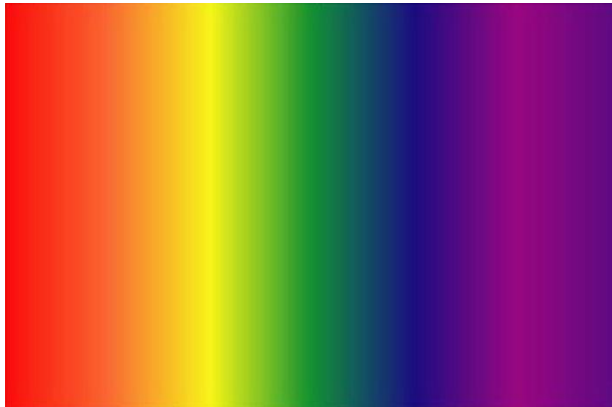


Оптика



- Геометрическая оптика
- Волновая оптика (дифракция)**
- Взаимодействие света с веществом
- Фотометрия
- Квантовые свойства света

Дифракция света

- Понятие о дифракции волн
- Принцип Гюйгенса-Френеля
- Метод зон Френеля
- Зонная пластинка
- Метод векторных диаграмм
- Дифракция Френеля на круглом отверстии и на круглом диске
- Границы применимости геометрической оптики, дифракции Френеля, дифракции Фраунгофера
- Дифракция Фраунгофера на бесконечно длинной щели и на дифракционной решетке
- Угловая дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки
- Угловая разрешающая способность объектива

Дифракция света

Дифракция света

совокупность явлений, возникающих при прохождении света вблизи границ с резкими неоднородностями

лат. *diffractus* – разломанный, переломанный

Проявления дифракции:

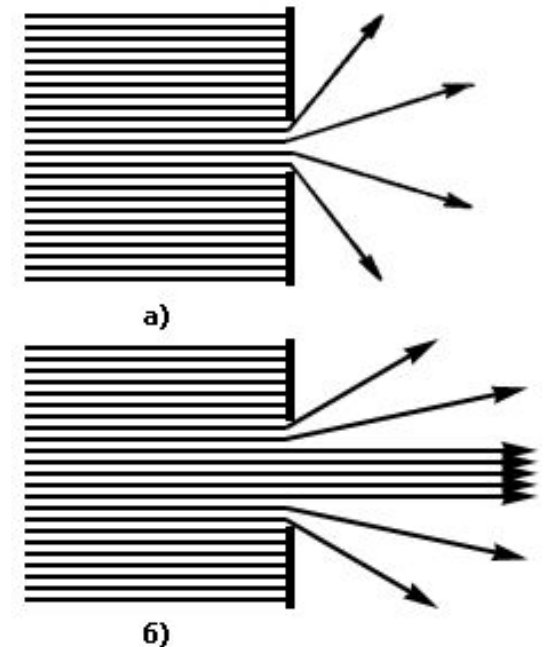
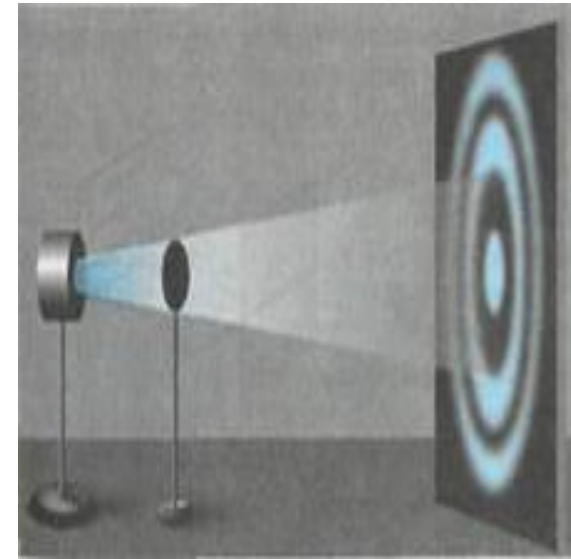
- волны заходят в область геометрической тени
- огибание световыми волнами препятствий

При условии

$$a \approx \lambda$$

размеры препятствий сравнимы с длиной волны

дифракция выражена наиболее сильно



Объяснение явления дифракции

Дифракционные явления были хорошо известны еще во времена Ньютона

но объяснить их на основе корпускулярной теории света оказалось невозможным

Томас Юнг

первое качественное объяснение явления дифракции

на основе волновых представлений

Огюстен Жан Френель

количественная теория дифракционных явлений

независимо от Т. Юнга, 1818 г.



В основе теории Френеля

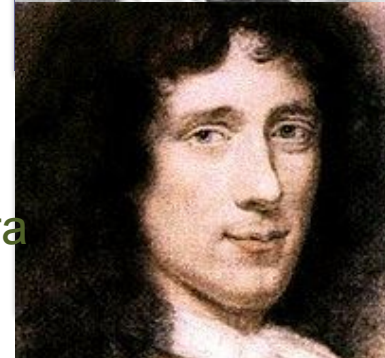
Принцип Гюйгенса, дополненный идеей об интерференции вторичных волн



принцип Гюйгенса-Френеля

- Каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн
- Все вторичные источники на поверхности фронта волны, когерентны между собой

Амплитуда и фаза волны в любой точке пространства – результат интерференции волн, излучаемых вторичными источниками



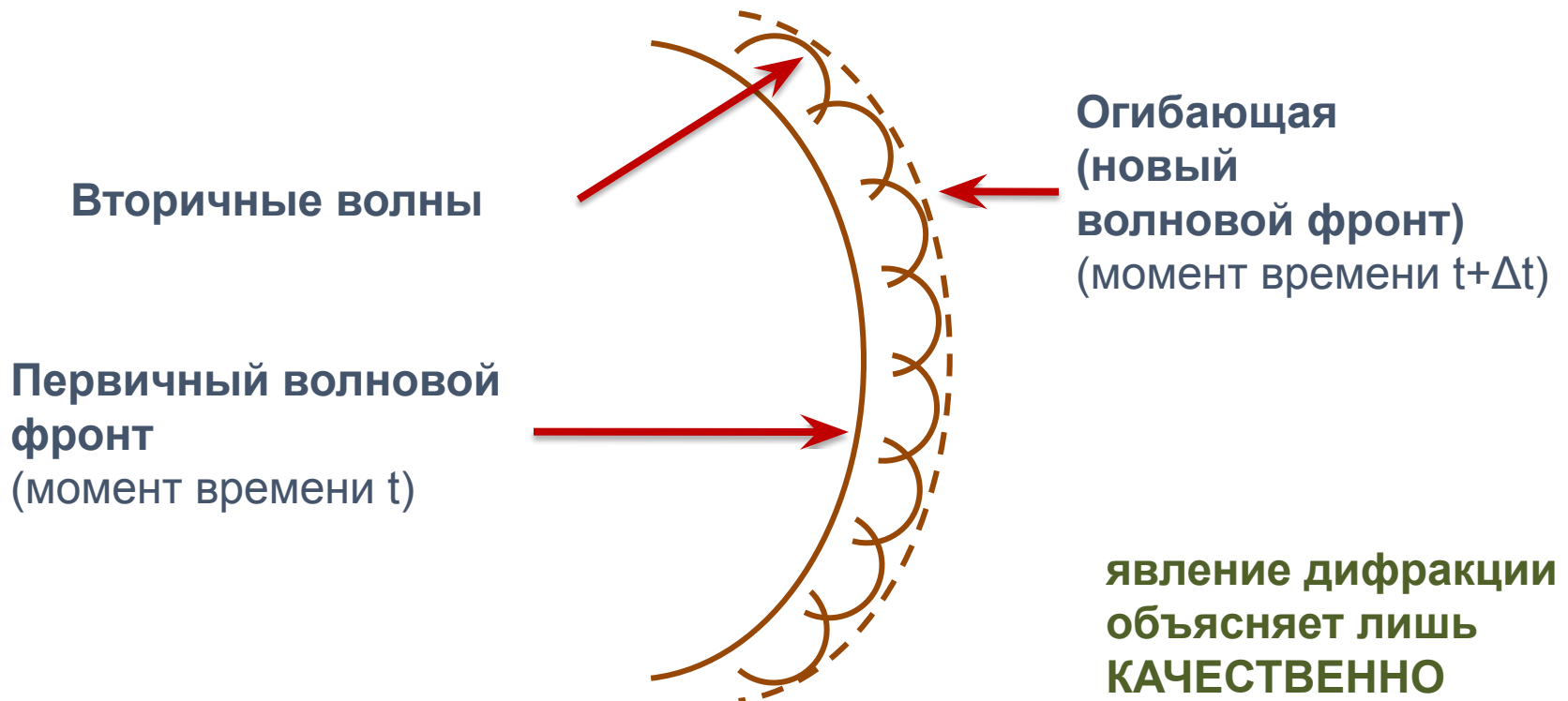
Христиан Гюйгенс ван Зейлихем

Принцип Гюйгенса-Френеля

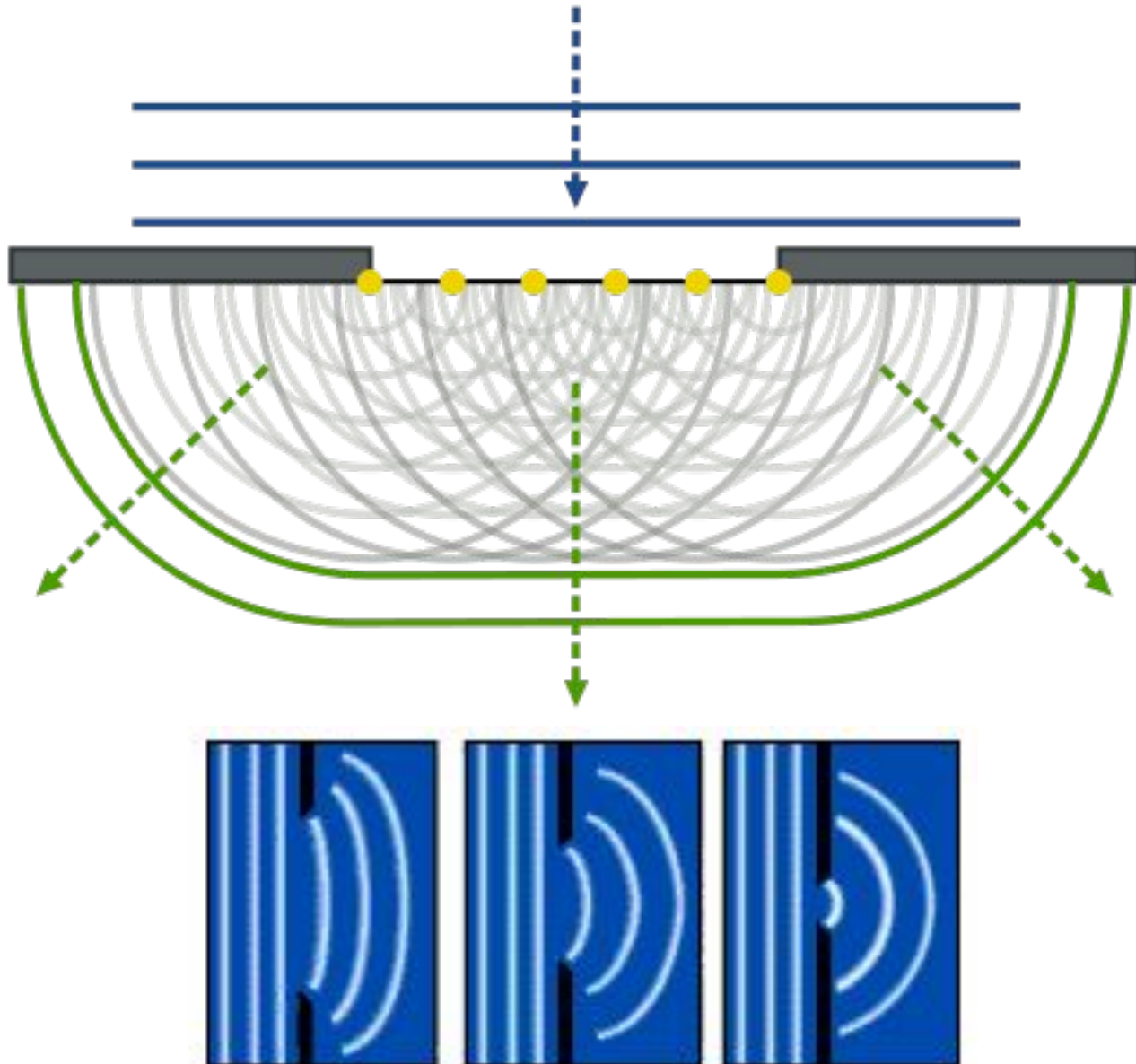
- Каждая точка пространства, до которой доходит фронт волны, становится точечным источником света, излучающим сферическую волну
- Огибающая всех вторичных волн представляет собой фронт распространяющейся волны
- Вторичные источники являются когерентными

Гюйгенс

Френель



Волновой принцип Гюйгенса



Дополнения Френеля к принципу Гюйгенса

1. Вторичные источники не точечные, а элементы фронта волны площадью dS
2. Вторичные источники dS – когерентные и результат их действия на точку P есть результат их интерференции
3. Площадка фронта волны dS создает в точке P напряженность ЭП:

$$dE \sim dS$$

$$dE \sim A_0$$

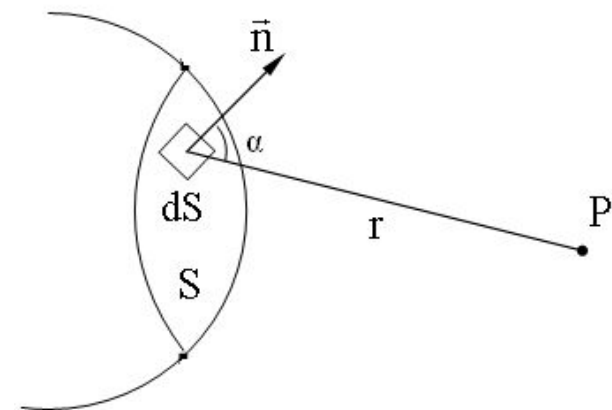
$$dE \sim \alpha$$

$$dE \sim 1/r$$

A_0 – амплитуда световой волны в месте, где находится площадка

α – угол между нормалью к площадке dS и направлением на точку P

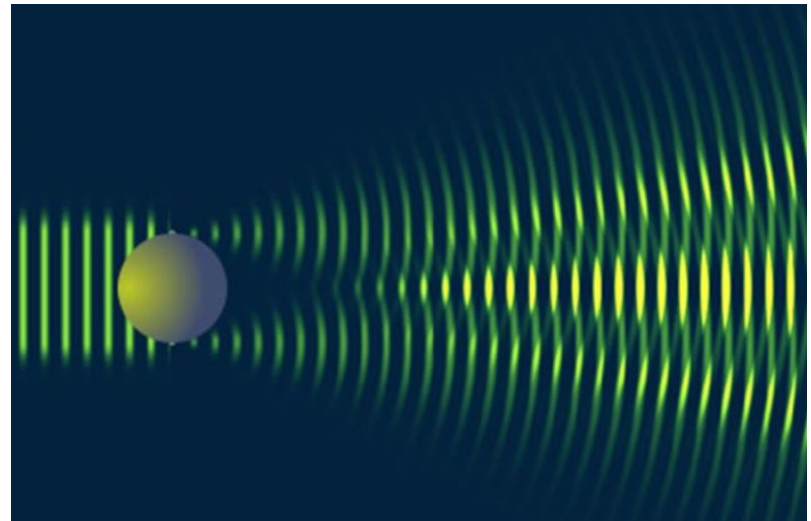
r – расстояние от площадки dS до точки P



Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить дифракцию КОЛИЧЕСТВЕННО и решить любую задачу на дифракцию света

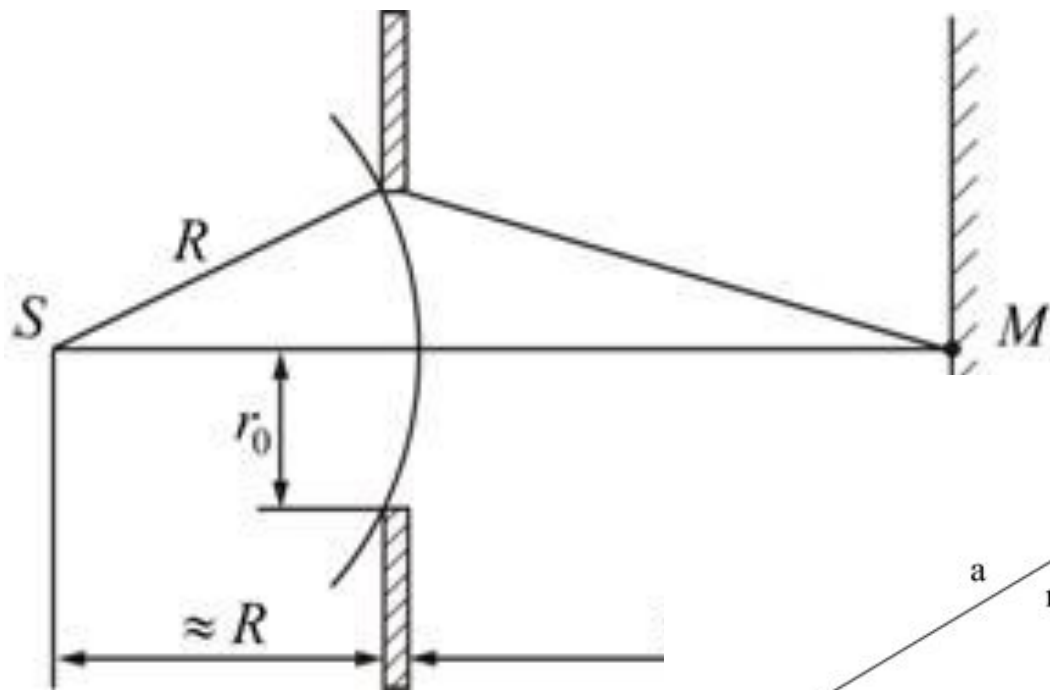
Виды дифракции

- **Дифракция Френеля** – дифракция в расходящихся лучах (сферические волны), картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия
- **Дифракция Фраунгофера** – дифракция в параллельных лучах (плоские волны), источник и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия

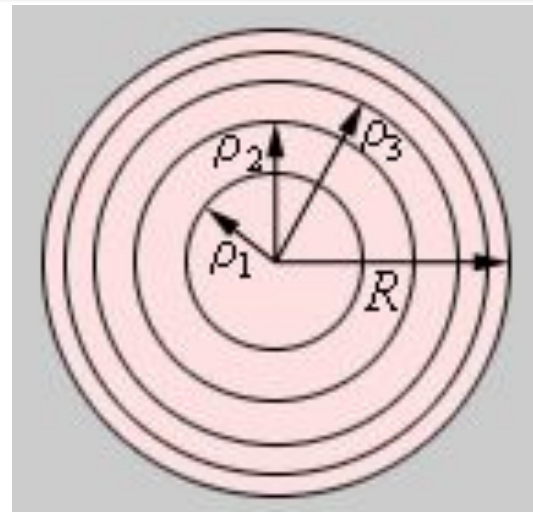


Дифракция Френеля

1. Дифракция от круглого отверстия

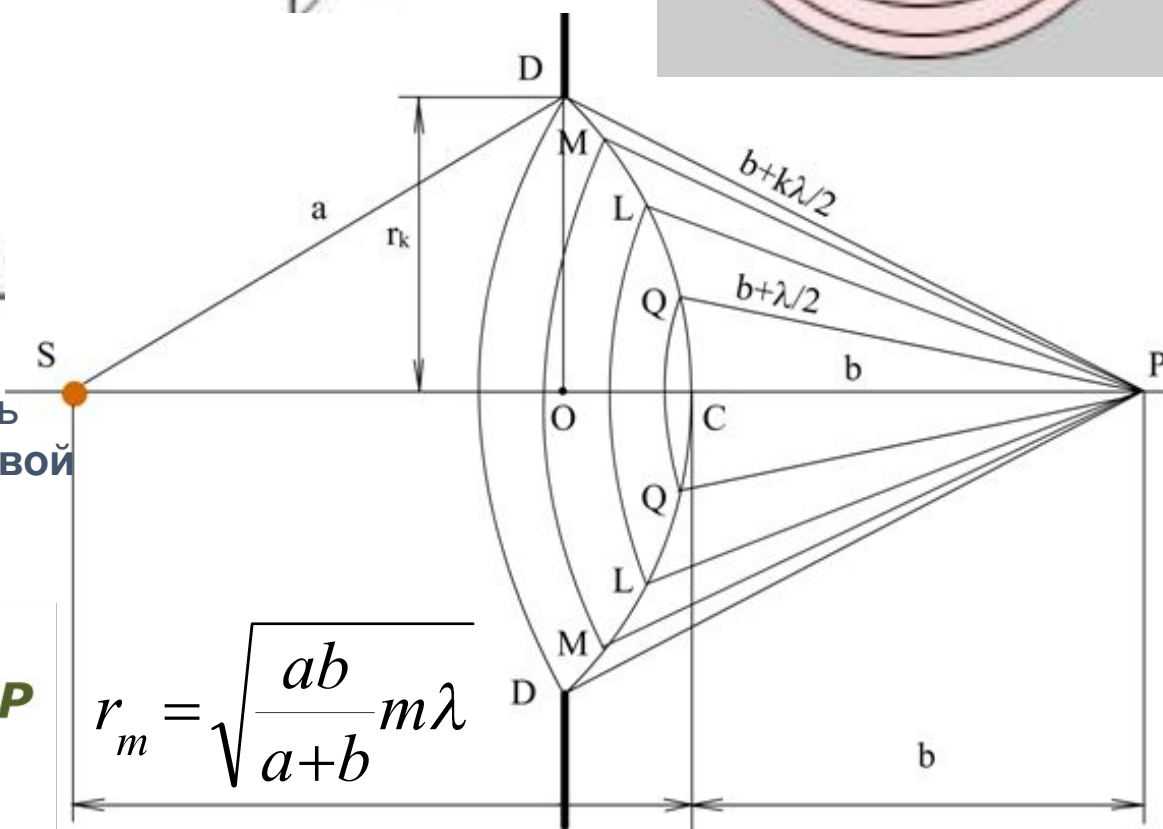


Границы зон в плоскости отверстия



Для облегчения расчета Френель разбил открытую часть волновой поверхности на кольцевые зоны:

расстояние от границ соседних зон до точки P должны отличаться на $\frac{\lambda}{2}$



$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

Расчет радиуса зоны Френеля

Выделим m -ую зону Френеля

h_m - высота зоны

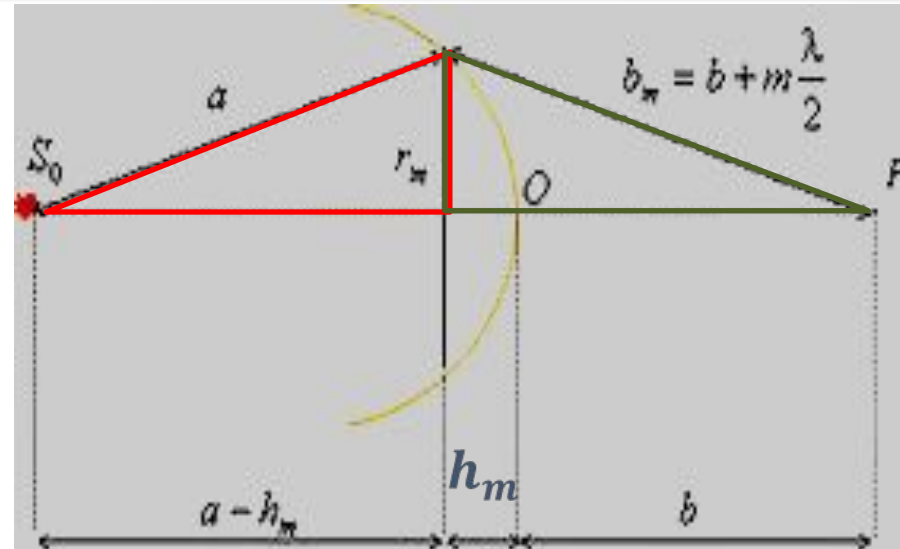
Из прямоугольных треугольников выразим радиус зоны Френеля:

$$\begin{aligned} r_m^2 &= a^2 - (a - h_m)^2 = \\ &= a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \lambda \ll a \\ h_m \ll a \end{array} \quad \left| \quad \Rightarrow \quad r_m^2 = 2ah_m$$

$$r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (b + h_m)^2 =$$

$$\begin{array}{l} \lambda \ll b \\ h_m \ll b \end{array} \quad \left| \quad \Rightarrow \quad h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

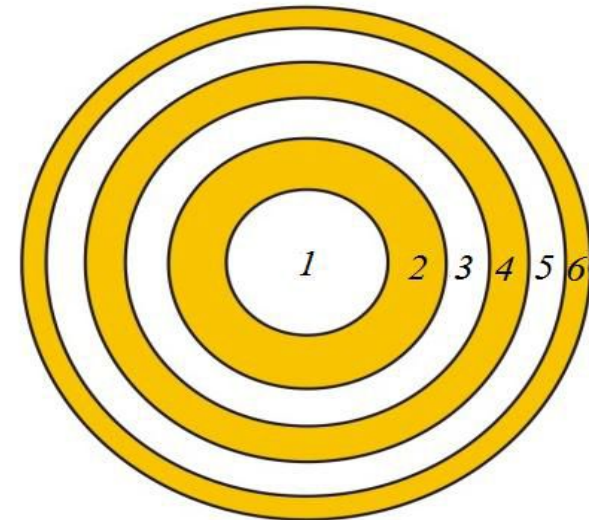
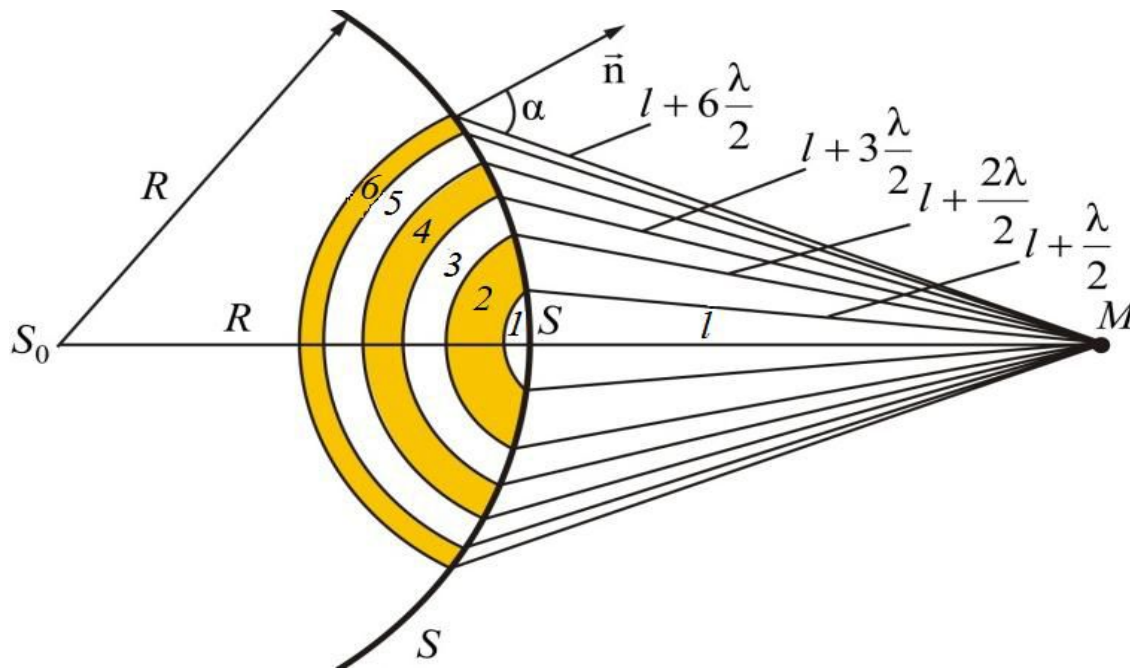
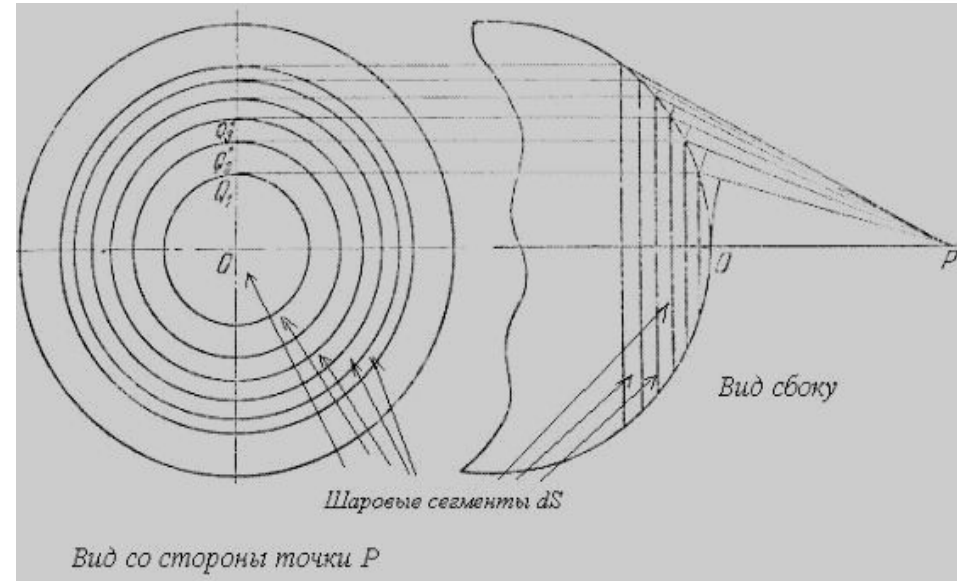


