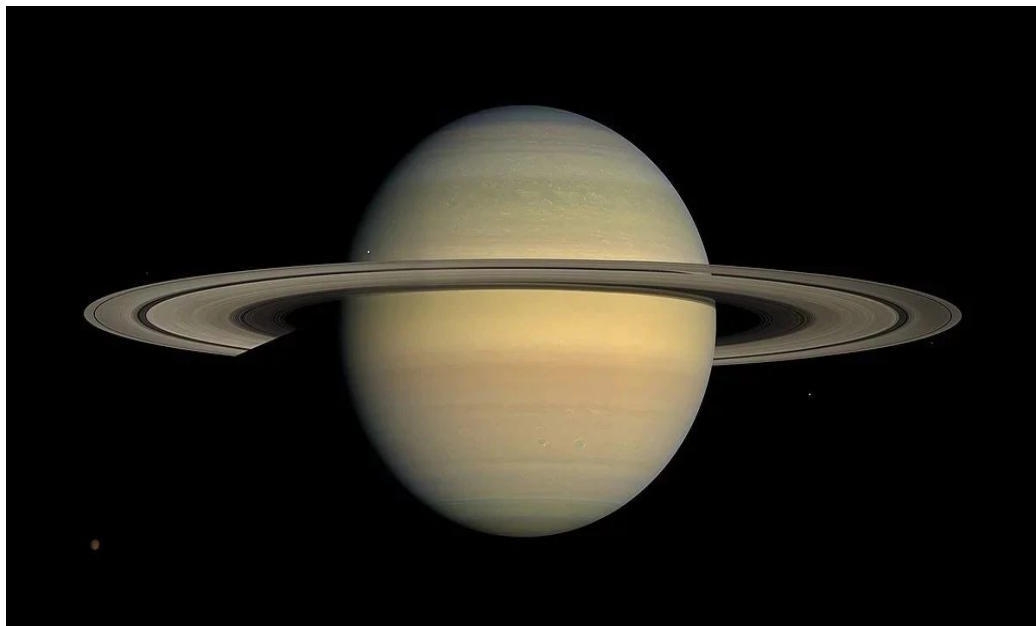
Юпитер

Самая большая планета Солнечной системы. Она в 2,5 раза тяжелее остальных планет. Из-за высокого давления здесь бушуют бури из водорода и гелия. Самый большой вихрь достигает 40–50 тысяч км в длину и 13 тысяч км в ширину. Окажись человек в эпицентре, при условии выживания в атмосфере ветер разорвал бы его на куски, ведь его скорость достигает 500 км/час!



Сатурн

По мнению многих, самая красивая планета. Известен своими кольцами, которые состоят в основном из водяного льда и пыли. Их ширина в космическом масштабе невероятно мала — 10–1000 метров. Планета имеет 62 спутника — на 5 меньше, чем Юпитер. Считается, что около 4,5 млрд лет назад их было больше, но Сатурн поглотил их, из-за чего и образовались кольца.



Уран.

Из-за характера вращения этот ледяной гигант называют «катящийся шар». Ось планеты относительно орбиты вокруг Солнца наклонена на 98 градусов. После «импичмента» Плутона стал самой холодной планетой (−224 градуса по Цельсию). Это объясняется относительно небольшой температурой ядра — приблизительно 5 тысяч градусов.



Нептун

Эта планета синего цвета, что объясняется большим количеством метана в атмосфере, которая также содержит азотный, аммиачный и водяной лед. Помните, мы говорили о ветрах на Юпитере? Забудьте, ведь здесь его скорость более 2000 км/час!



Плутон

Это самое холодное место в системе. Температура здесь близка к абсолютному нулю и опускается до -240 градусов по Цельсию. Он в шесть раз легче и в три раза меньше Луны.

Крупнейший спутник планеты Харон, составляет треть от размера Плутона. Остальные четыре спутника вращаются вокруг них. Поэтому, возможно, их перекалфицируют в двойную планетарную систему. Кстати, неприятная новость — Нового года на Плуtone придется ждать 500 лет!



Конфигурации внутренних планет

Конфигурациями планет называют некоторые характерные взаимные расположения планет, Земли и Солнца.

Условия видимости планет с Земли различаются для планет внутренних (Венера и Меркурий), орбиты которых лежат внутри земной орбиты, и для планет *внешних* (все остальные).

Внутренняя планета может оказаться между Землей и Солнцем или за Солнцем. В таких положениях планета невидима, так как теряется в лучах Солнца. Эти положения называются соединениями планеты с Солнцем. *В нижнем соединении планета ближе всего к Земле, а в верхнем соединении она от нас дальше всего.*

Элонгация – конфигурация, соответствующая максимальному угловому удалению нижней планеты от Солнца (для Меркурия - 28° , Венеры - 48°). Поэтому внутренние планеты всегда видны вблизи Солнца либо утром в восточной стороне неба, либо вечером в западной стороне неба. Из-за близости Меркурия к Солнцу увидеть эту планету невооруженным глазом удастся редко.

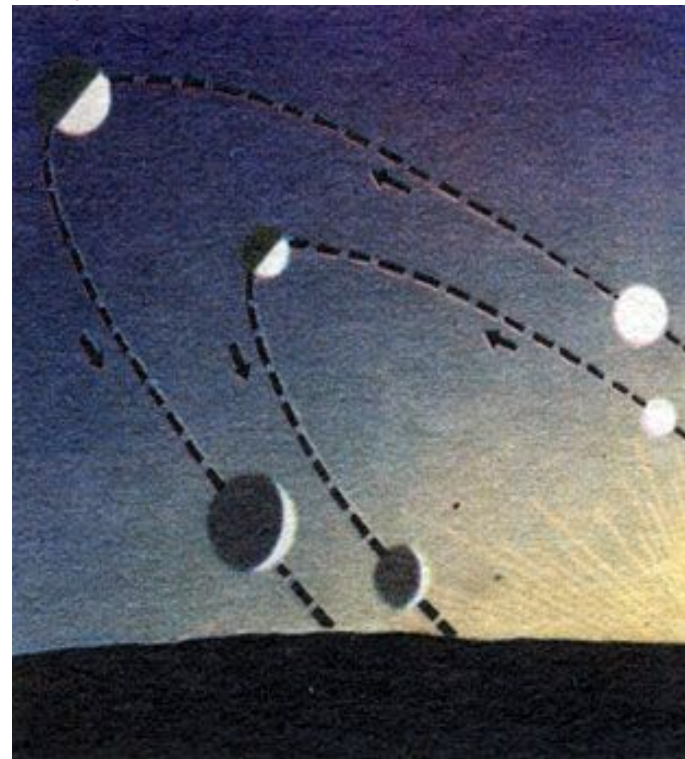


Венера отходит от Солнца на небе на больший угол, и она бывает ярче всех звезд и планет. После захода Солнца она дольше остается на небе в лучах зари и даже на ее фоне видна отчетливо. Также хорошо она бывает видна и в лучах утренней зари. В южной стороне неба и среди ночи ни Меркурия, ни Венеры увидеть нельзя.

Если, проходя между Землей и Солнцем, Меркурий или Венера проецируются на солнечный диск, то они тогда видны на нем как маленькие черные кружочки. Подобные прохождения по диску Солнца во время нижнего соединения Меркурия и особенно Венеры бывают сравнительно редко, не чаще чем через 7-8 лет.

Освещенное Солнцем полушарие внутренней планеты при разных положениях ее относительно Земли видно по-разному. Поэтому для земных наблюдателей внутренние планеты меняют свои фазы, как Луна. В нижнем соединении с Солнцем планеты повернуты к нам своей неосвещенной стороной и невидимы. Немного в стороне от этого положения они имеют вид серпа. С увеличением углового расстояния планеты от Солнца угловой диаметр планеты убывает, а ширина серпа делается все большей. Когда угол при планете между направлениями на Солнце и на Землю составляет 90° , видно ровно половину освещенного полушария планеты. Полностью такая планета обращена к нам своим дневным полушарием во время верхнего соединения. Но тогда она теряется в солнечных лучах и невидима.

