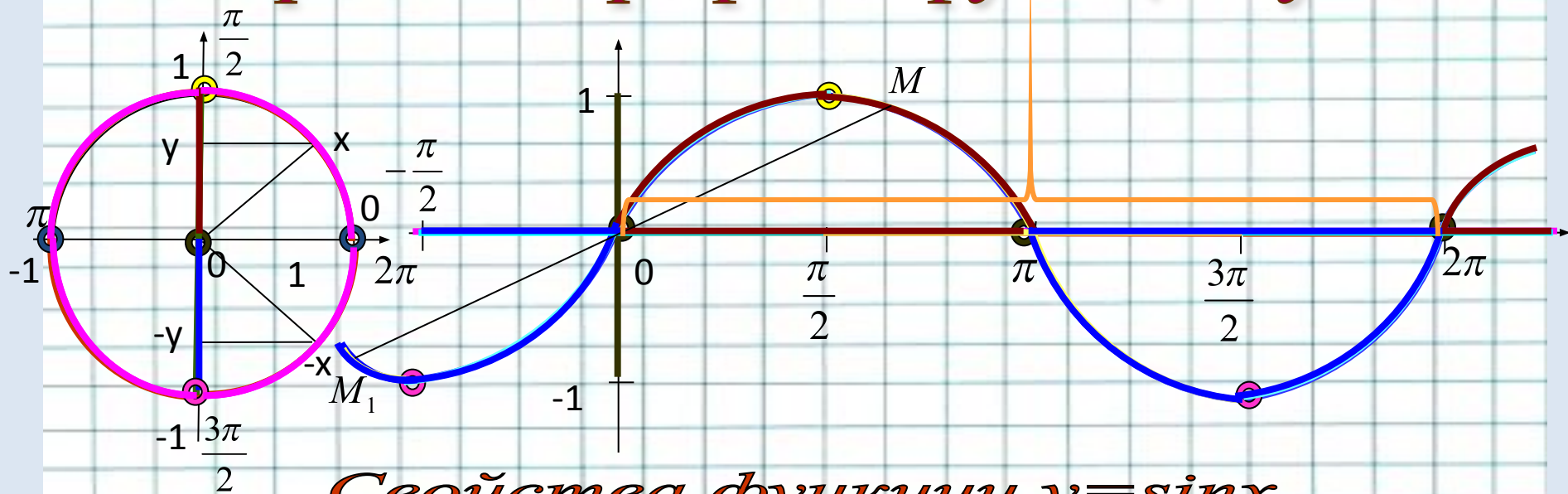


# «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА»



# Построение графика функции $y = \sin x$



## Свойства функции $y = \sin x$

1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2)  $E(y) = [-1; 1]$

3)  $T = 2\pi$

4) Функция нечетная

а)  $D(y)$  симметрична относительно точки  $O$

б)  $y(-x) = -y(x)$

5)  $y = 0$  при  $x = \pi n$

6)  $y_{\text{наиб.}} = 1$  при  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

7)  $y_{\text{наим.}} = -1$  при  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

8) монотонность

а) функция  $\uparrow$  на  $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$

б) функция  $\downarrow$  на  $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$