$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}$$

Определите радиус первой зоны Френеля ($a=b=0,1$ м) для красного света ($\lambda = 800$ нм)

Результат действия зон Френеля

- Практическая реализация принципа Гюйгенса-Френеля представляет значительные математические трудности
- Но в простейших случаях, обладающих определенной симметрией, интегрирование может быть заменено простым алгебраическим и графическим сложением



Результат действия зон Френеля

1. Площадь зоны Френеля НЕ зависит от номера зоны k

⇒ при не слишком больших k площади соседних зон одинаковы

2. С увеличением (\uparrow) номера зоны возрастает (\uparrow) расстояние до точки наблюдения и угол между \perp к поверхности зоны и направлением к точке наблюдения

⇒ интенсивность излучения зоны в направлении точки P убывает (\downarrow)

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_k$$

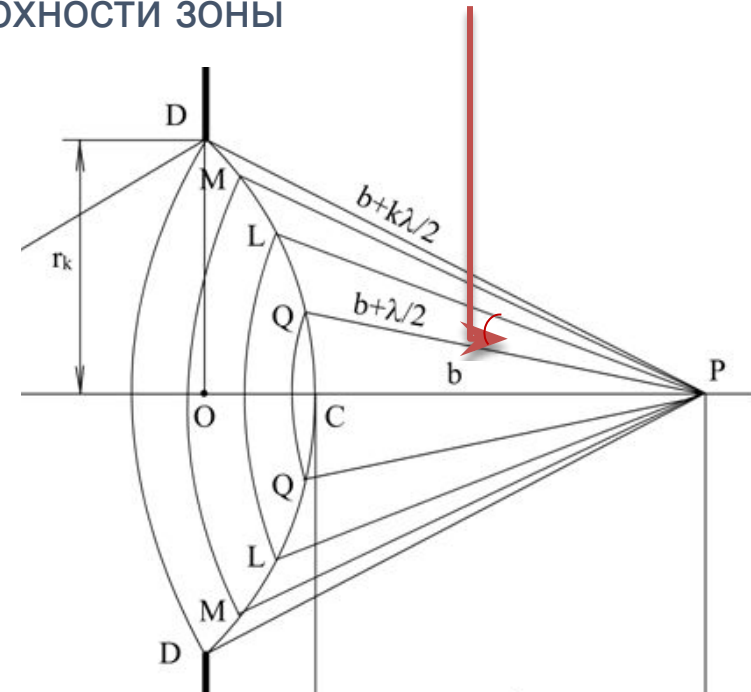
3. Расстояния от соседних зон до точки наблюдения P отличаются на $\lambda/2$

⇒ колебания от точек двух соседних зон приходят в т.Р в противофазе

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 \dots$$

4. Если открыты все зоны Френеля

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad \Rightarrow \quad A = \frac{A_1}{2}$$

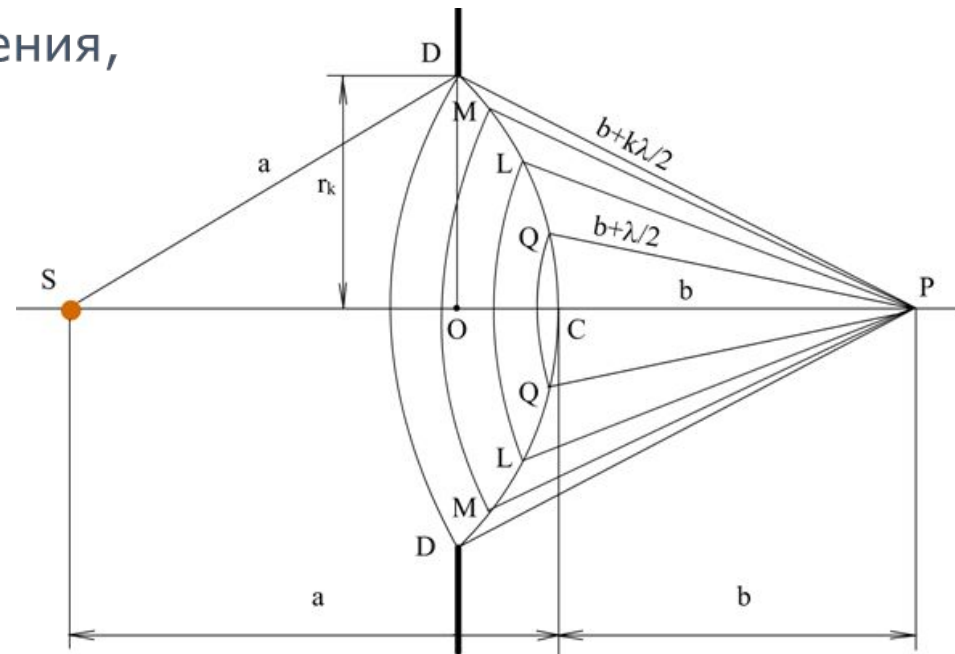


Результат действия зон Френеля (метод векторных диаграмм)

- Вспомним, что от двух последовательных зон Френеля, т.е. от (m) и $(m + 1)$ зоны, волна приходит в противофазе т.к. разность фаз двух волн от соседних зон $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2}$

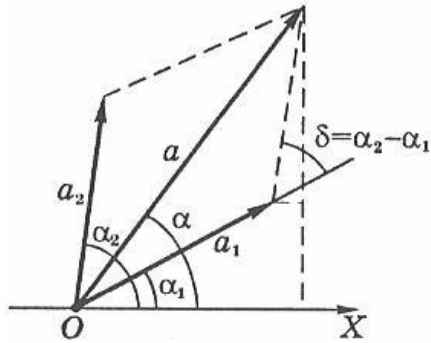
Как меняется фаза в пределах ширины одной зоны?

1. Возьмем, для простоты рассуждения, 1-ую зону Френеля
2. Т.к. она окружена с двух сторон 2-ой зоной, то от края до края зоны, фаза должна изменяться на π
3. Но она меняется непрерывно, поэтому разобьем теперь уже самую первую зону на «кусочки»



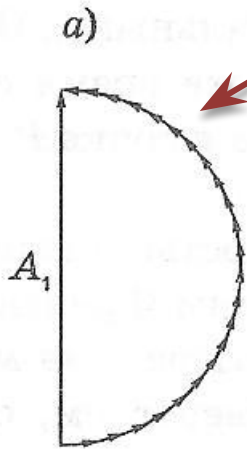
Результат действия зон Френеля (метод векторных диаграмм)

1. Вспомним как складываются колебания с помощью векторов



т.е. сложение колебаний с разными фазами можно заменить сложением векторов с различными углами (фазами)

2. Обобщим эту процедуру на сложение колебаний всех участков первой зоны Френеля и получим диаграмму (а)



3. Учтем вторую зону (б)
4. Учтем третью зону (в)

Почему радиус меньше?

Результат действия зон Френеля (метод векторных диаграмм)

Открыта I зона



$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1$$

$$A_1 = 2A_0$$

$$I = 4I_0$$

Открыта II зона

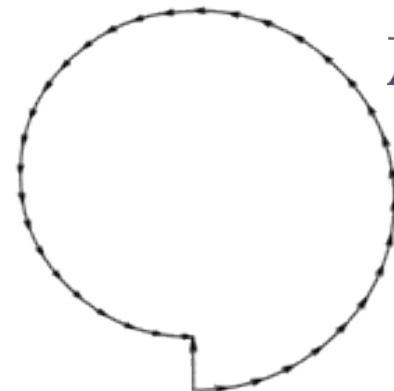


$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_2$$

$$A_2 \approx 2A_0$$

$$I \approx 4I_0$$

Открыты I и II зоны



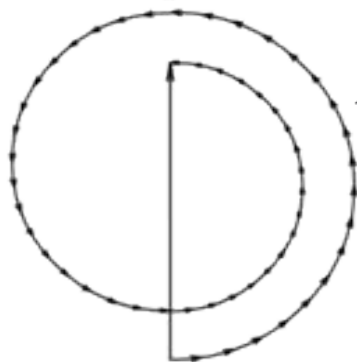
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

$$A_{\text{рез}} \approx 0$$

$$I \approx 0$$

Открыты I, II и III зоны

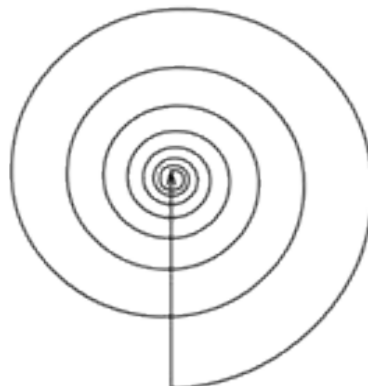
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3$$



$$A_{\text{рез}} \approx A_1$$

$$I \approx 4I_0$$

Полностью открытый фронт

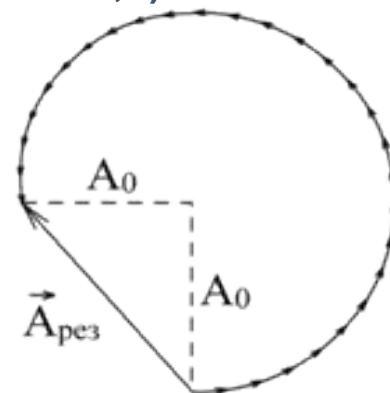


$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_0$$

$$A_{\text{рез}} = A_0$$

$$I = I_0$$

Открыты 1,5 зоны
(или 0,5)



$$A_{\text{рез}} = \sqrt{2}A_0$$

$$I = 2I_0$$

Результат действия зон Френеля (метод векторных диаграмм)

● Площади всех зон почти одинаковы:

$$\Delta S = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2, \text{ где } r_m^2 =$$

ΔS – разность площадей зон

> ΔS
НЕ зависит
от m

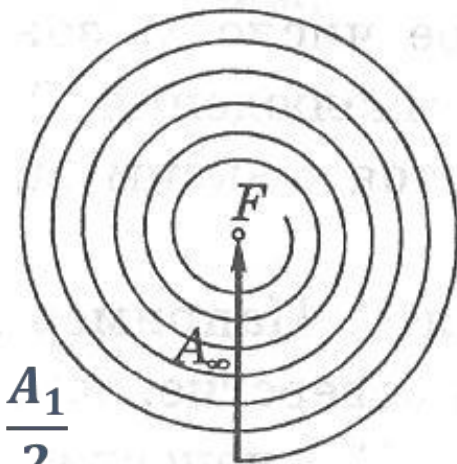
- Но амплитуды колебаний, приходящих в точку P от разных зон все же монотонно убывают из-за увеличения расстояния r до точки P от каждой последовательной зоны и роста угла θ между нормалью к поверхности и направлением на точку P

⇒ получается спираль, а не окружность

- Продолжая процедуру сложения колебаний, получим →

⇒ Результат действия суммы всех зон A_∞ равен половине действия только первой зоны

$$A_\infty = \frac{A_1}{2}$$



Результат действия зон Френеля

Итак,

$$A_{\infty} = \frac{A_1}{2}$$

действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны

Это означает, что **интенсивность света**, которая пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim A^2$ будет в 4 раза больше, если оставить «работать» только 1-ую зону Френеля, а остальные закрыть

Парадокс!

Но факт – именно это и подтверждает эксперимент



Объяснение прямолинейности распространения света

оценка размера центральной зоны Френеля:

~1 мм

Результат действия зон Френеля

Количество
открытых
зон Френеля

Амплитуда и интенсивность
в центре дифракционной картины

свободный
фронт

$$A_0 = \frac{1}{2}A_1$$

$$I_0 = \frac{1}{4}I_1$$

Действие всей волны –
половина действия первой зоны

одна

$$A = A_1 = 2A_0$$

$$I = 4I_0$$

Объяснение прямолинейности
распространения света

две

$$A = A_1 - A_2 = 0$$

$$I = 0$$

темное
пятно

выполняется условие **min**
интерференции

четное

$$A = 0$$

$$I = 0$$

нечетное

БОЛЬШЕ, чем при свободном
распространении волны

выполняется условие **max**
интерференции

Например,
открыты три
зоны: 1, 3, 5

$$A = 6A_0$$

$$I = 36I_0$$

Амплитуда
результатирующего
колебания

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

«+» m – нечетные

«-» m – четные



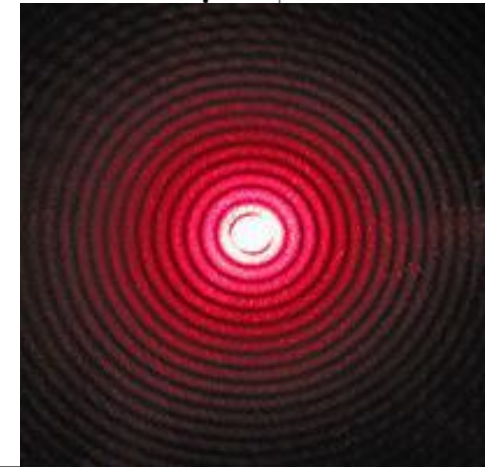
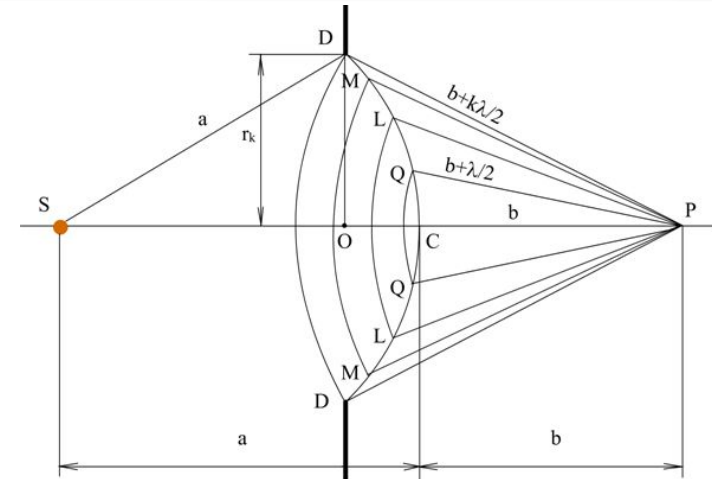
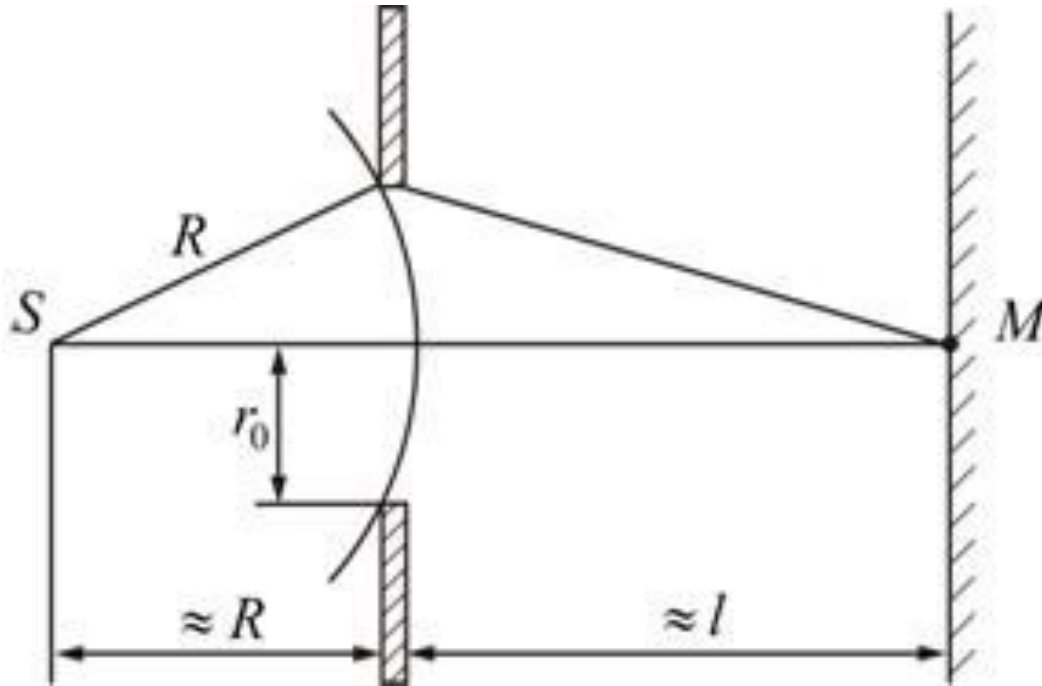
m – четное



m – нечетное

Дифракция Френеля

1. Дифракция от круглого отверстия

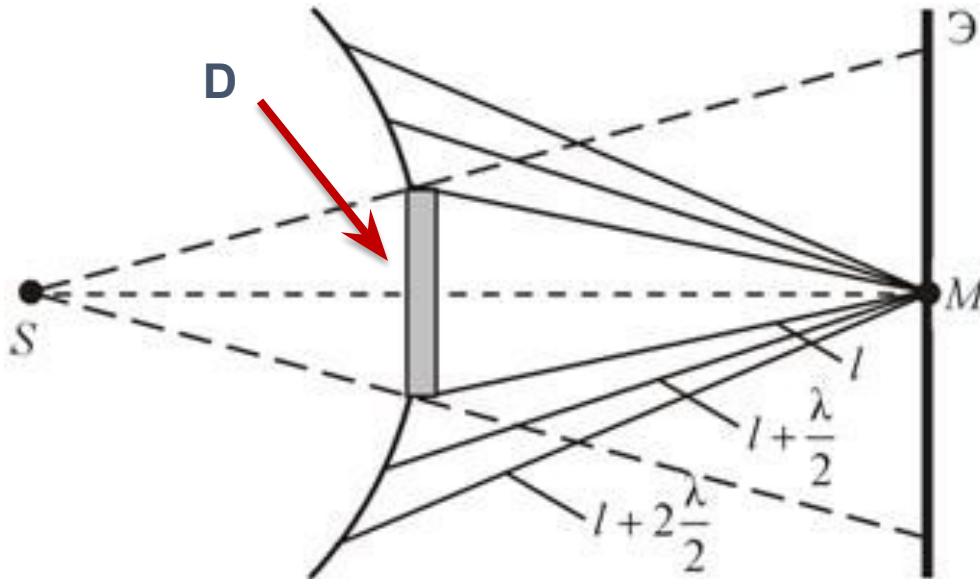


Если освещать белым светом  кольца будут окрашены

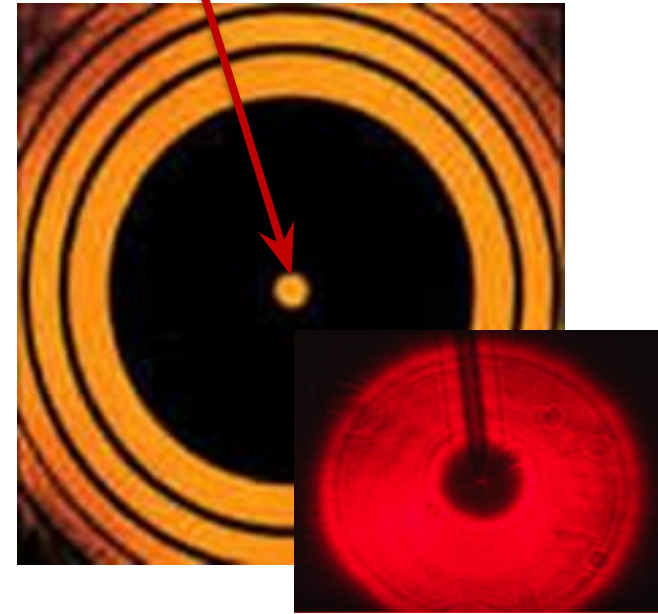


Дифракция Френеля

2. Дифракция от диска



пятно Пуассона (1818 г.)



D мал

в центре всегда наблюдается интерференционный max (светлое пятно)

D ↑

первая открытая зона Френеля удаляется от центра и увеличивается угол ϕ_m

D велик

за центральным max наблюдается тень, вблизи границ которой имеет место слабая дифракционная картина
дифракцией света можно пренебречь и считать свет распространяющимся прямолинейно

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

⇒ интенсивность центрального max ↓

Использование дифракции Френеля

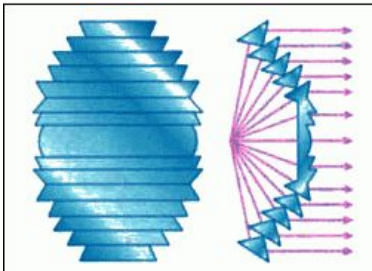
Если закрыть только четные или нечетные зоны Френеля, то можно создать в точке P интенсивность в n^2 раз $>$, чем от одной зоны Френеля, где n – число открытых зон

Зонная пластинка

пластинка, состоящая из системы **чередующихся прозрачных и непрозрачных** концентрических **колец**, построенных по принципу расположения **зон Френеля**

Линза Френеля

сочетает свойства **зонной** пластинки, в которой закрыты все **пластинки** и **собирающей** четные зоны – фокусирует лучи **линзы**



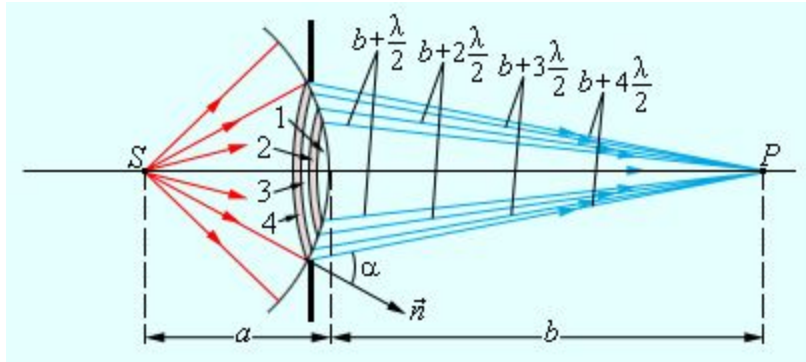
- В рентгеновском диапазоне - дифракционный аналог обычных линз, обладает наивысшим из рентгенооптических элементов пространственным разрешением

- Служит основным элементом в сканирующих и изображающих рентгеновских микроскопах с использованием синхротронного излучения



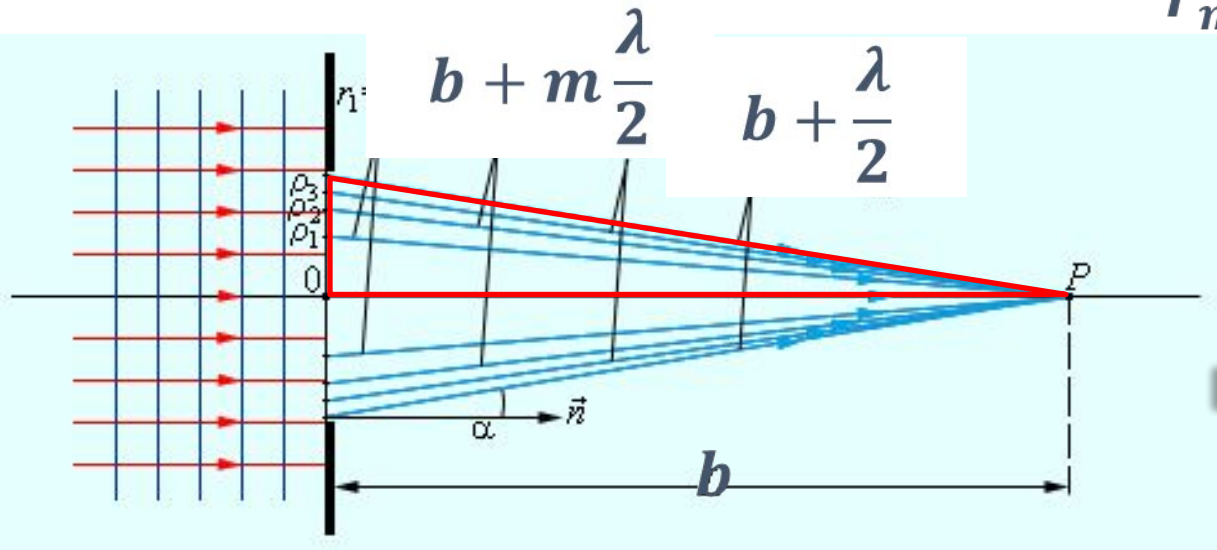
Дифракция Фраунгофера

Дифракция Френеля (сферические волны)



$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}$$

Дифракция Фраунгофера (плоские волны)



$$r_m^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2$$

$\lambda \ll b$

$$\Rightarrow r_m = \sqrt{bm\lambda}$$

Йозеф Фраунгофер

Joseph Fraunhofer

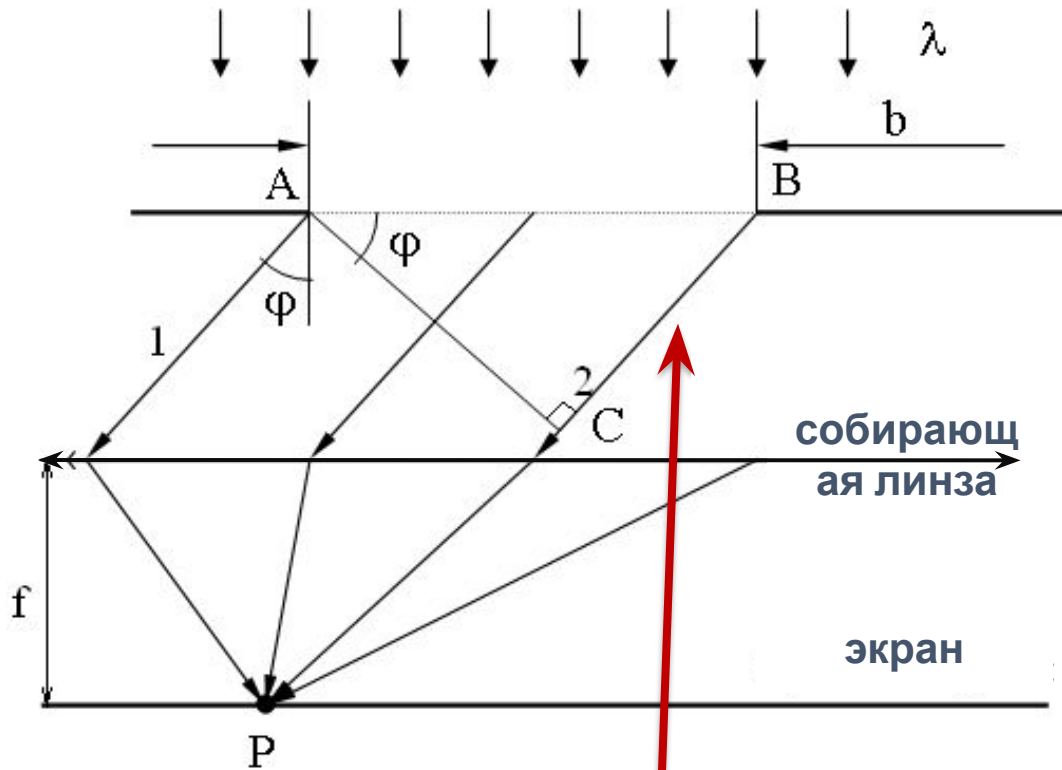


6 марта 1787 –
7 июня 1826
Германия

Немецкий физик

- **Научные работы относятся к физической оптике**
- **Внес существенный вклад в исследование дисперсии и создание ахроматических линз**
- **Изучал дифракцию в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)**
- **Большой заслугой ученого является использование с 1821 года дифракционных решеток для исследования спектров**