Расположение орбит Меркурия и Венеры относительно горизонта для наблюдателя, когда Солнце заходит (указаны фазы и видимый диаметр планет в разных положениях относительно Солнца при одном и том же положении наблюдателя)

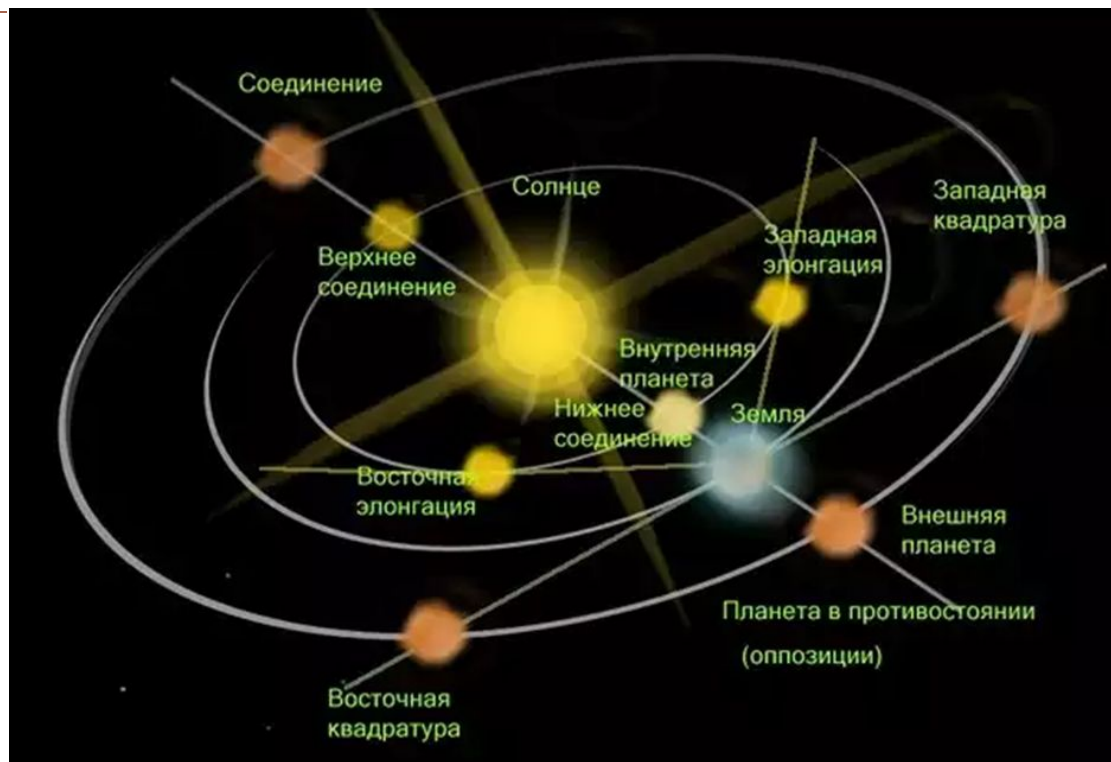


Конфигурации внешних планет

У внешних планет различают:

- **соединение** (Солнце находится между планетой и Землёй);
- **противостояние** (планета расположена в точке, диаметрально противоположной Солнцу);
- **восточные квадратуры**;
- **западные квадратуры**.

Верхняя планета может находиться на любом угловом расстоянии от Солнца (от 0° до 180°). Когда оно составляет 90° , то планета находится в **квадратуре**.



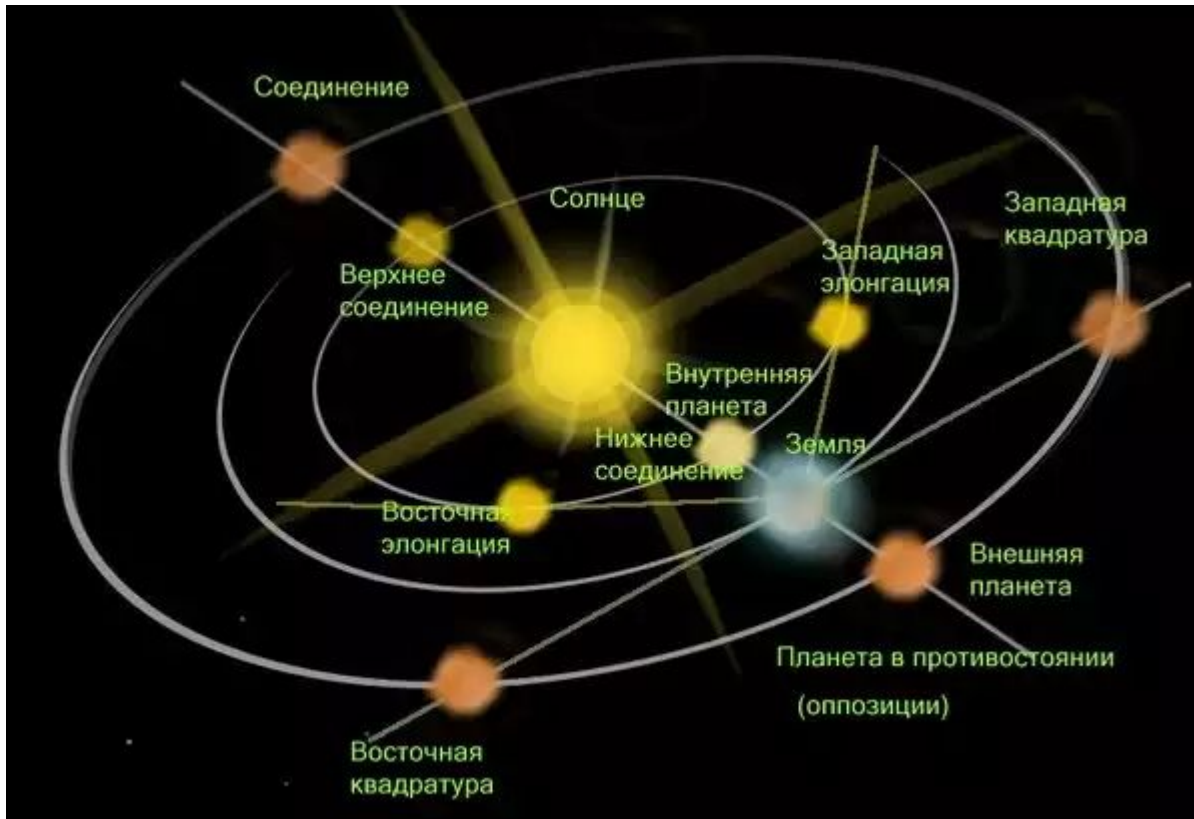
Конфигурация	Положение планеты относительно Солнца для земного наблюдателя	Условия наблюдения
Внутренние планеты		
Восточная элонгация	Расположена на угловом удалении от Солнца (Меркурий - 28°, Венера - 47°)	Наилучшие (наблюдается фаза планеты на западе после захода Солнца)
Восточная элонгация	Расположена на угловом удалении от Солнца (Меркурий - 28°, Венера - 47°)	Наилучшие (наблюдается фаза планеты на востоке перед восходом Солнца)
Нижнее соединение	Расположена вблизи Солнца перед светилом	Отсутствуют (специальные при прохождении по диску Солнца)
Верхнее соединение	Расположена вблизи Солнца за светилом	Отсутствуют
Внешние планеты		
Восточная квадратура	Расположена на угловом удалении от Солнца (90°)	Достаточные (наблюдается фаза планеты на западе после захода Солнца)
Западная квадратура	Расположена на угловом удалении от Солнца (90°)	Достаточные (наблюдается фаза планеты на востоке перед восходом Солнца)
Противостояние	Расположена диаметрально противоположно Солнцу	Хорошие (наблюдается ночью обращенное к Земле полностью освещенное Солнцем полушарие)
Верхнее	Расположена вблизи Солнца за	Отсутствуют

Синодический и сидерический периоды обращения планет

Синодический период – промежуток времени между двумя последовательными одноимёнными конфигурациями планет (например, верхним соединением).

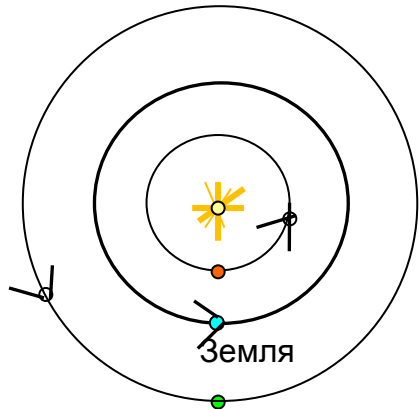
Звёздный (или сидерический) период – период обращения планеты вокруг Солнца по отношению к звёздам.

По своей продолжительности синодический период планеты не совпадает ни с её сидерическим периодом, ни с годом (звёздным периодом обращения Земли).



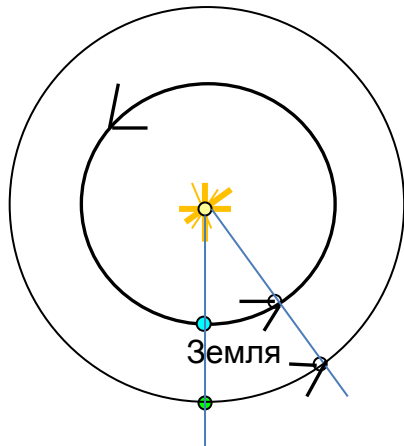
Синодический период последовательных нижних соединений (1 и 2) нижней планеты

Связь синодического периода планеты со звездными периодами Земли и самой планеты



Чем ближе планета к Солнцу, тем быстрее она совершает свой оборот вокруг него.

Угловые скорости движения по орбитам внешней планеты и Земли будут равны соответственно $360^\circ/P$ и $360^\circ/T$, где P – звездный период обращения внешней планеты, T – звездный период Земли ($T < P$).