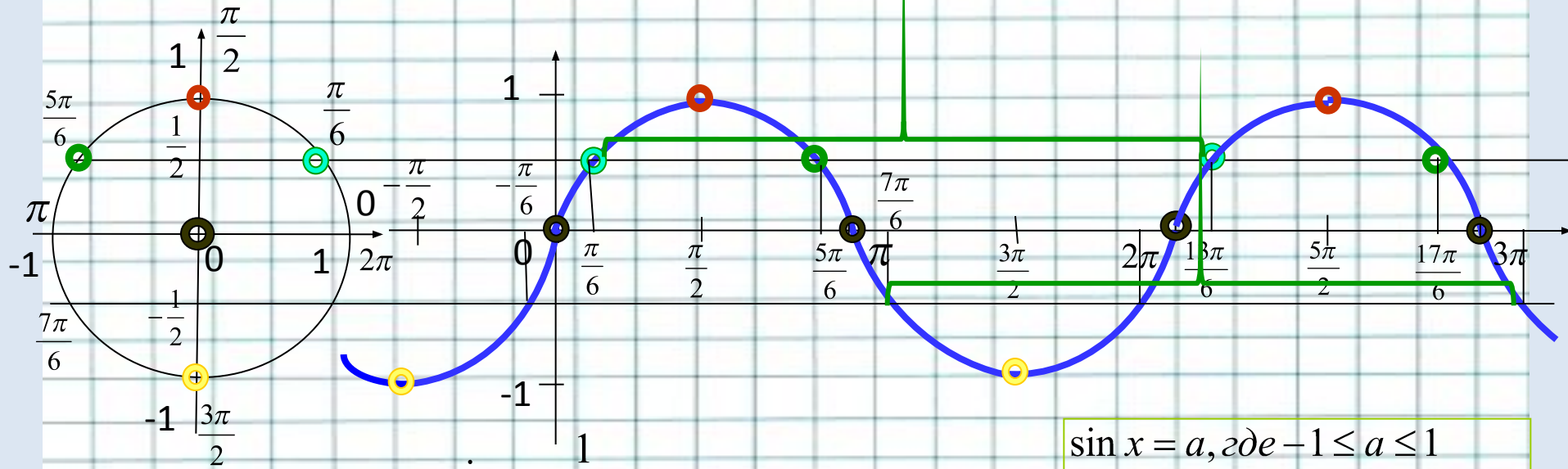
9) промежутки знакопостоянства

а)  $y > 0$  на  $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$

б)  $y < 0$  на  $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$

$n \in \mathbb{Z}$

# Решение уравнения $\sin x = a$



Частные случаи:

1)  $\sin x = 0$

$$x = \pi n$$

2)  $\sin x = 1$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

3)  $\sin x = -1$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\Rightarrow x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n;$$

$$\Rightarrow x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$\Rightarrow x = (-1)^n \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) + \pi n;$$

$$\Rightarrow x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$$

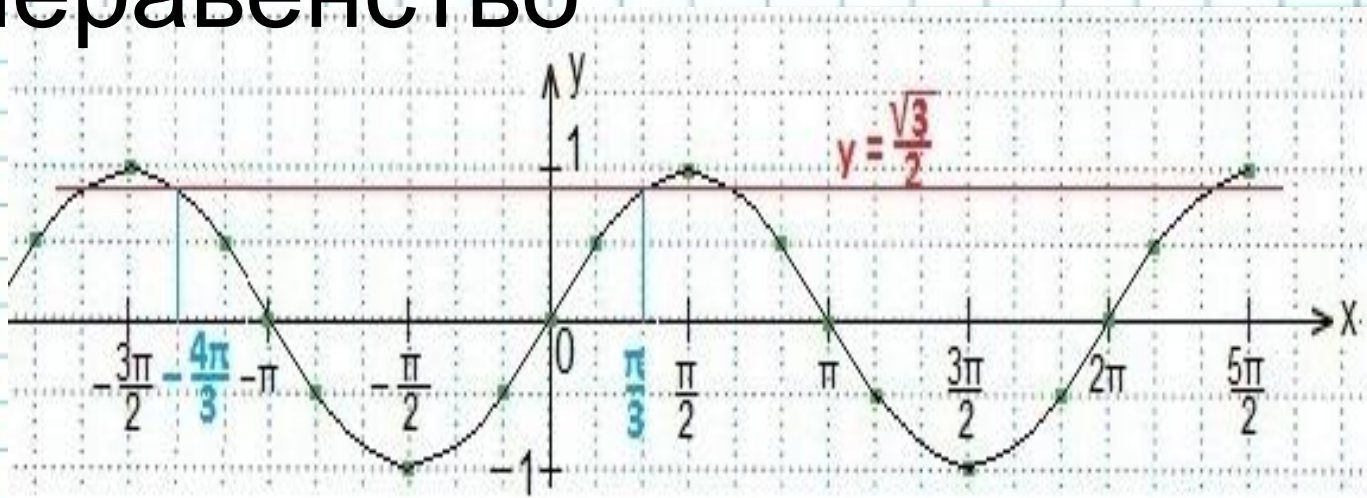
$$\sin x = a, \text{ где } -1 \leq a \leq 1$$