Дифракция на одной щели



Если

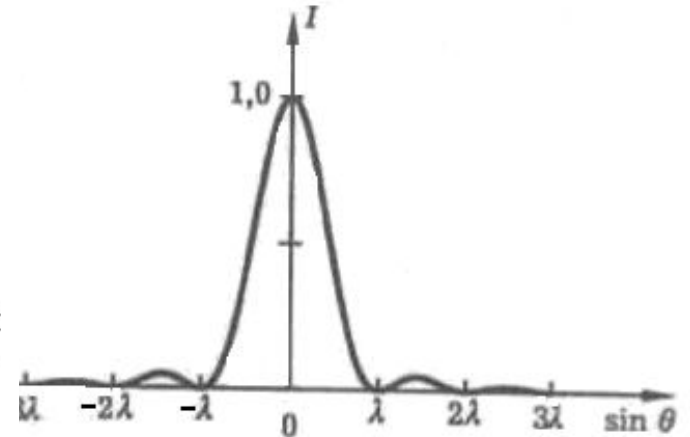
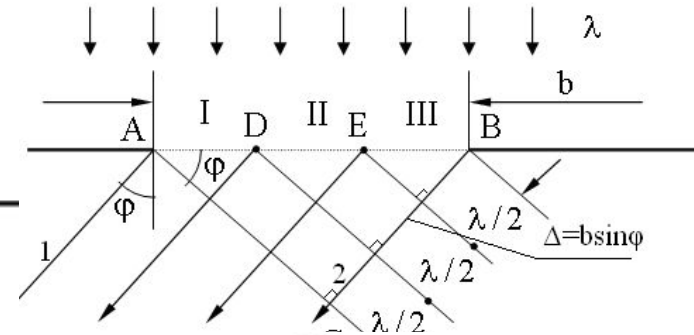
$$\Delta = BC = b \sin \varphi$$

в щели укладывается
НЕЧЕТНОЕ число зон Френеля

$$b \sin \varphi = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

в точке P – **max**

$m=1, 2, 3, \dots$

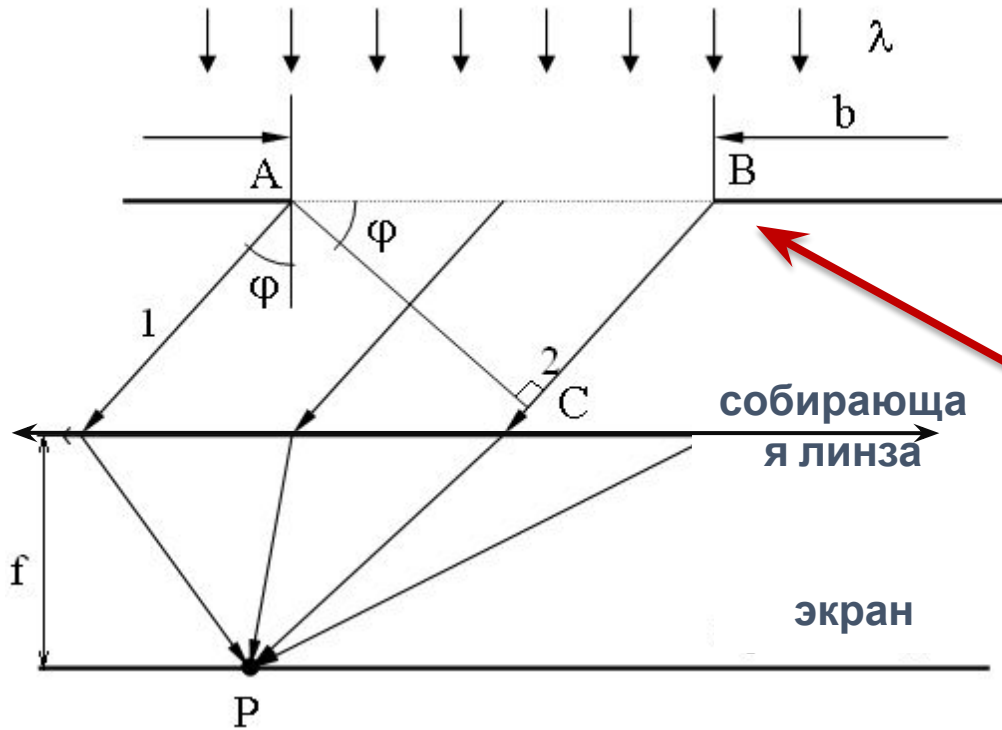


в щели укладывается
ЧЕТНОЕ число зон Френеля

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$$

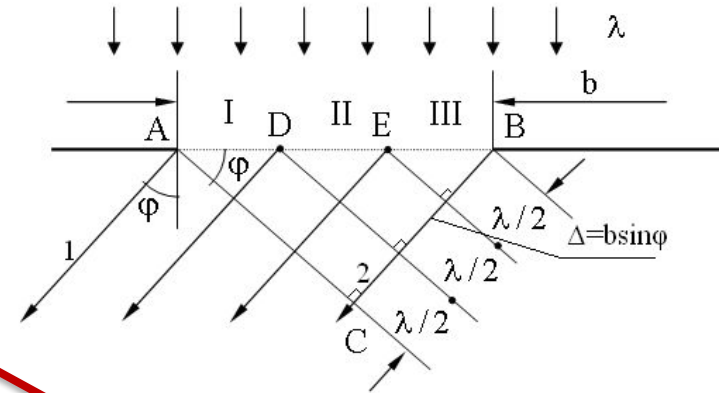
в точке P – **min**

Дифракция на одной щели



Если

- число зон Френеля N – **четное**, в т. P – **минимум** дифракции
- число зон Френеля N – **нечетное**, в т. P – **максимум** дифракции



$$\Delta = BC = b \sin \varphi$$

- Разделим BC на отрезки $\lambda/2$,
- Проведя перпендикуляры на AB (фронт плоской волны) получим зоны Френеля
- Число зон Френеля, укладывающихся на щели шириной b

$$N = \frac{b \sin \varphi}{\lambda/2}$$

Условия дифракционных max и min

Дифракция Фраунгофера на одной щели

Минимум

число зон Френеля N – **четное**

$$b \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad m = \pm 1, 2, 3, \dots$$

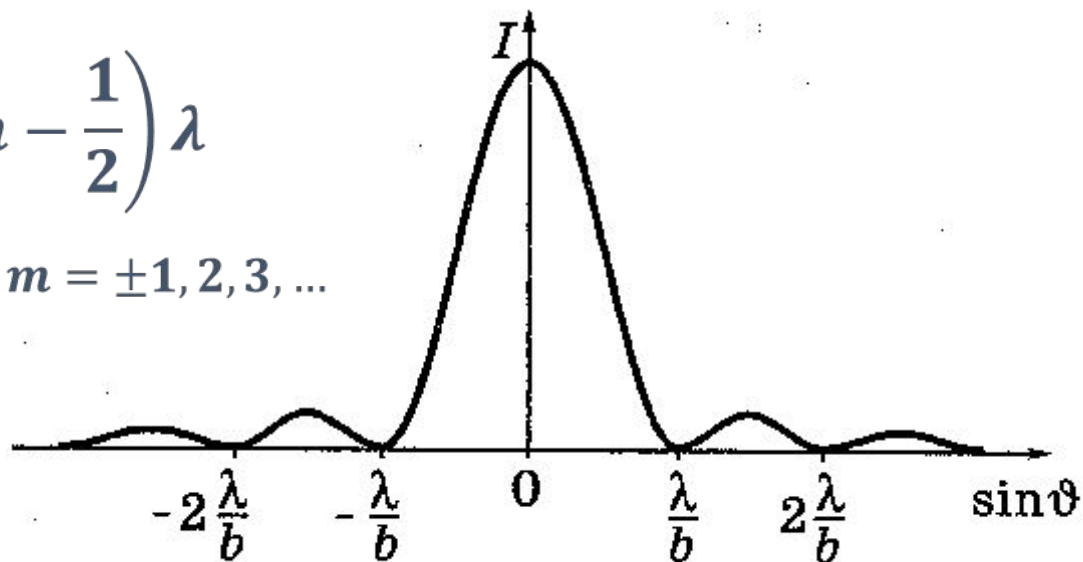
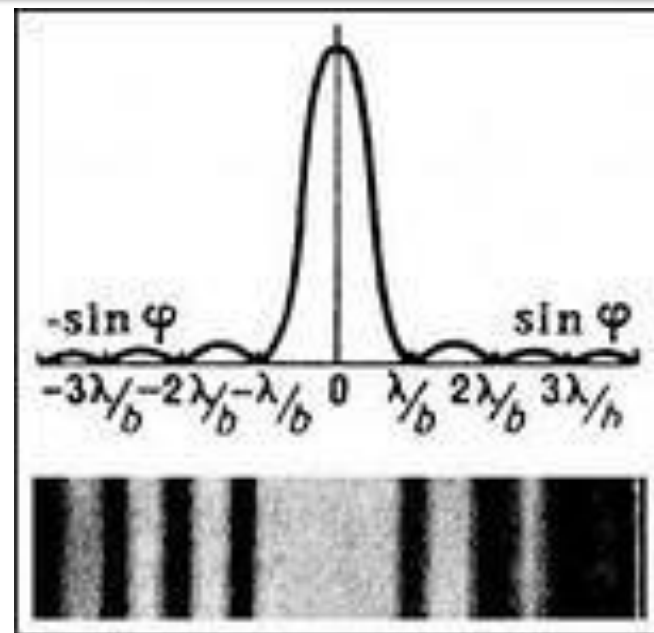
Максимум

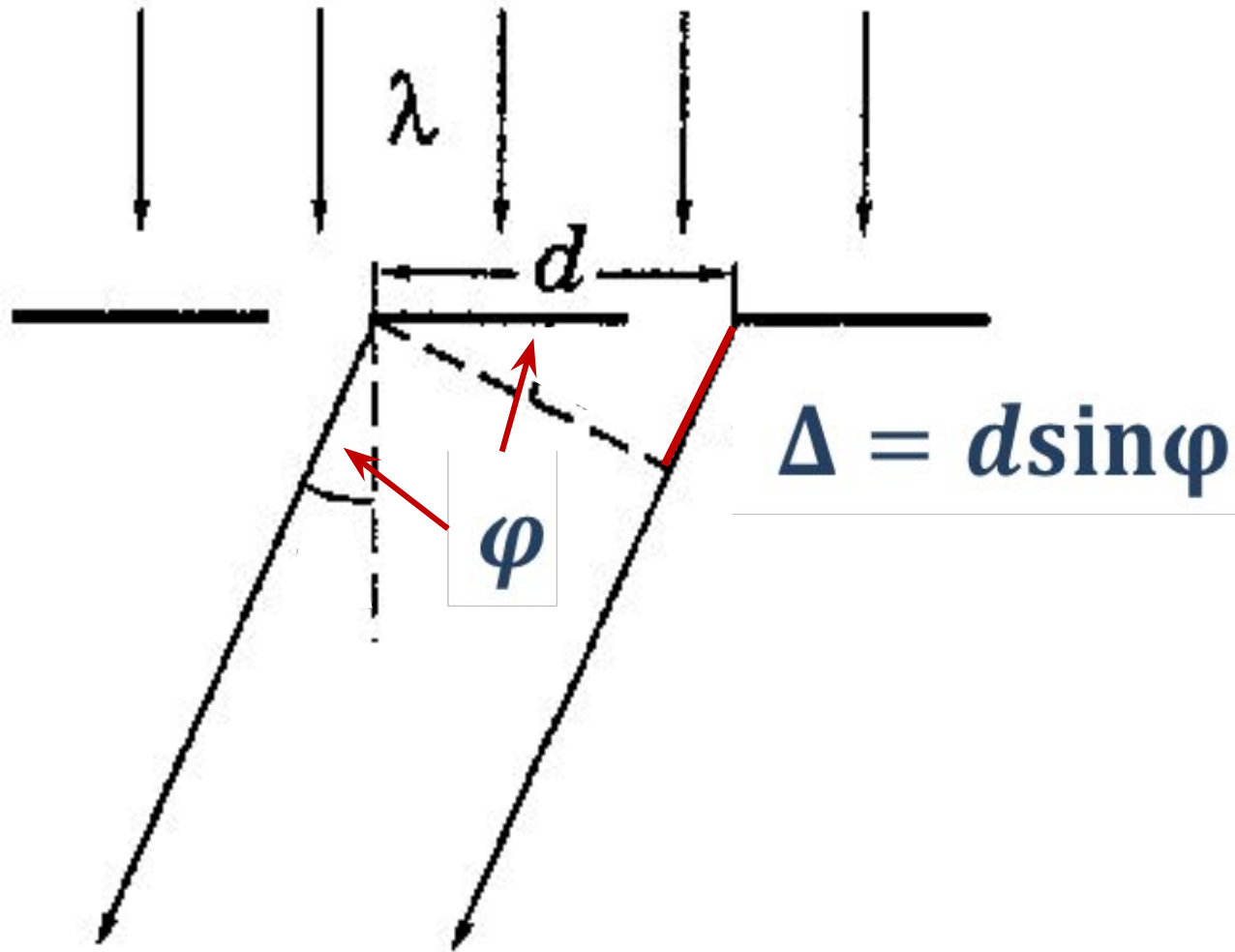
число зон Френеля N – **нечетное**

$$b \sin \varphi = (2m - 1) \frac{\lambda}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$m = \pm 1, 2, 3, \dots$$

Центральный максимум
по интенсивности
превосходит
все остальные

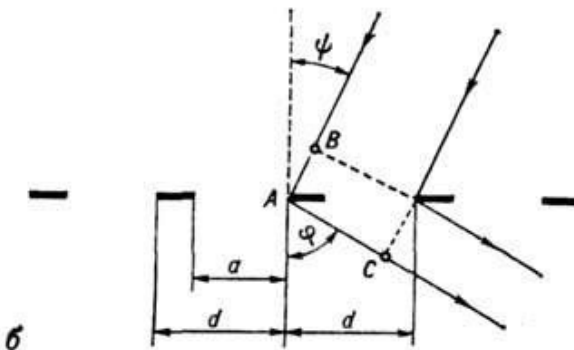
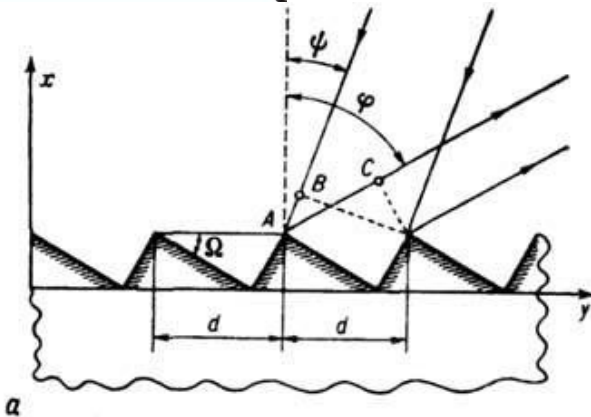
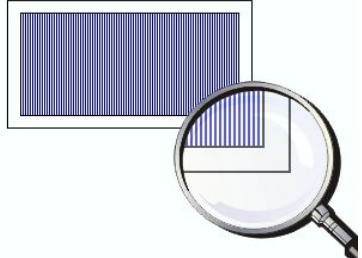