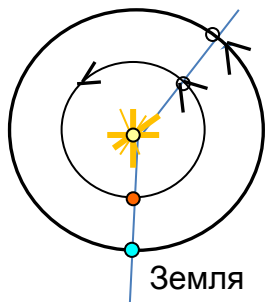
От момента какой-либо конфигурации до следующей такой же конфигурации планета пройдет дугу своей орбиты, равную $360^\circ/P \cdot S$, где S – синодический период.

За этот же промежуток времени (за синодический период) Земля пройдет дугу на 360° большую, которая равна $360^\circ/T \cdot S$.

Тогда:
$$360^\circ/T \cdot S - 360^\circ/P \cdot S = 360^\circ$$

или
$$1/T - 1/P = 1/S$$

Для внутренней планеты
$$1/P - 1/T = 1/S$$



Следовательно, зная синодический период планеты, можно вычислить ее звездный период обращения вокруг Солнца.

Законы движения планет Солнечной системы





Тихо Браге
(1546-1601)

В результате длительной обработки многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге немецкий астроном и математик Кеплер эмпирически установил законы движения планет Солнечной системы.



Иоганн Кеплер
(1571-1630)



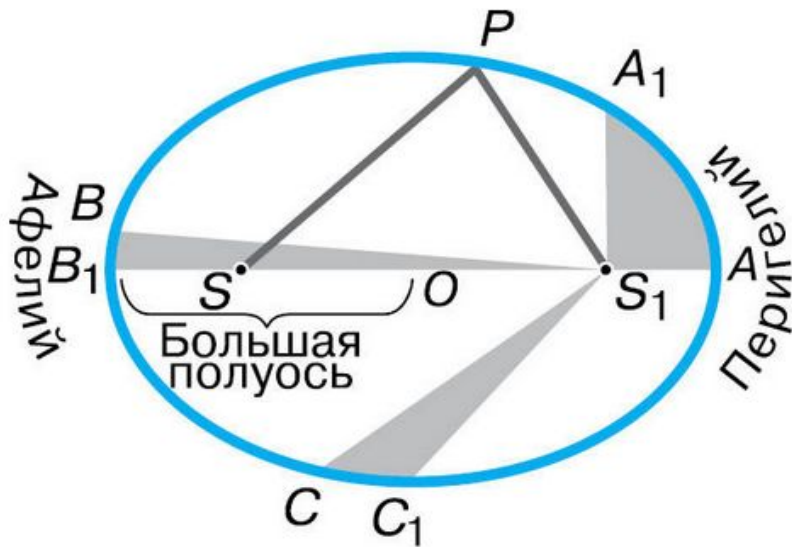


Рис. 3.6. Второй закон Кеплера

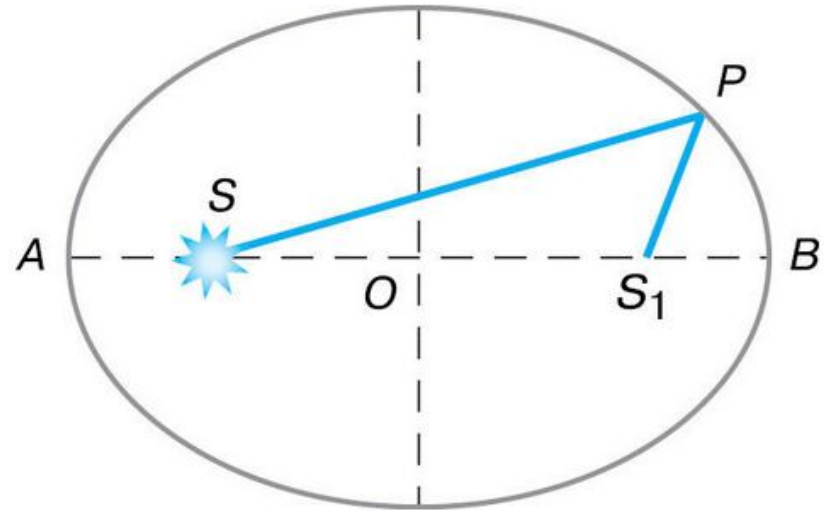


Рис. 3.7. Свойства эллипса

O — центр эллипса;

S и S1 — фокусы эллипса;

AB — его большая ось.

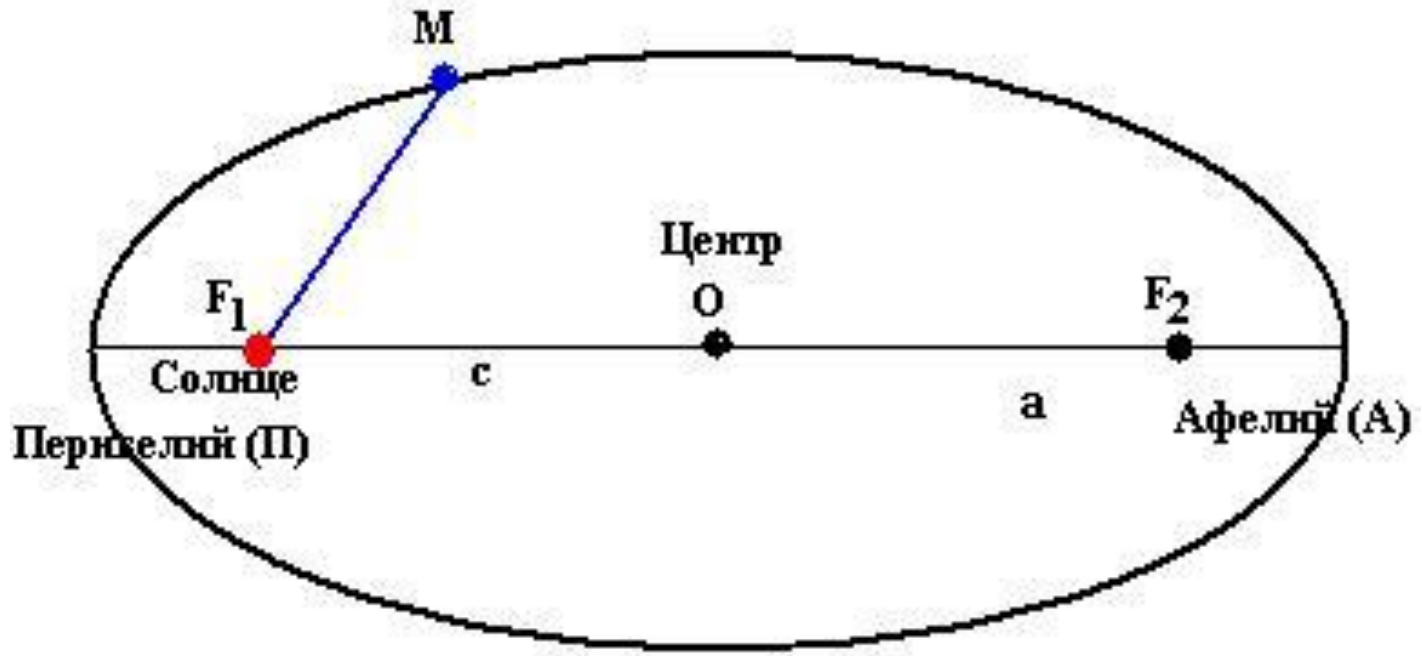
Половина этой величины (a), которую обычно называют большой полуосью, характеризует размер орбиты планеты.

A - перигелий, B - афелий

эксцентриситет: $e = OS/OA$.

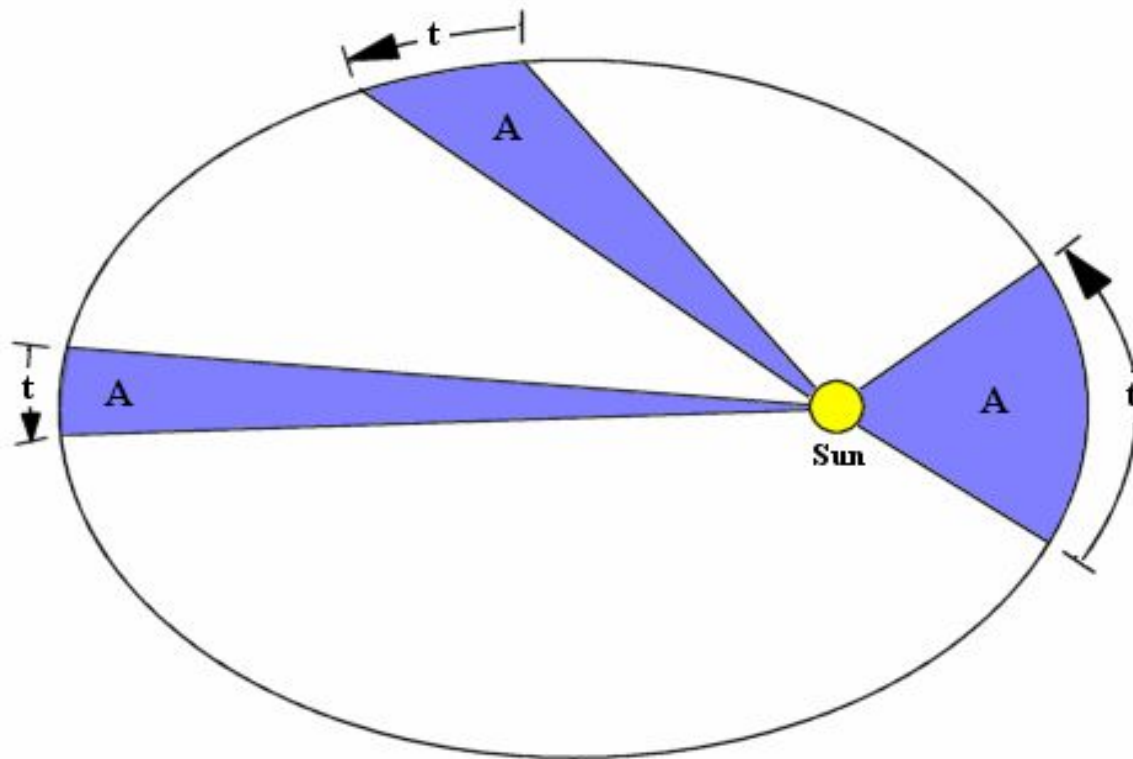
Первый закон Кеплера

Каждая планета обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.