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



# Решить неравенство

$$\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2};$$



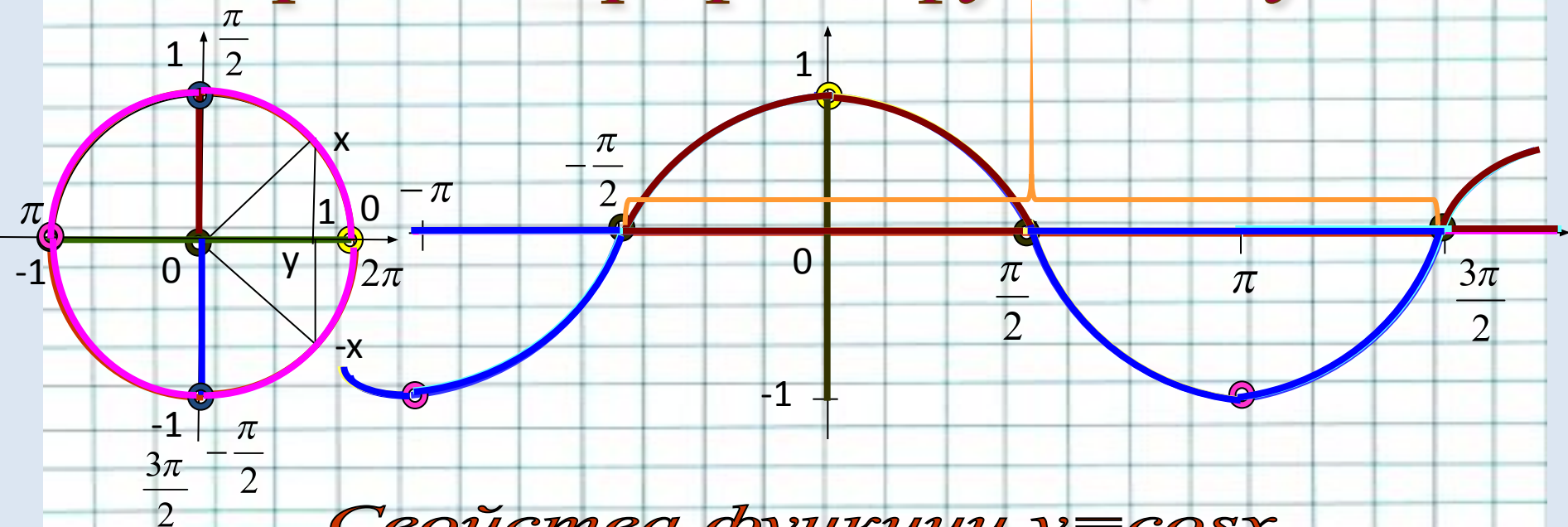
Между этими (выделенными) значениями аргумента и находится та часть синусоиды, которая лежит ниже данной прямой, а значит, промежуток между этими выделенными точками удовлетворяет данному неравенству. Учтем период синуса, запишем результат в виде двойного неравенства, а ответ в виде числового промежутка.

$$-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ:  $(-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}.$