Дифракционная решетка

Дифракционная решетка

спектральный прибор



совокупность большого количества одинаковых щелей, расположенных друг от друга на одинаковом расстоянии

- **отражательная** – наблюдения только в отраженном свете
- **прозрачные** – наблюдения можно производить как в проходящем, так и в отраженном свете

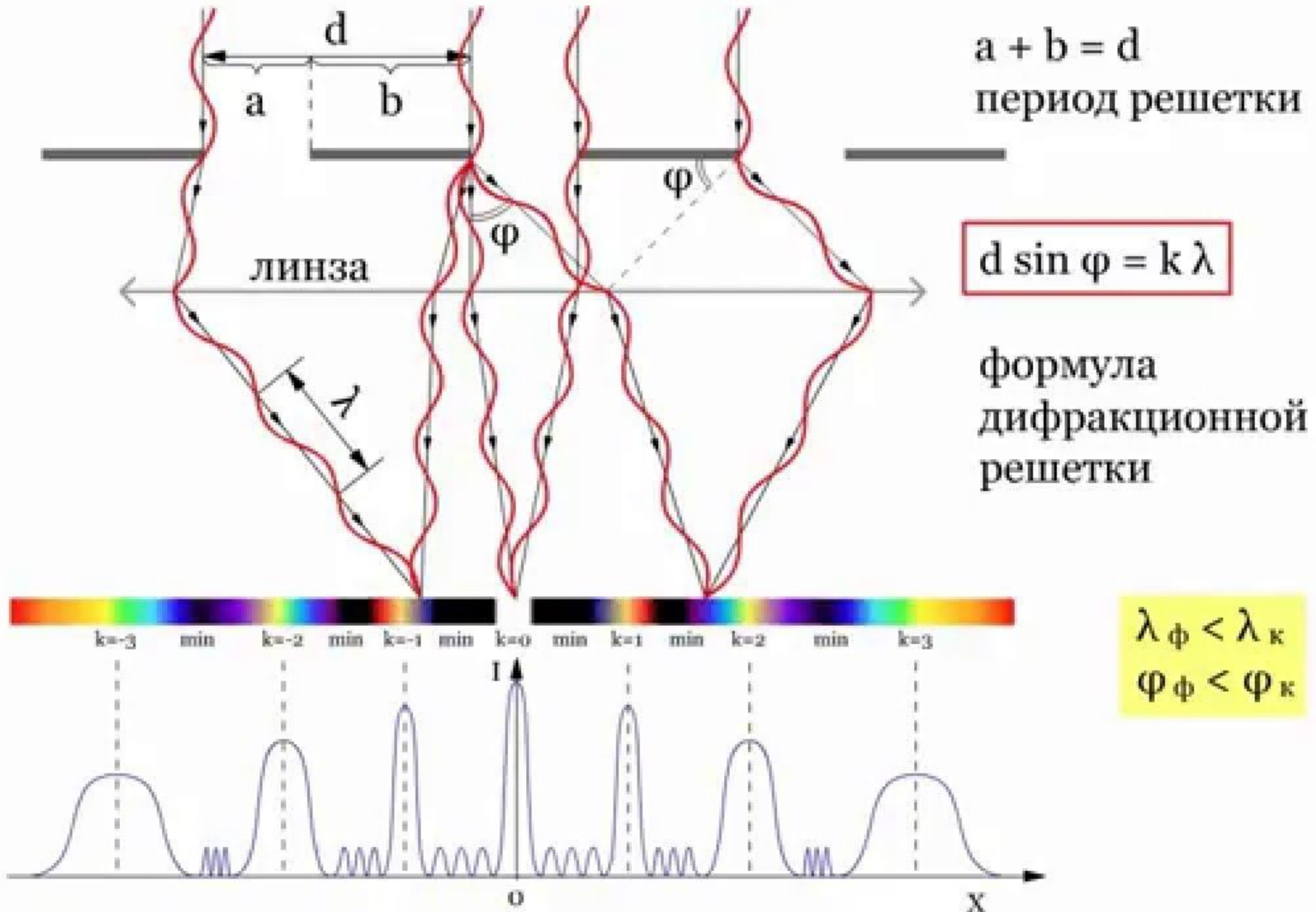
В дифракционной решетке осуществляется **многолучевая интерференция когерентных пучков света**, исходящих из различных щелей

Для работы в видимом диапазоне спектра (360 – 780 нм) – от 100 до 1600 штрихов/мм

d – постоянная (или период) дифракционной решетки

Дифракционная решетка

Дифракционная решетка



Дифракционная решетка

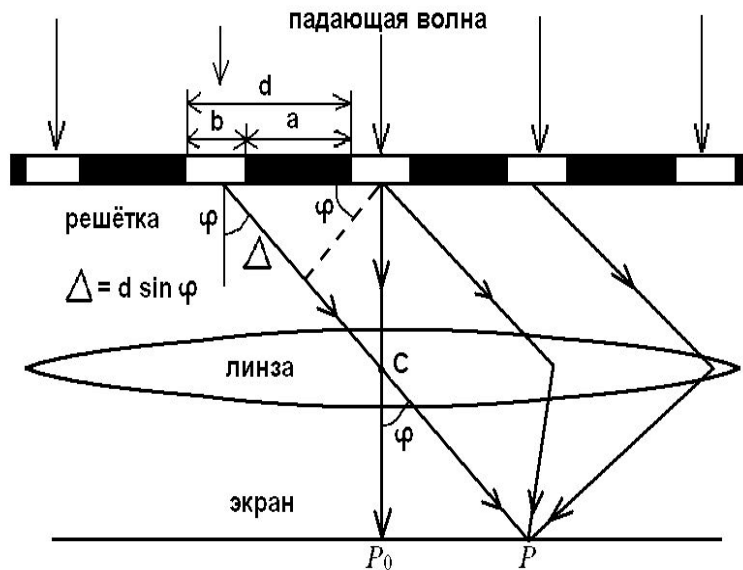
В середину интерференционной дифракционной картины когерентные колебания от всех щелей приходят в одной фазе

⇒ если амплитуда от одной щели равна A_1 ,
а количество щелей в решетке N ,
то результирующая амплитуда A
и соответствующая ей интенсивность I :

$$A = A_1 N$$

$$I = I_1 N^2$$

т.е. наблюдается **усиление интенсивности света**



Аналогично, **усиление интенсивности** получится при всех **углах дифракции φ** , для которых оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн



$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$$m = 0, 1, 2 \dots$$

Уравнение главных **МАКСИМУМОВ** дифракционной решетки

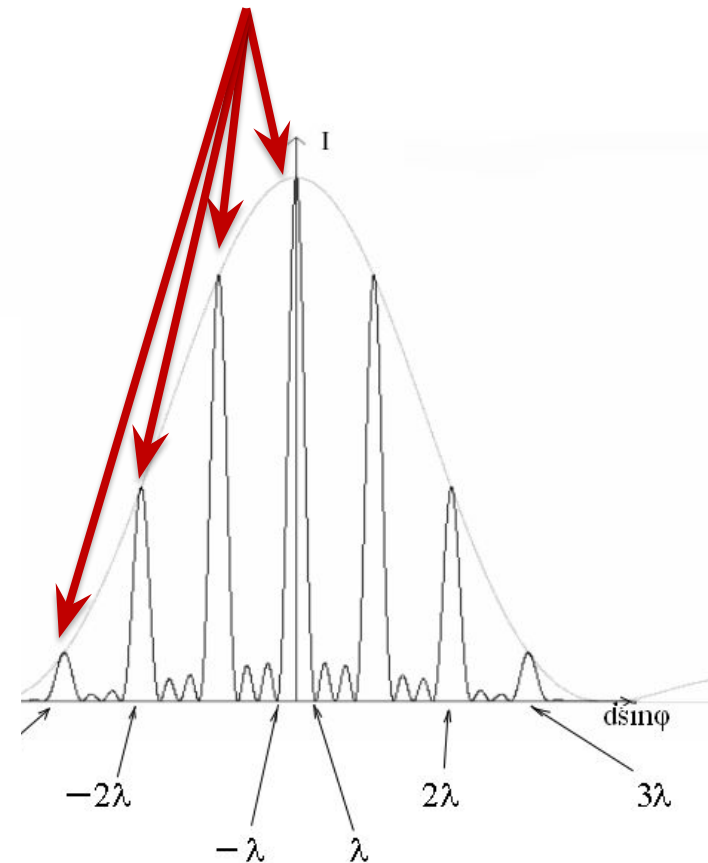
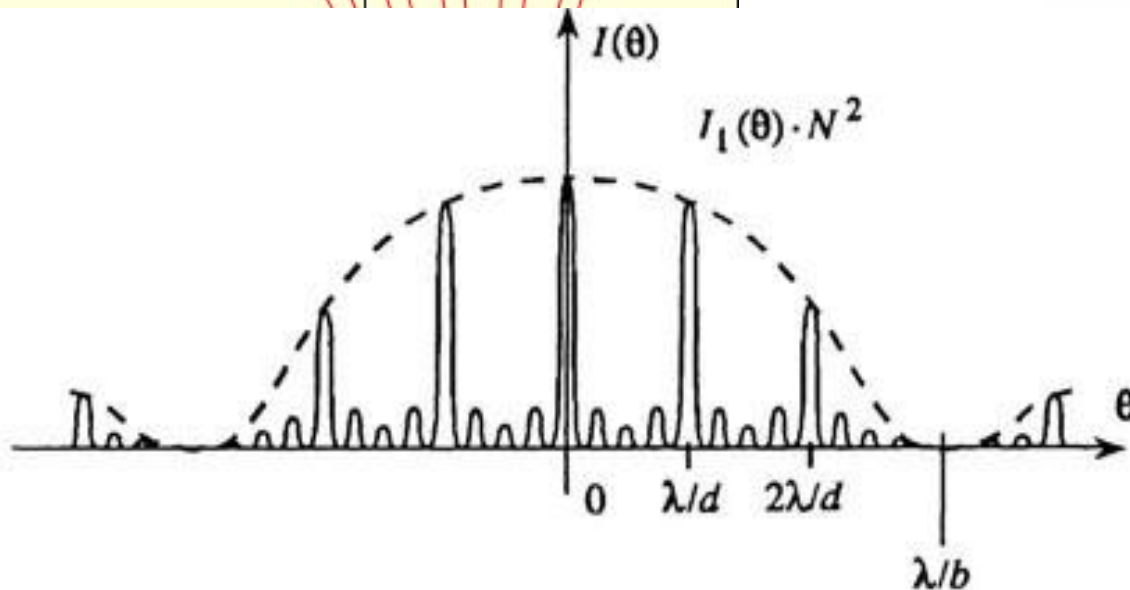
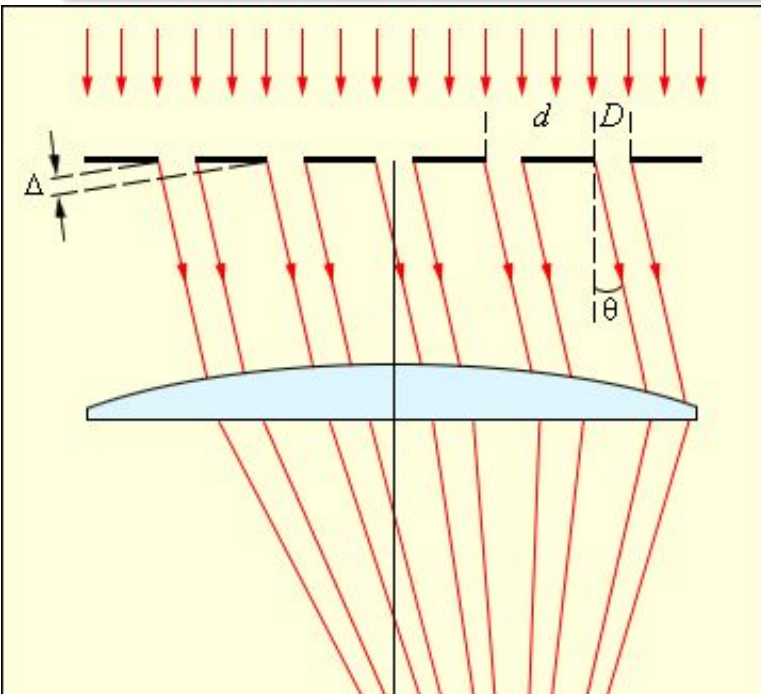
d – постоянная (или период) дифракционной решетки

Дифракционная решетка

Уравнение главных МАКСИМУМОВ

$$d \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$m = \pm 1, 2, 3, \dots$$



Дифракционная решетка

Главные
максимумы:

$$d \sin \varphi = \pm 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots =$$

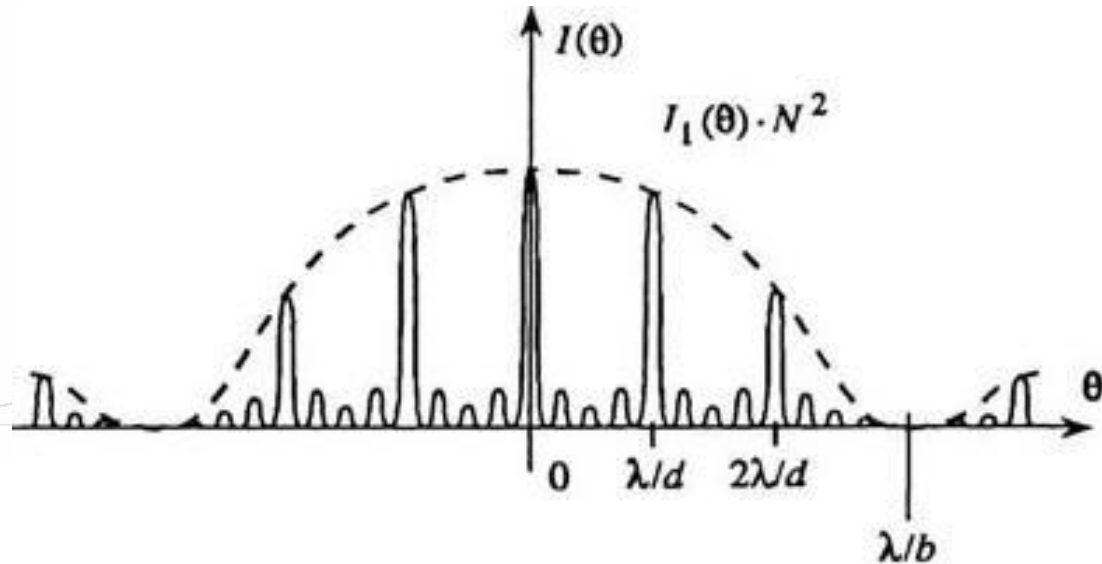
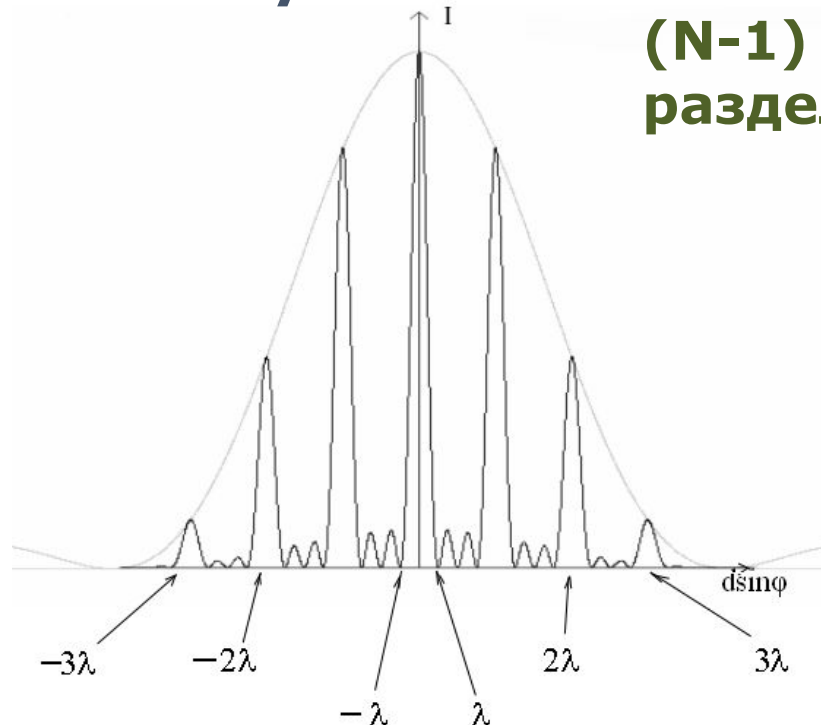
$$m = \pm 0, 1, 2, \dots$$