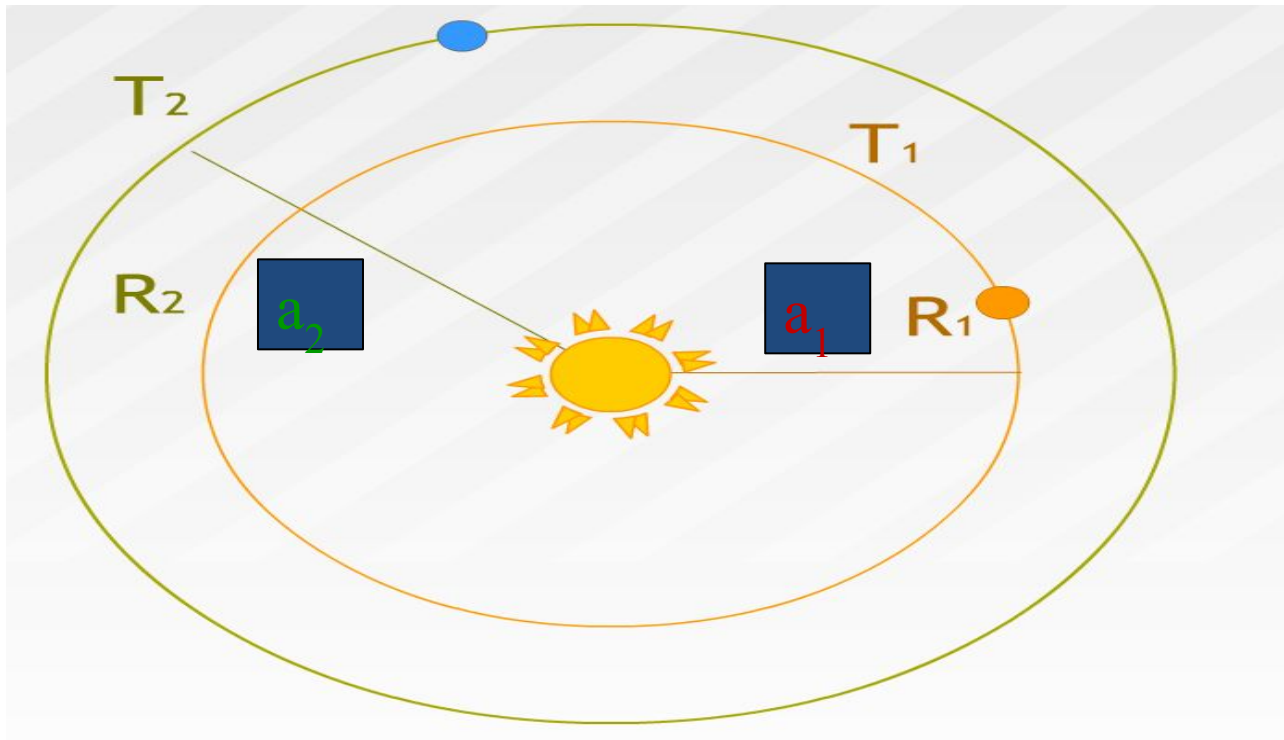
Второй закон Кеплера

Радиус-вектор планеты описывает за равные промежутки времени равные площади.



Третий закон Кеплера

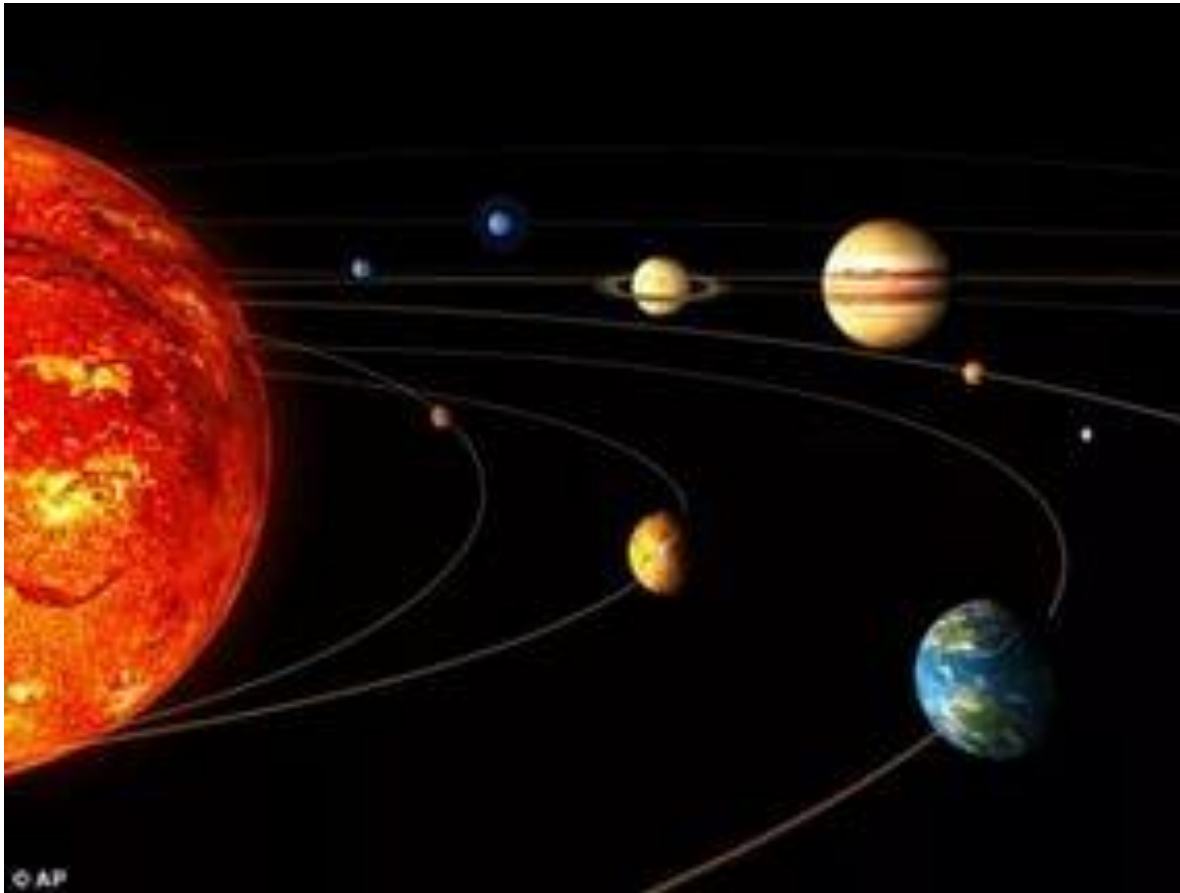
Квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.



$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Применение

Теория движения планет, изложенная Кеплером полностью применима к движению искусственных спутников Земли и космических кораблей.



Значение законов

- Подтвердили гелиоцентрическую систему устройства мира Коперника
- Преодолели умозрительные заключения о круговых движениях небесных тел, с опорой на эмпирические данные
- Позволили ввести понятие астрономической единицы как основы для вычисления различных астрономических расстояний в Солнечной системе

Первые определения расстояний в СС

Впервые расстояния до небесных тел (Луны, Солнца, планет) оценил Аристотель (384-322, Др. Греция) в 360г до НЭ в книге «О небе» → слишком не точно, например радиус Земли в 10000 км.



В 265 г. до н.э. Аристарх Самосский (310-230, Др. Греция) в работе «О величине и расстоянии Солнца и Луны» первым сравнил расстояния до Луны и Солнца. Так расстояния у него до Солнца: $3С = 3Л / \cos 87^\circ \approx 19 * 3Л$. Радиус Луны определил в $7/19$ радиуса Земли, а Солнца в 6,3 радиусов Земли (на самом деле в 109 раз больше и угол не 87° а $89^\circ 52'$ и поэтому Солнце дальше Луны в 400 раз).