# Построение графика функции $y = \cos x$

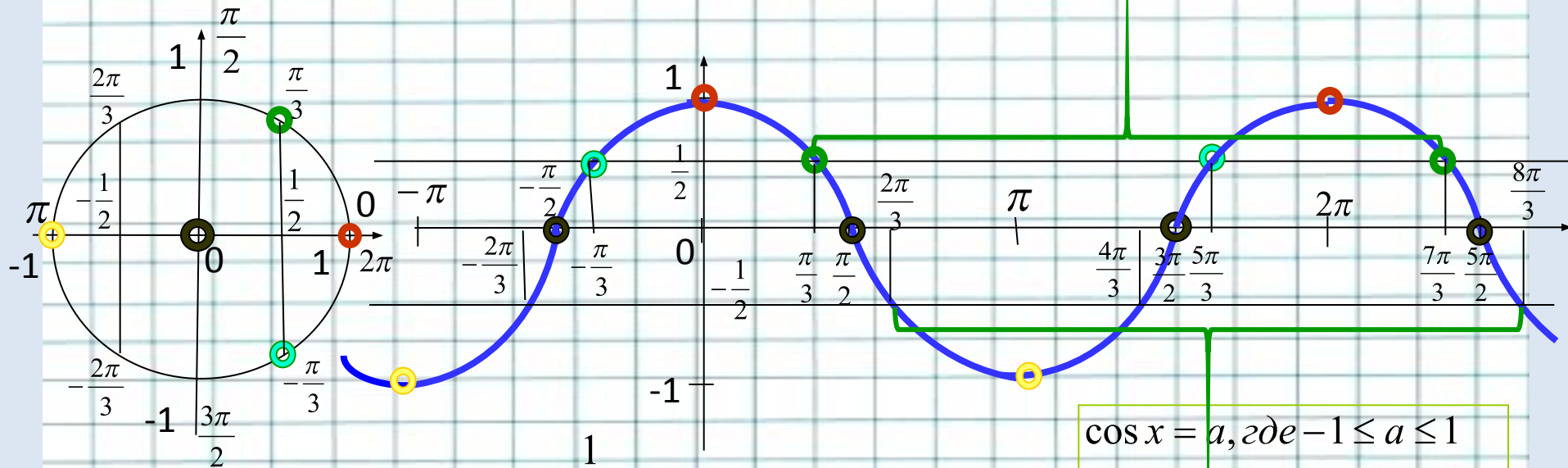


## Свойства функции $y = \cos x$

- 1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$
- 2)  $E(y) = [-1; 1]$
- 3) Периодичность:  $T = 2\pi$
- 4) Функция четная
  - а)  $D(y)$  симметрична относительно оси  $OY$
  - б)  $y(-x) = y(x)$
- 5)  $y = 0$  при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
- 6)  $y_{\text{наиб.}} = 1$  при  $x = 2\pi n$
- 7)  $y_{\text{наим.}} = -1$  при  $x = \pi + 2\pi n$

- 8) монотонность:
    - а) функция  $\uparrow$  на  $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$
    - б) функция  $\downarrow$  на  $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$
  - 9) промежутки знакопостоянства:
    - а)  $y > 0$  на  $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$
    - б)  $y < 0$  на  $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
- $n \in \mathbb{Z}$

# Решение уравнения $\cos x = a$



Частные случаи:

1)  $\cos x = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

2)  $\cos x = 1$

$$x = 2\pi n$$

3)  $\cos x = -1$

$$x = \pi + 2\pi n$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

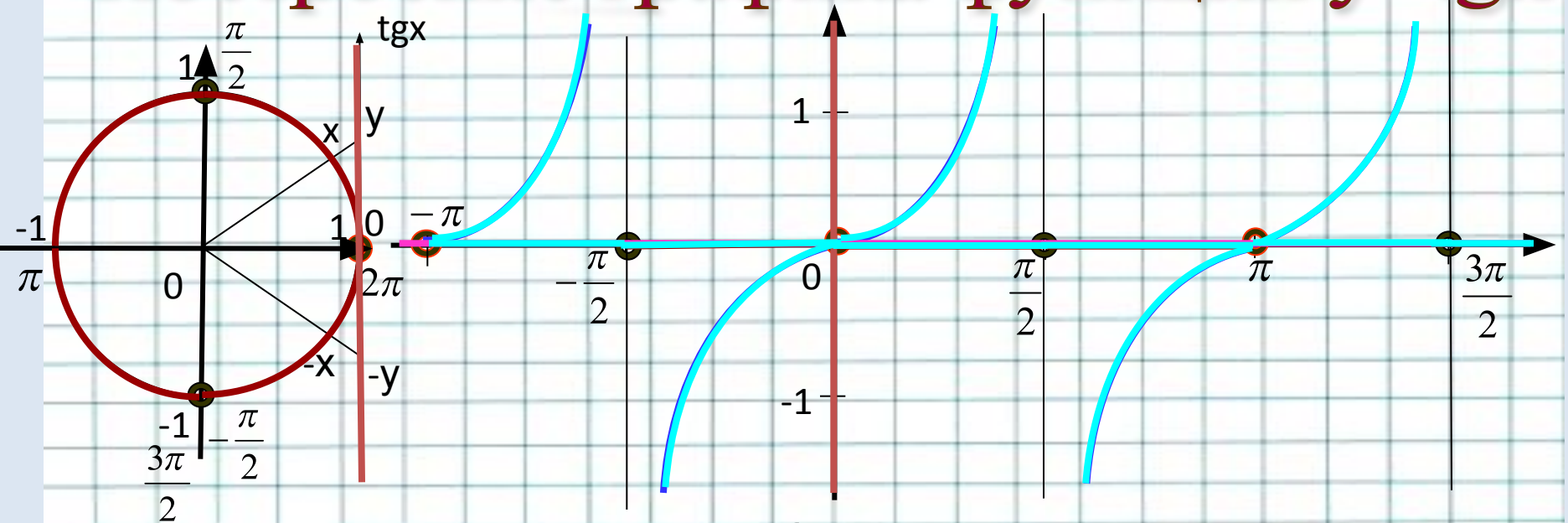
$$\begin{aligned} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n; \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{aligned}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x = \pm \arccos \left( -\frac{1}{2} \right) + \pi n; \\ x = \pm \left( \pi - \arccos \frac{1}{2} \right) + 2\pi n; \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \end{aligned}$$



# Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$



## Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$

1)  $D(y): x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$

2)  $E(y) = (-\infty; +\infty)$

3) Периодичность:  $T = \pi$

4) Функция нечетная.

5) Нули функции:

$y = 0$  при  $x = \pi n$

8) монотонность:

а) функция  $\uparrow$  на  $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$

9) промежутки знакопостоянства:

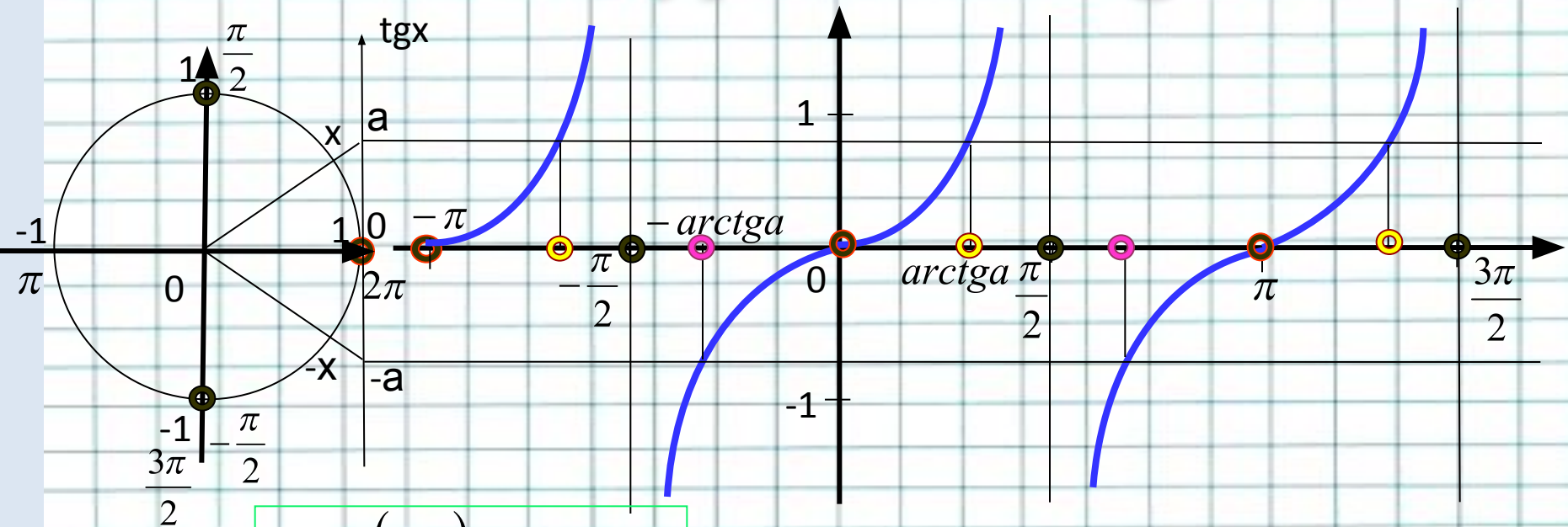
б)  $y > 0$  на  $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$