Главные
минимумы:

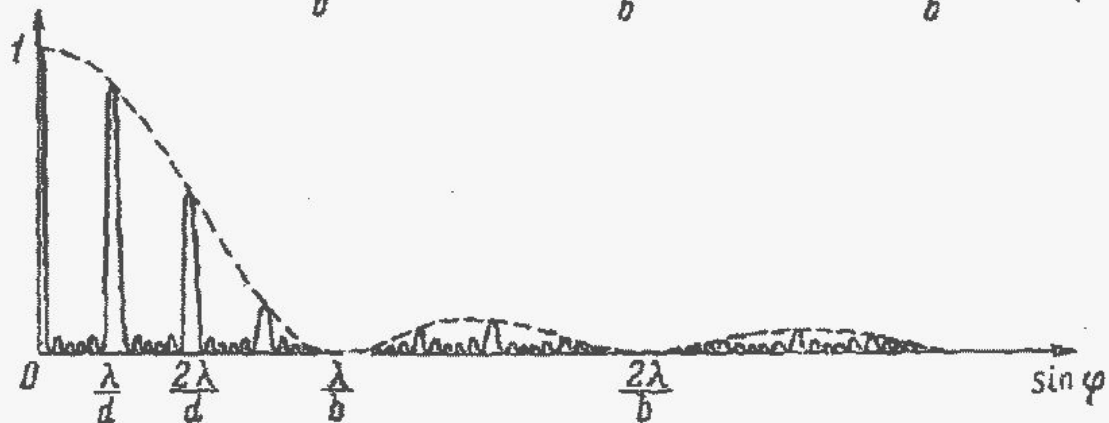
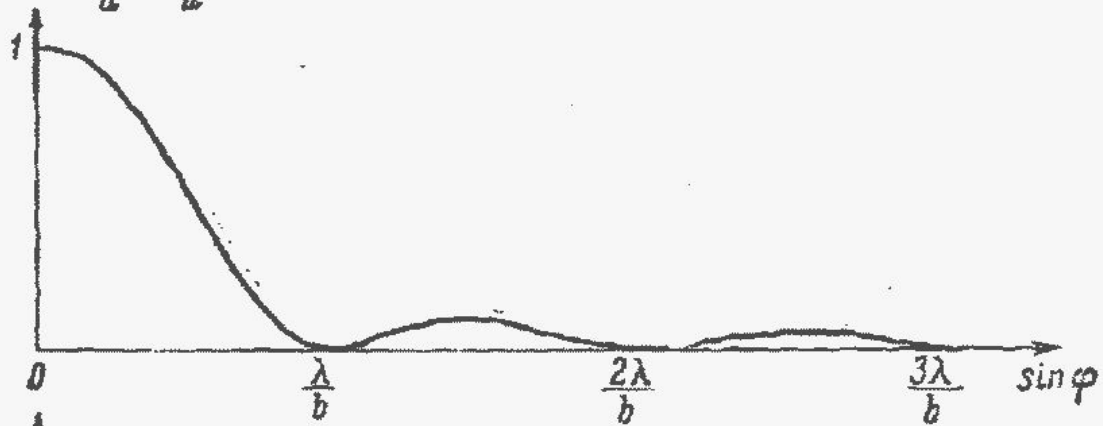
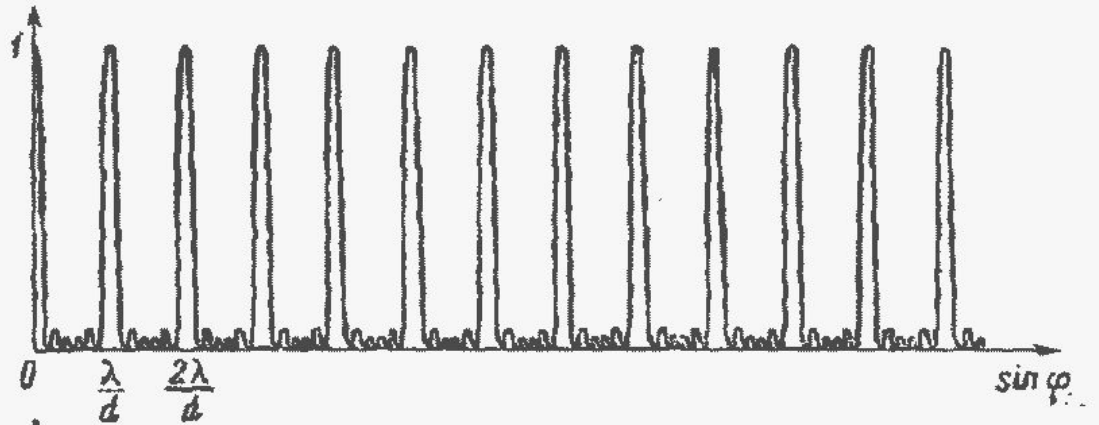
$$d \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots =$$

Дополнительные
минимумы:

в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $(N-1)$ дополнительных min , разделенных вторичными max



Дифракционная решетка



Дифракционная решетка

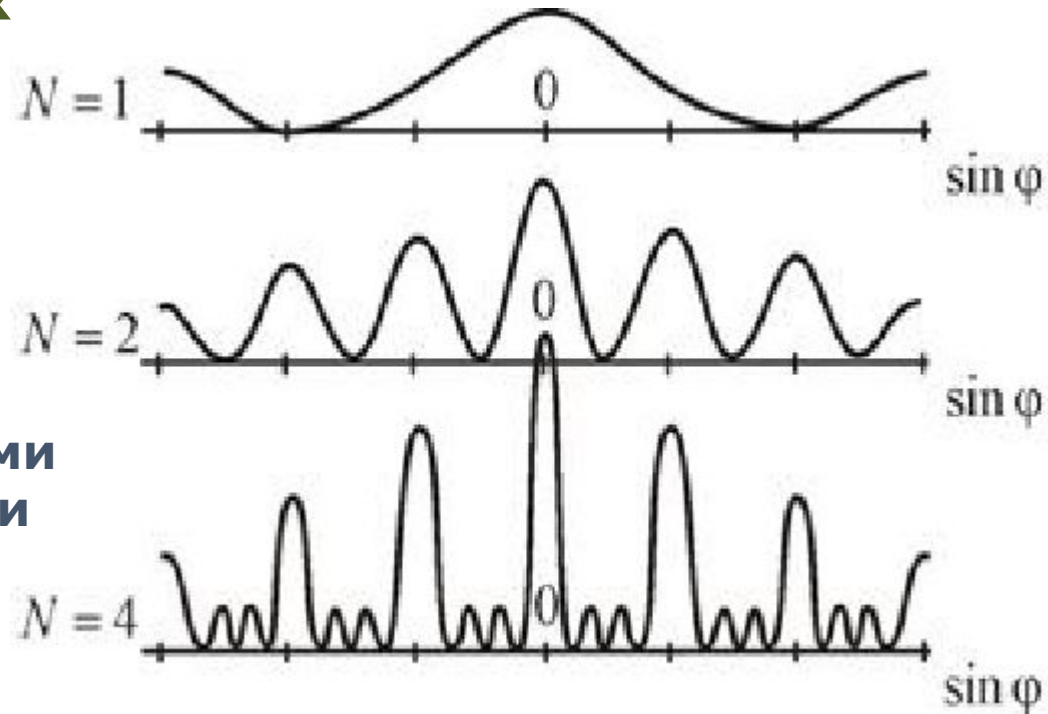
1. Количество щелей (N) определяет **световой поток через решетку**

⇒ чем $> N$, тем $>$ энергии переносится волной через решетку

2. Количество щелей (N) определяет **количество дополнительных min между соседними max**

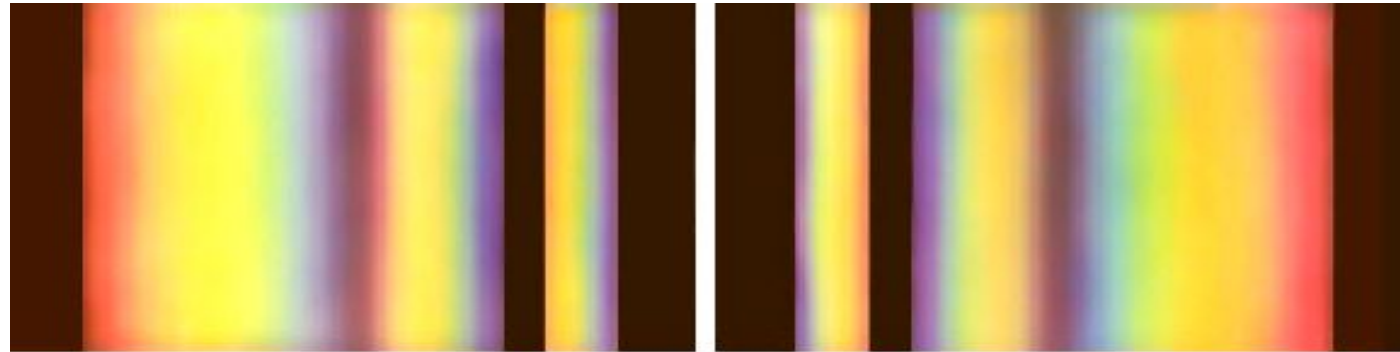
⇒ чем $> N$, тем $>$ количество дополнительных **min**

⇒ **max** будут более **узкими** и более **интенсивными**



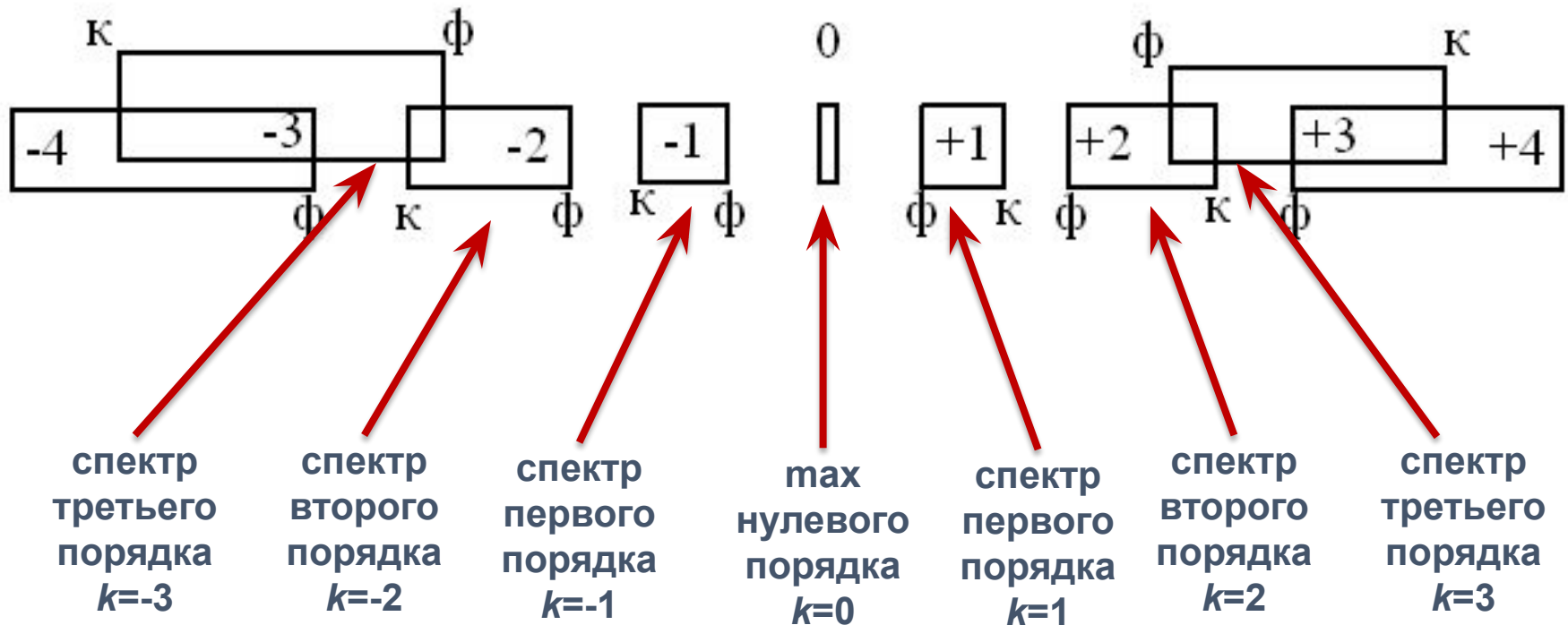
Дифракционный спектр

Разложение
белого света
в спектр
с помощью
дифракционной
решетки



$m=-3$ $m=-2$ $m=-1$ $m=0$ $m=1$ $m=2$ $m=3$

Спектры, начиная со второго порядка, перекрываются



Дифракционная решетка как спектральный прибор

Основные характеристики спектрального прибора

Дисперсия

определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями

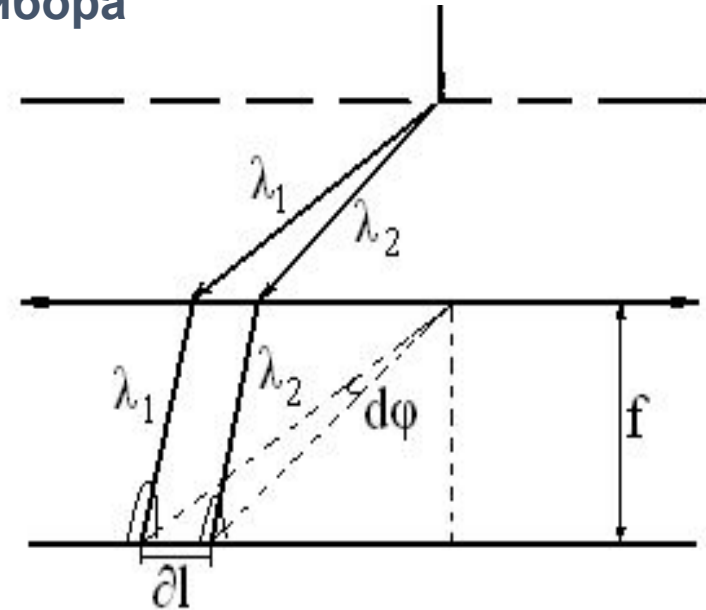
Угловая дисперсия численно равна углу между двумя max одного порядка (соседними спектральными линиями), отличающихся по λ на $d\lambda$

$$D_y = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} \approx \frac{m}{d}$$

m → порядок max
 d → период решетки

Линейная дисперсия численно равна расстоянию на экране между двумя max одного порядка, отличающихся по λ на $d\lambda$