В 125 г. до н.э. Гиппарх (180-125, Др. Греция) довольно точно определяет (в радиусах Земли) радиус Луны ($3/11 R_{\oplus}$) и расстояние до Луны ($59 R_{\oplus}$).

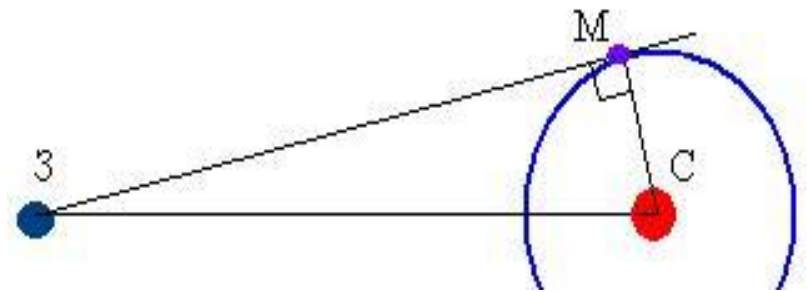
Довольно точно определил удалённость планет от Солнца к 1539г, приняв расстояние от Земли до Солнца за 1а.е., Николай Коперник (1473-1543, Польша) – первый астроном нашего времени.

Способы определения расстояний в Солнечной системе

1-й способ: (приближенный) По третьему закону Кеплера можно определить удаленность планеты от Солнца, зная периоды обращений и одно из расстояний.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow a_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1^2 \cdot a_2^3}{T_2^2}}$$

2-й способ: Определение расстояний до Меркурия и Венеры в моменты элонгации (из прямоугольного треугольника по углу элонгации).



Способы определения расстояний в Солнечной системе

3-й способ: Геометрический
(параллактический).

Параллакс- угол, под которым из недоступного места виден базис (известный отрезок). В пределах СС за базис берут экваториальный радиус Земли $R=6378$ км.

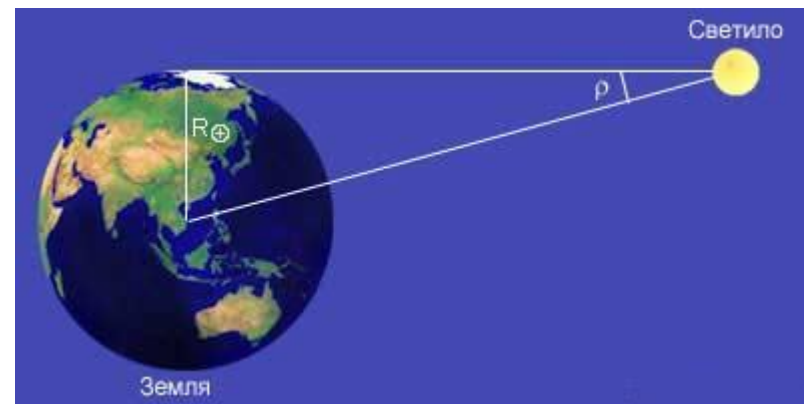
Из прямоугольного треугольника гипотенуза (расстояние D) равно:

$$D = \frac{R_{\oplus}}{\sin \rho}$$

При малом значении угла, выраженном в радианной мере, учитывая что $1 \text{ рад} = 57,3^{\circ} = 3438' = 206265''$, получим

$$D = \frac{206265''}{\rho} R_{\oplus}$$

Луны $P_{\text{л}} = 57'02''$, Солнца $P_{\text{с}} = 8,794''$



4-й способ: радиолокационный

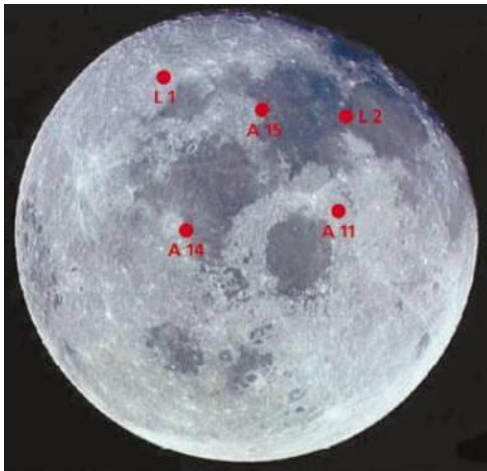
импульс → объект → отраженный
сигнал → время

$$R = \frac{ct}{2} \quad V_{\text{ЭМВ}} = C = 299792458 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

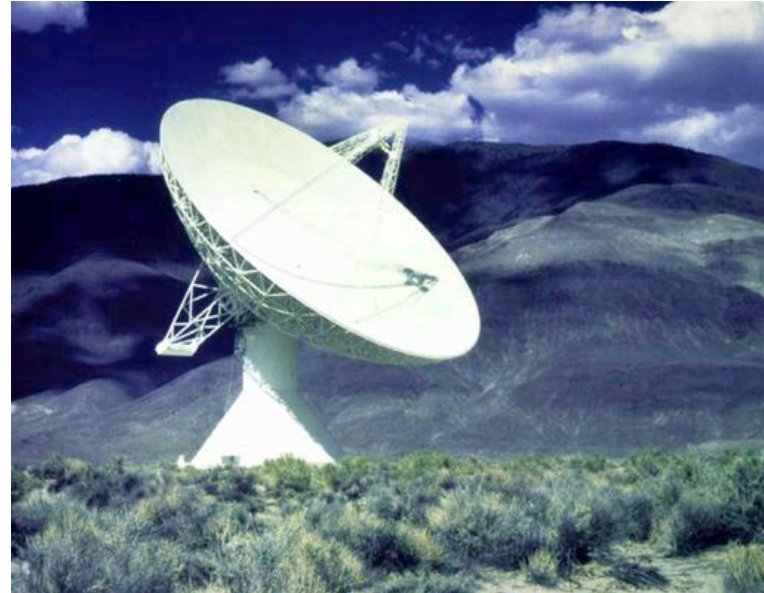
Предложен советскими физиками
Л.И. Мандельштам и **Н.Д. Папалекси**

В 1946г первая радиолокация Луны.
В 1957-1963гг — радиолокация Солнца,
Меркурия (с 1962г), Венеры (с 1961г),
Марса и Юпитера (с 1964г), Сатурна (с
1973г) в Великобритании, СССР и США.

Более точная лазерная локация проводится с 1969г



Расположение лазерных уголкового отражателей на Луне. Все, за исключением отражателя Лунохода-1 (L1), работают и сейчас



Определение астрономической единицы

НАЗЕМНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ АСТРОМЕТРИЯ

149 504 312 000 ± 170 400 000 м

РАДИОЛОКАЦИЯ ПЛАНЕТ

- 1960 г. (**149 540 000 000 ± 13 600 000**) м
- 1961 г. (**149 599 500 000 ± 800 000**) м
- 1998 г. (**149 597 870 691 ± 2**) м
- 1999 г. (**149 597 870 691.0 ± 1.0**) м
- 1999 г. (**149 597 870 691.1 ± 0.2**) м

1 а. е. = 149 597 870 691 ± 6 м ≈ 149,6 млн. км



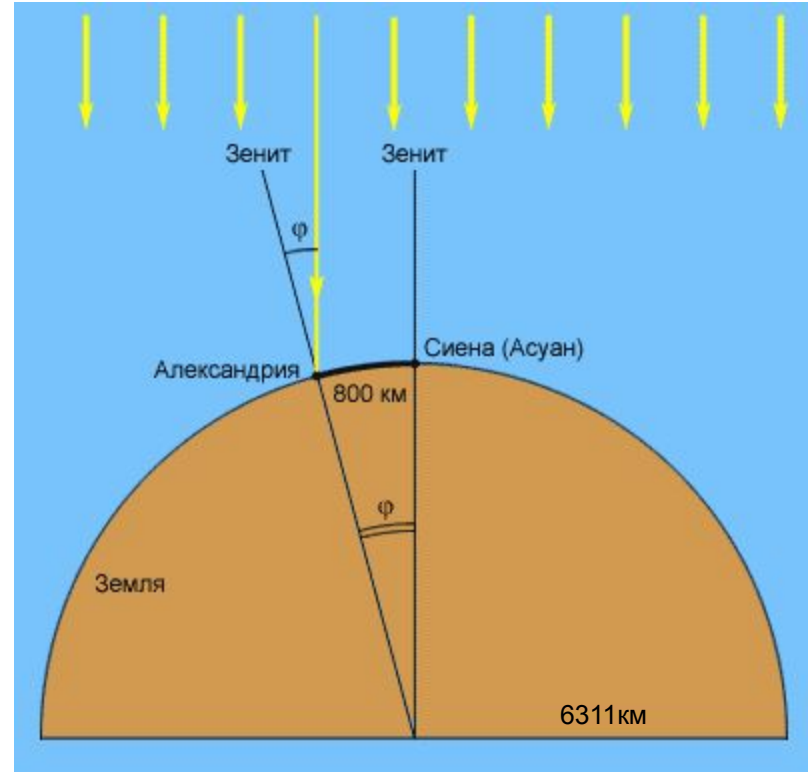
Определение радиуса Земли

В 240г до н.э. ЭРАТОСФЕН

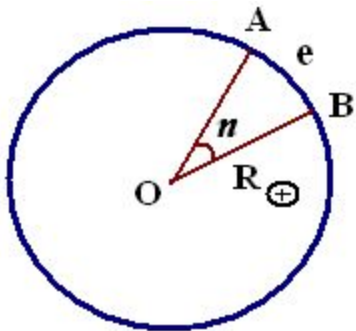
(276-194, Египет), географ,
директор Александрийской