а)  $y < 0$  на  $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right)$

$n \in \mathbb{Z}$



# Решение уравнения $\operatorname{tg}x = a$



$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg}a$$

$$\operatorname{tg}x = a, \quad a \in (-\infty; +\infty)$$


$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \operatorname{arctg}a + \pi n$$

$$\operatorname{tg}x = -a, \quad a \in (-\infty; +\infty)$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = -\operatorname{arctg}a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



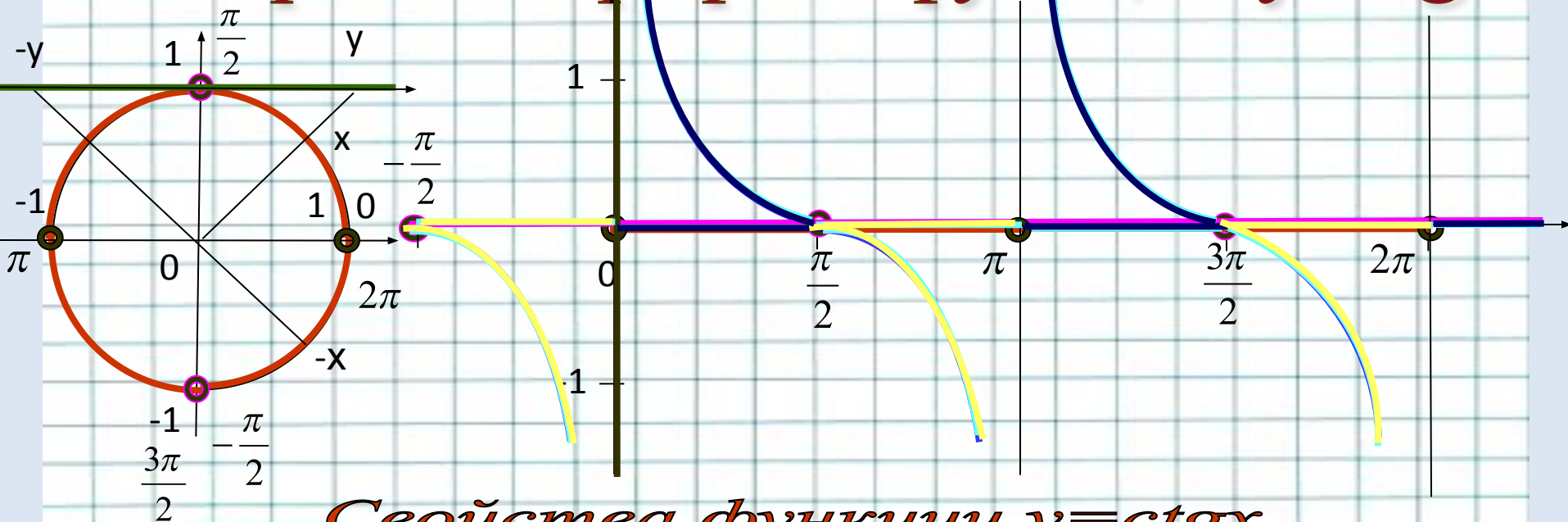
$$\operatorname{tg}x = 0$$

$$x = \pi n$$

$$\operatorname{ctg}x = a \Rightarrow \operatorname{tg}x = \frac{1}{a}$$



# Построение графика функции $y = ctg x$



## Свойства функции $y = ctg x$

1)  $D(y): x \neq \pi n$

2)  $E(y) = (-\infty; +\infty)$

3) Периодичность:  $T = \pi$

4) Функция нечетная

5) Нули функции:

$y = 0$  при  $x = \pi n$

8) монотонность:

а) функция  $\downarrow$  на  $(\pi n; \pi + \pi n)$

9) промежутки знакопостоянства

б)  $y > 0$  на  $(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$

а)  $y < 0$  на  $(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n)$

$n \in \mathbb{Z}$