библиотеки, произведя измерения

Александрии угла между вертикалью и
22 июня в направлением на Солнце в полдень и
используя записи наблюдений в тот же день
падения лучей света в глубокий колодец в
Сиена (Асуан) (в 5000 стадий = около 800км),
получает разность углов в $7,2^\circ$ и определяет
радиус Земли в 6311км. Результат не был
произведён до 17 века, лишь астрономы
Багдадской обсерватории в 827г немного
поправили его неточность.



$$L/800=360^\circ/7,2^\circ$$



Берем две точки вдоль одного меридиана

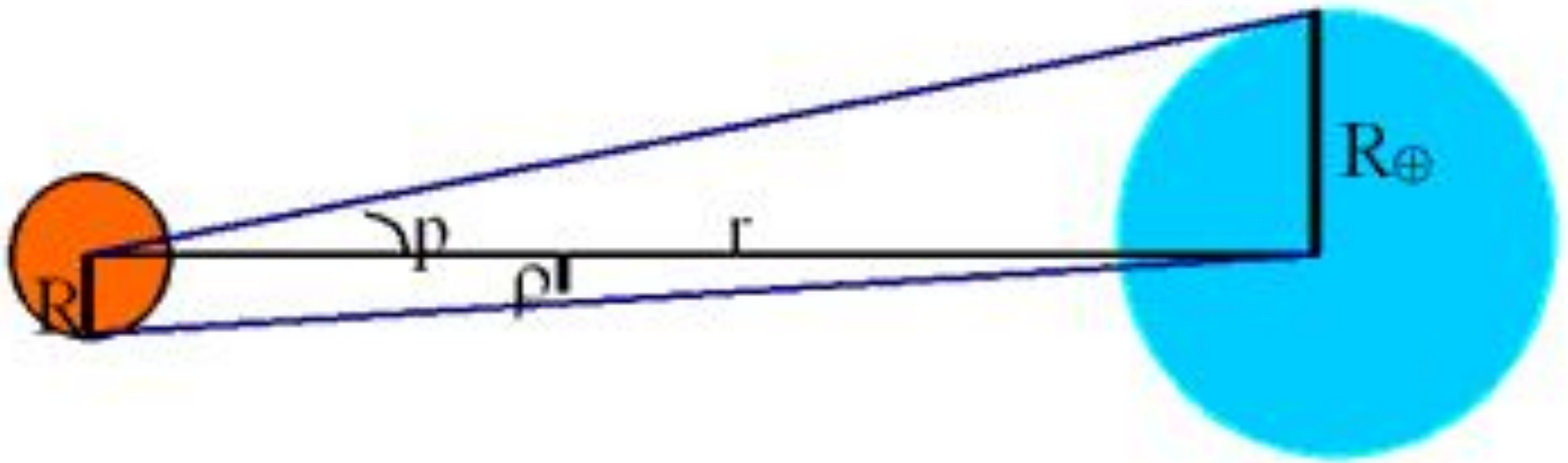
$AOB=n=\varphi_A-\varphi_B$ (разность географических
широт)

$e=AB$ - длина дуги вдоль меридиана

т.к. $e_1=e/n=2\pi R/360^\circ$, то

$$R_{\oplus} = \frac{180^\circ \cdot e}{\pi n}$$

Размеры тел



P-параллакс **p** - угловой радиус светила **r** – расстояние между объектами

Из прямоугольных треугольников дважды используя формулу $R=r \cdot \sin p$, получим

$$\left. \begin{array}{l} R = r \cdot \sin p \\ R_{\oplus} = r \cdot \sin p \end{array} \right\} \rightarrow \frac{R}{R_{\oplus}} = \frac{p}{p}$$

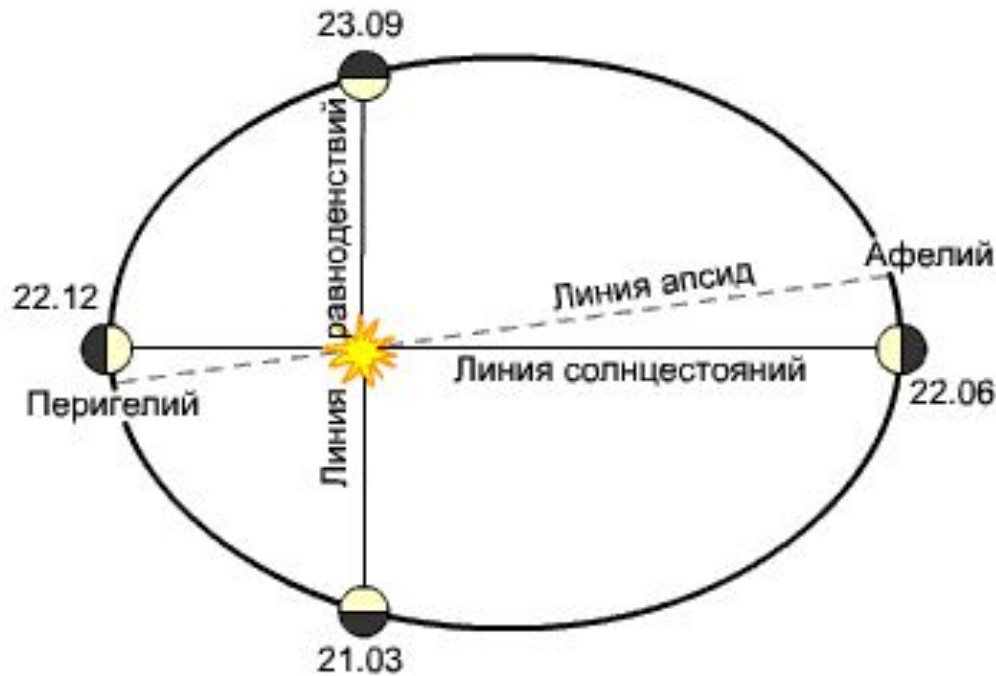
или

$$R = \frac{P}{p} \bullet R_{\oplus}$$

Для Земли

Земля обращается вокруг Солнца по эллипсу с $e=0,017$

Среднее расстояние от Земли до Солнца $149\,600\,000\text{ км} = 149,6\text{ млн.км} = 1\text{ а.е.}$



Перигелий – 1-5 января

Афелий - 1-6 июля

Задачи:

1. Расстояние от Земли до Луны в ближайшей к ней точке своей орбиты составляет 363 тыс.км, а в наиболее удалённой точке 405 тыс.км. Определите горизонтальный параллакс Луны в этих положениях.

Дано:

q=363 тыс.км

Q=405 тыс.км

R_З=6370 км

p₁ – ?

p₂ – ?

$$D = \frac{206265''}{p''} \cdot R_3 \quad p = \frac{206265''}{D} \cdot R_3$$

$$p_1 = \frac{206265''}{363000 \text{ км}} \cdot 6370 = 3619,5'' \approx 1^\circ$$

$$p_2 = \frac{206265''}{405000 \text{ км}} \cdot 6370 = 3244,2'' \approx 54'$$

Ответ: 1°, 54'

2. Определите массу Юпитера в массах Земли, путём сравнения системы Юпитер – Европа с системой Земля – Луна, если известно, что спутник Европа отстоит от него на расстоянии 671 тыс. км и обращается с периодом 3,55 суток.

Дано:

$$T_1 = 3,55 \text{ сут}$$

$$T_2 = 27,3 \text{ сут}$$

$$a_1 = 671000 \text{ км}$$

$$a_2 = 384000 \text{ км}$$

$$M_2 = 1$$

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$M_1 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3} \cdot M_2$$

$M_1 = ?$

$$M_1 = \frac{(27,3 \text{ сут})^2}{(3,55 \text{ сут})^2} \cdot \frac{(671000 \text{ км})^3}{(384000 \text{ км})^3} \cdot M_2 = 316 M_2$$

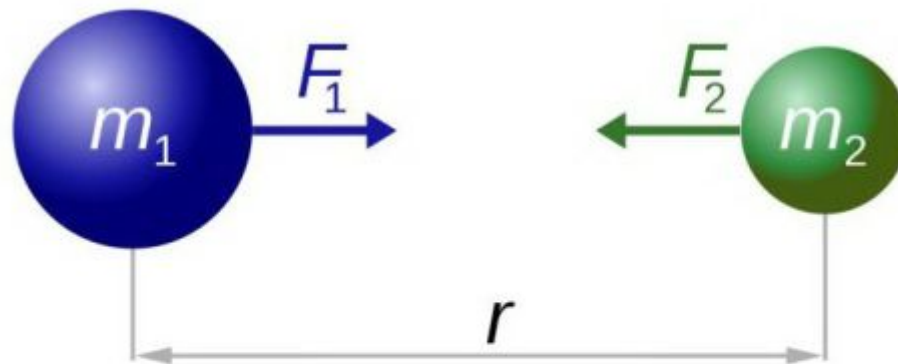
Ответ: 316 масс Земли



Исаак Ньютон (1643–1727)

Закон всемирного тяготения

Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

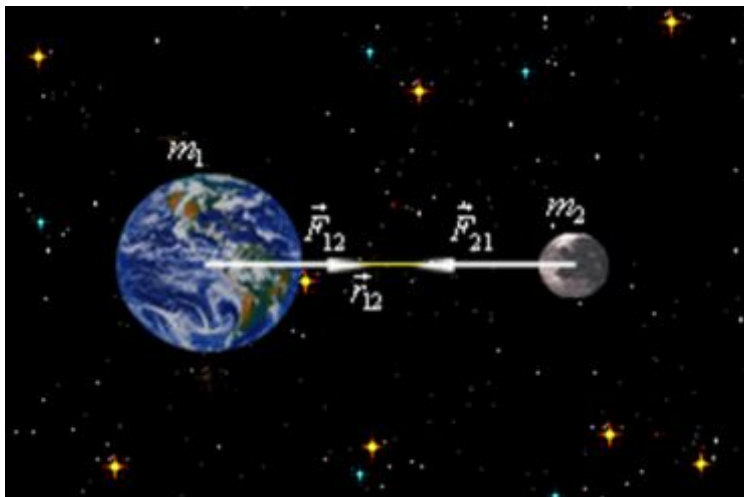


$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

где m_1 и m_2 – массы тел;

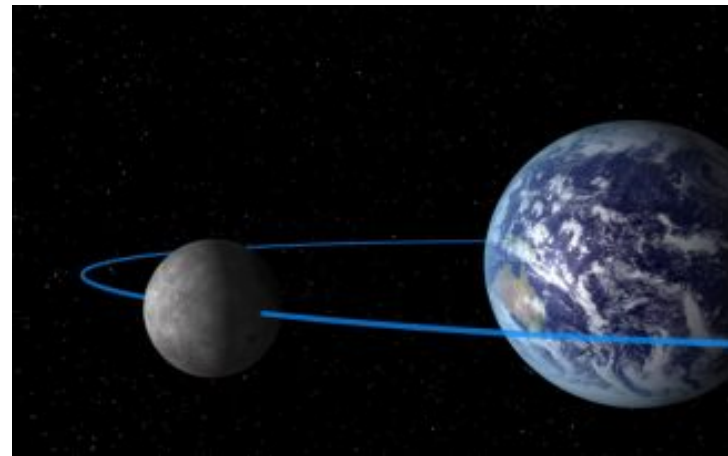
r – расстояние между телами;

G – гравитационная постоянная



Открытию закона всемирного тяготения во многом способствовали законы движения планет, сформулированные Кеплером, и другие достижения астрономии XVII в.

Знание расстояния до Луны позволило Исааку Ньютону доказать тождественность силы, удерживающей Луну при ее движении вокруг Земли, и силы, вызывающей падение тел на Землю.



$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

Так как сила тяжести меняется обратно пропорционально квадрату расстояния, как это следует из закона всемирного тяготения, то Луна, находящаяся от Земли на расстоянии примерно 60 ее радиусов, должна испытывать ускорение в 3600 раз меньшее, чем ускорение силы тяжести на поверхности Земли, равное 9,8 м/с . Следовательно, ускорение Луны должно составлять 0,0027 м/с².



Исаак Ньютон (1643–1727)

В то же время Луна, как любое тело, равномерно движущееся по окружности, имеет ускорение

$$a = \omega^2 r,$$

где ω – ее угловая скорость, r – радиус ее орбиты.

Если считать, что радиус Земли равен 6400 км, то радиус лунной орбиты будет составлять

$$r = 60 \cdot 6\,400\,000 \text{ м} = 3,84 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Звездный период обращения Луны $T = 27,32$ суток, в секундах составляет $2,36 \cdot 10^6$ с.

Тогда ускорение орбитального движения Луны

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{2 \cdot 3,14}{2,36 \cdot 10^6 \text{ с}} \cdot 3,84 \cdot 10^6 \text{ м} = 0,0027 \text{ м/с}^2.$$

Равенство этих двух величин ускорения доказывает, что сила, удерживающая Луну на орбите, есть сила земного притяжения, ослабленная в 3600 раз по сравнению с действующей на поверхности Земли.



Исаак Ньютон (1643–1727)

При движении планет, в соответствии с третьим законом Кеплера, их ускорение и действующая на них сила притяжения Солнца обратно пропорциональны квадрату расстояния, как это следует из закона всемирного тяготения.

Действительно, согласно третьему закону Кеплера отношение кубов больших полуосей орбит d и квадратов периодов обращения T есть величина постоянная:

$$\frac{d_1^3}{T_1^2} = \frac{d_2^3}{T_2^2} = \frac{d_3^3}{T_3^2} = \dots = \text{const.}$$

$$a = \frac{v^2}{d} = \left(\frac{2\pi d}{T} \right)^2 \frac{1}{d} = 4\pi^2 \frac{d}{T^2}.$$

$$\frac{d}{T^2} = \frac{\text{const}}{d^2},$$

$$a = 4\pi^2 \cdot \text{const} \frac{1}{d^2}.$$

Ускорение планеты равно

Из третьего закона Кеплера следует

поэтому ускорение планеты равно

Итак, сила взаимодействия планет и Солнца удовлетворяет закону всемирного тяготения.

ВОЗМУЩЕНИЯ В ДВИЖЕНИЯХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Движение планет Солнечной системы не в точности подчиняется законам Кеплера из-за их взаимодействия не только с Солнцем, но и между собой.

Отклонения тел от движения по эллипсам называют возмущениями.

Возмущения невелики, так как масса Солнца гораздо больше массы не только отдельной планеты, но и всех планет в целом.



Особенно заметны отклонения астероидов и комет при их прохождении вблизи Юпитера, масса которого в 300 раз превышает массу Земли.

В XIX в. расчёт возмущений позволил открыть планету Нептун.

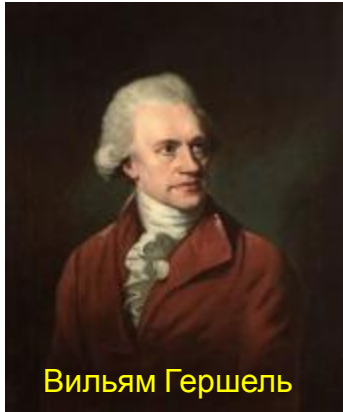
Уильям Гершель в 1781 г. открыл планету *Уран*.
Даже при учете возмущений со стороны всех известных планет наблюдаемое движение Урана не согласовывалось с расчетным.

На основе предположения о наличии еще одной «заурановой» планеты *Джон Адамс* в Англии и *Урбен Леверье* во Франции независимо друг от друга сделали вычисления ее орбиты и положения на небе.

На основе расчетов Леверье немецкий астроном *Иоганн Галле* 23 сентября 1846 г. обнаружил в созвездии Водолея неизвестную ранее планету – *Нептун*.

По возмущениям Урана и Нептуна была предсказана, а в 1930 году и обнаружена карликовая планета *Плутон*.

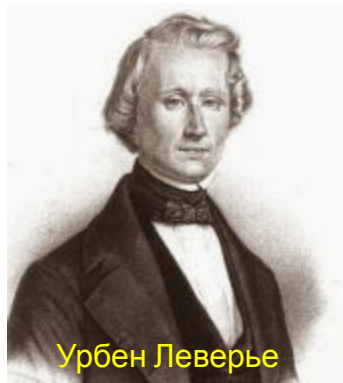
Открытие Нептуна стало триумфом гелиоцентрической системы, важнейшим подтверждением справедливости закона всемирного тяготения.



Уильям Гершель



Джон Адамс



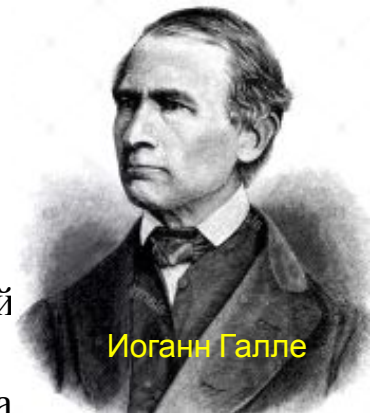
Урбен Леверье



Уран

Нептун

Плутон



Иоганн Галле

МАССА И ПЛОТНОСТЬ ЗЕМЛИ

Закон всемирного тяготения позволил определить массу Земли.

В соответствии с законом всемирного тяготения ускорение свободного падения:

$$g = G \frac{M}{R^2}, \text{ где}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2,$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2,$$

$$R = 6370 \text{ км}$$

$$M = \frac{g R^2}{G}$$

$$6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

Зная массу и объем земного шара, можно вычислить его среднюю плотность:
 $5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

С глубиной за счет увеличения давления и содержания тяжелых элементов плотность возрастает



ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Более точная формула третьего закона Кеплера, которая была получена Ньютоном, дает возможность определить массу небесного тела.

Пусть два взаимно притягивающихся тела обращаются по круговой орбите с периодом T вокруг общего центра масс. Расстояние между их центрами $R = r_1 + r_2$.

На основании закона всемирного тяготения ускорение каждого из этих тел равно:

$$a_1 = G \frac{m_2}{R^2}, \quad a_2 = G \frac{m_1}{R^2}.$$

Угловая скорость обращения вокруг центра масс:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Центростремительные ускорения тел:

$$a_1 = \frac{4\pi^2}{T^2} r_1, \quad a_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r_2.$$

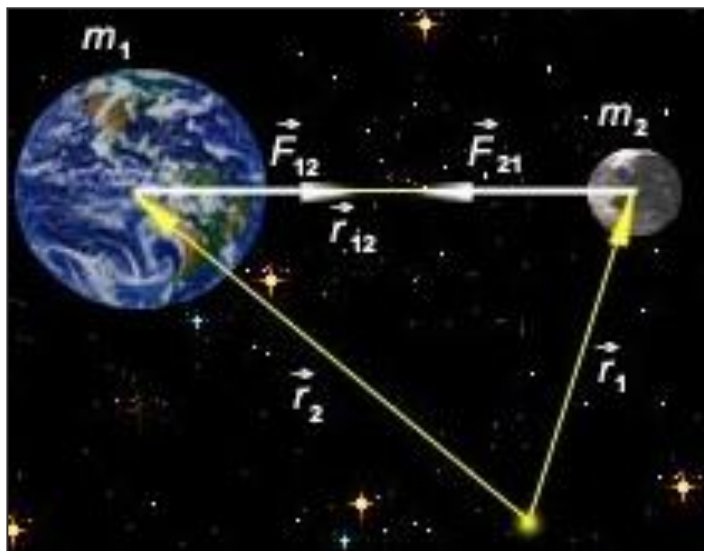
Приравняв полученные для ускорений выражения, выразив из них r_1 и r_2 и сложив их почленно, получаем:

$$G = \frac{(m_1 + m_2)}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} (r_1 + r_2),$$

откуда

$$\frac{T^2 (m_1 + m_2)}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G}.$$

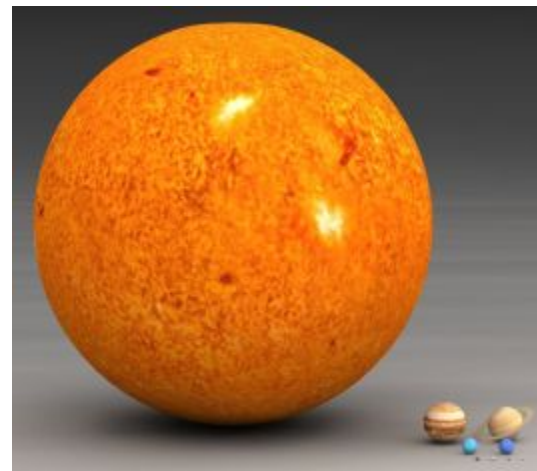
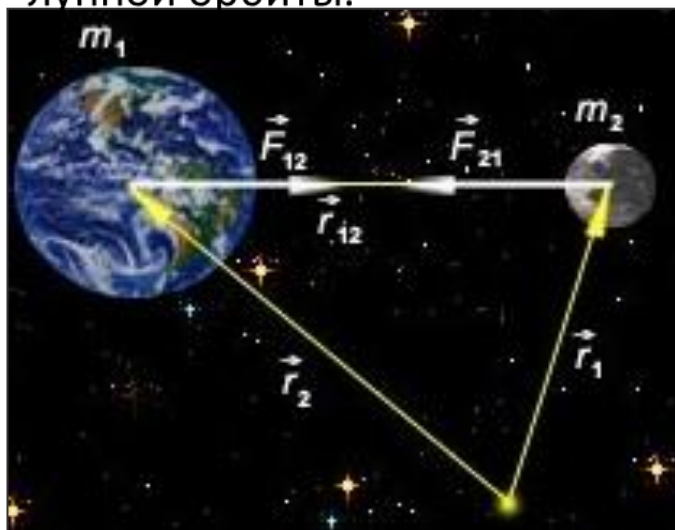
В правой части выражения находятся только постоянные величины, поэтому оно справедливо для любой системы двух тел, взаимодействующих по закону тяготения и обращающихся вокруг общего центра масс, – Солнце и планета, планета и спутник.



Определим массу Солнца из выражения:

$$\frac{T_1^2 (M + m_1)}{a_1^3} = \frac{T_2^2 (m_1 + m_2)}{a_2^3},$$

где M – масса Солнца; m_1 и m_2 – массы Земли и Луны; T_1 и a_1 – период обращения Земли вокруг Солнца (год) и большая полуось ее орбиты; T_2 и a_2 – период обращения Луны вокруг Земли и большая полуось лунной орбиты.



Пренебрегая массой Земли, которая ничтожно мала по сравнению с массой Солнца, и массой Луны, которая в 81 раз меньше массы Земли, получим:

$$\frac{M}{m_1} = \frac{a_1^3 T_2^2}{a_2^3 T_1^2}.$$

Подставив в формулу соответствующие значения и

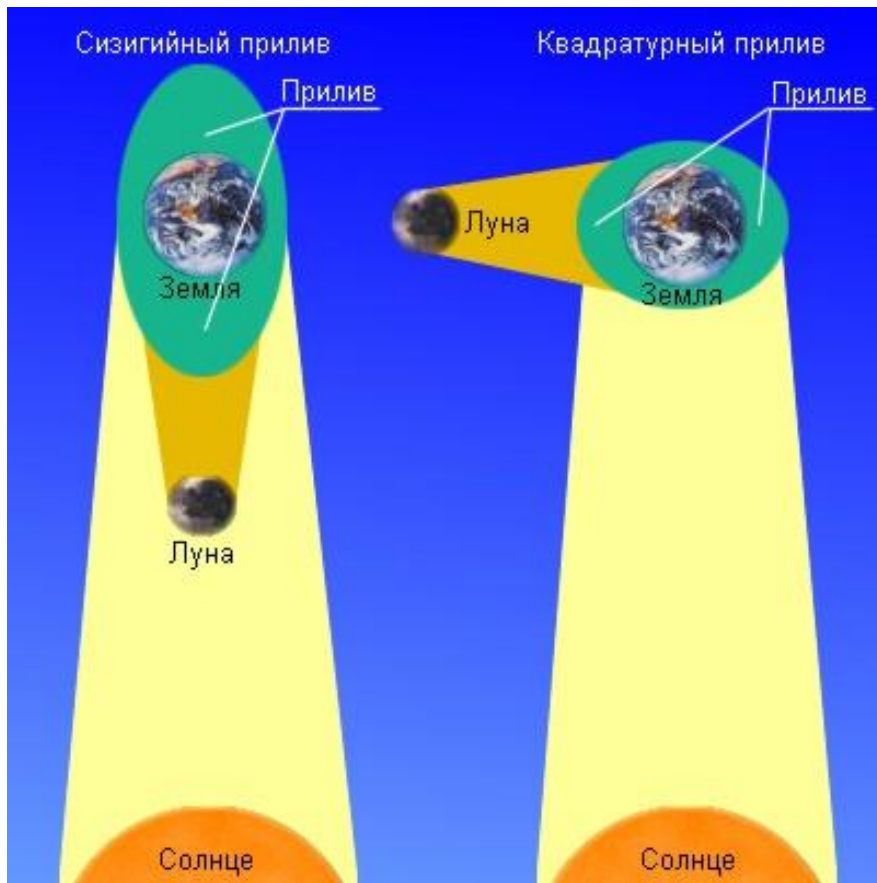
Массы планет, не имеющих спутников, определяют по тем возмущениям, которые они оказывают на движение астероидов, комет или космических аппаратов, пролетающих в их окрестностях.

ПРИЛИВЫ

Под действием взаимного притяжения частиц тело стремится принять форму шара. Если эти тела вращаются, то они деформируются, сжимаются вдоль оси вращения.

Кроме того, изменение их формы происходит и под действием взаимного притяжения, которое вызывают явления, называемые *приливами*.





Тяготение Солнца также вызывает приливы, но из-за большей его удаленности они меньше, чем вызванные Луной.

Между огромными массами воды, участвующей в приливных явлениях, и дном океана возникает *приливное трение*.

Приливное трение тормозит вращение Земли и вызывает увеличение продолжительности суток, которые в прошлом были значительно короче (5–6 ч).

Тот же эффект ускоряет орбитальное движение Луны и приводит к её медленному удалению от Земли.

Приливы, вызываемые Землей на Луне, затормозили ее вращение, и она теперь обращена к Земле одной стороной.

**Спасибо за
внимание**