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}$$



$$D_l = f D_y$$

f – фокусное расстояние линзы

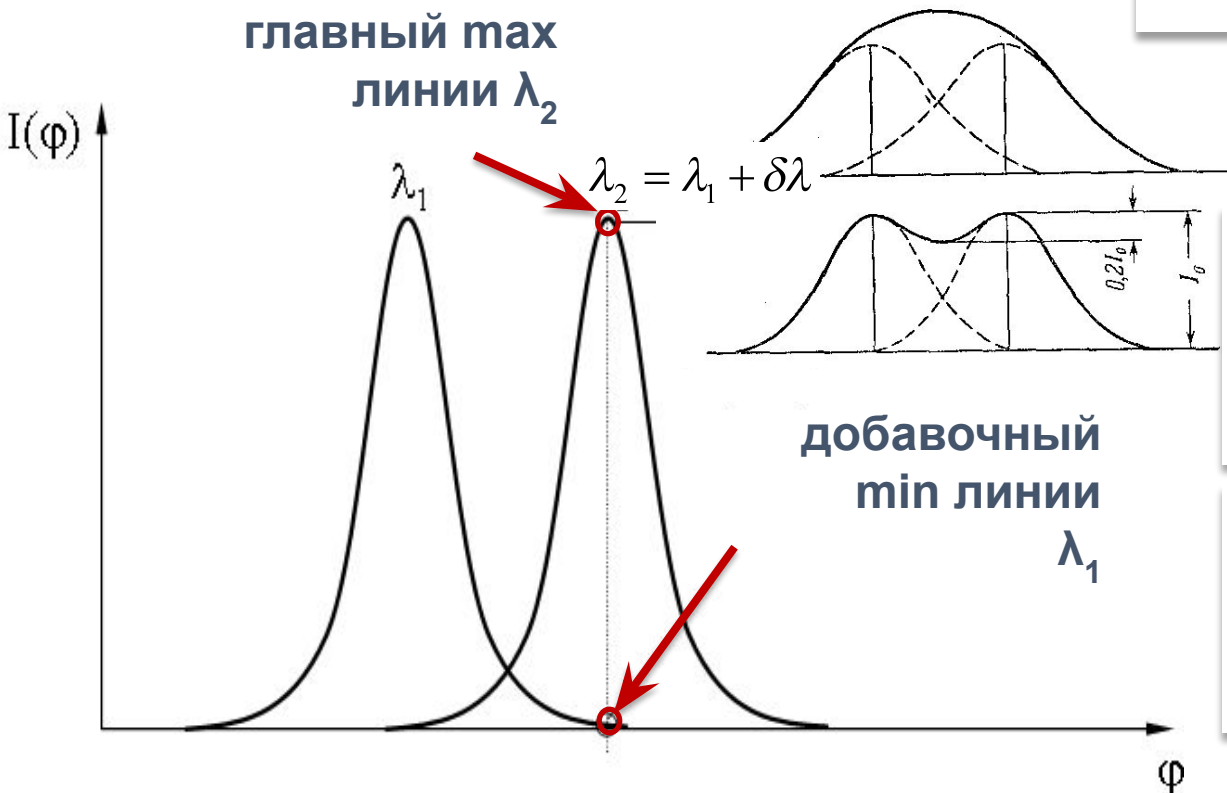
Разрешающая способность спектральных приборов

Разрешающая способность

определяет min разность длин волн, при которой две линии воспринимаются на спектре раздельно

Критерий Рэля

две спектральные линии считаются полностью разрешенными, если вершина одного макс совпадает с основанием другого



Разрешающая сила спектрального прибора

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

Разрешающая сила дифракционной решетки $R = kN$

N – количество щелей

Разрешающая способность дифракционной решетки

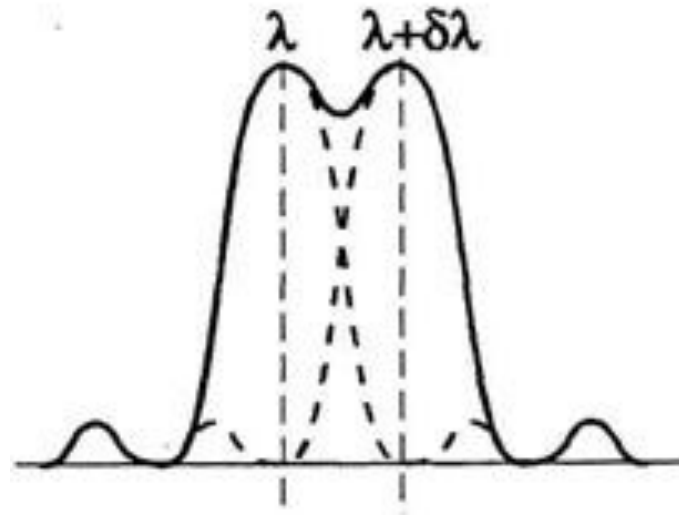
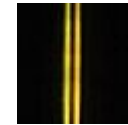
Спектр излучения лампы дневного света



Спектр излучения ртутной лампы



Линии 579,1 нм и 577,0 нм
во 2-м и в 3-м порядке спектра



$$d \sin \varphi = \pm m(\lambda + \delta \lambda) = \pm \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN$$

m – порядок спектра

N – количество щелей
в решетке

Джон Уильям Стретт (лорд Рэлей)

- Британский физик и механик
- **Открыл газ аргон**
(Нобелевская премия по физике, 1904)
- Открыл явление, называемое **рассеяние Рэля**
- Предсказал существование поверхностных волн (**волны Рэля**)
- **Президент Лондонского королевского общества** (1905-1908)

John Strutt Rayleigh



12 ноября **1842** –
30 июня **1919**
Англия

Дифракция рентгеновских лучей

1895 г., В.Рентген

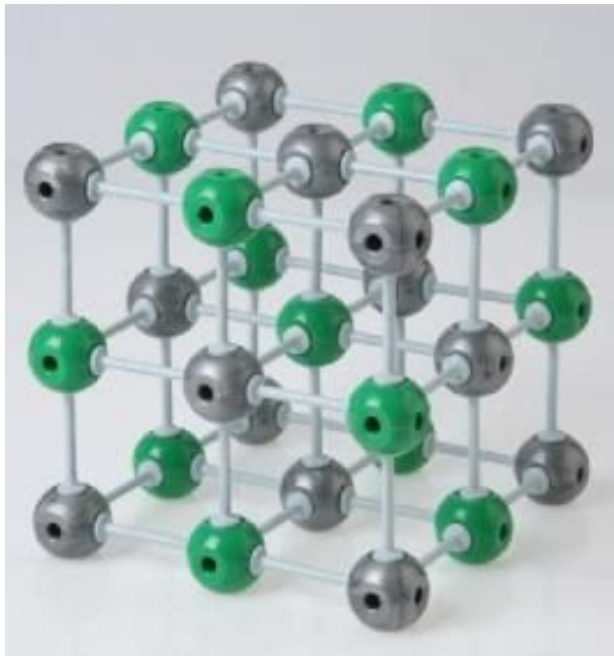
$\lambda = 0,0012 \dots 12 \text{ нм}$

Рентгеновское излучение (X-лучи)

Большая проникающая способность

λ сравнима с d – периодом кристаллической решетки твердых тел $\lambda \sim d$

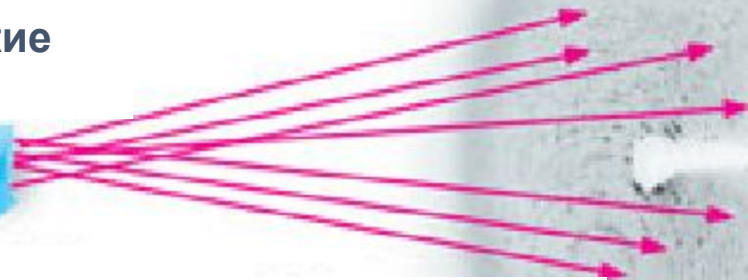
➔ Для рентгеновских лучей кристаллы твердых тел – идеальные дифракционные решетки



рентгеновские лучи



кристалл



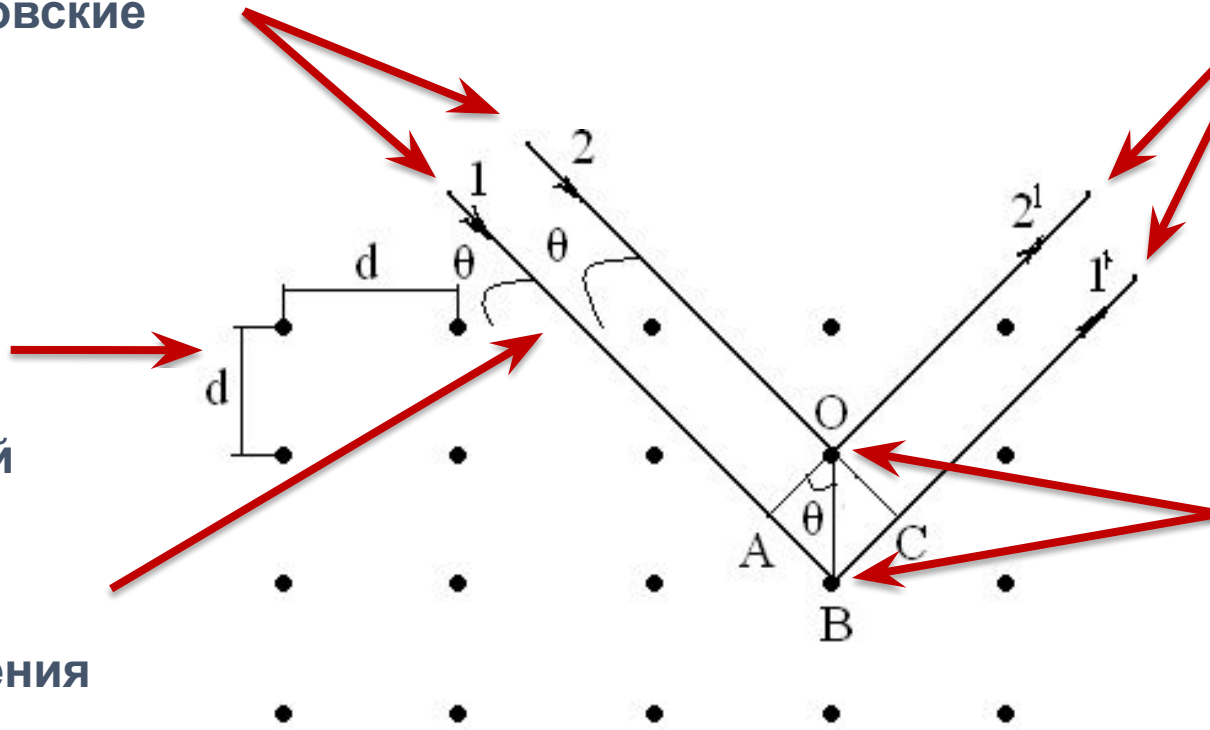
дифракционная картина

Дифракция рентгеновских лучей

падающие
рентгеновские
лучи

период
кристаллической
решетки

угол
скольжения
лучей



вторичные
волны

атомы
кристаллической
решетки –
источники
вторичных
волн

формула
Вульфа-Брегга

$$2d \sin \theta = \pm m \lambda$$

$m = 1, 2, 3, \dots$

Применение дифракции рентгеновского излучения

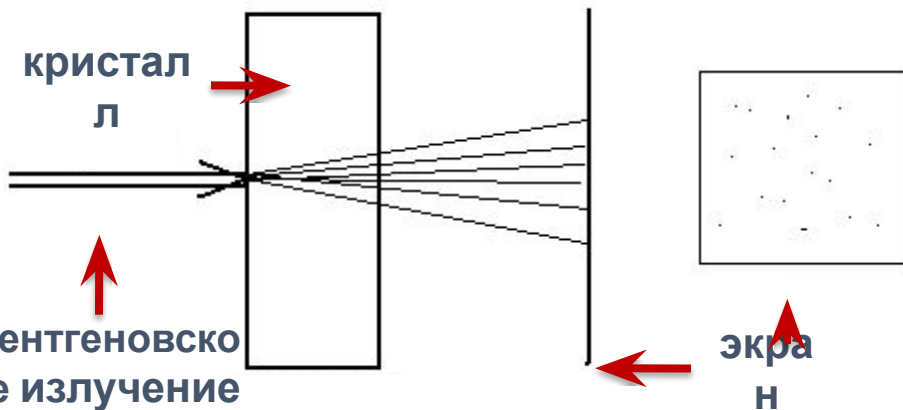
$$2d \sin \theta = \pm m \lambda$$

Рентгеноструктурный анализ

Изучение структуры кристалла

зная λ + измеряя θ

⇒ вычисляется d



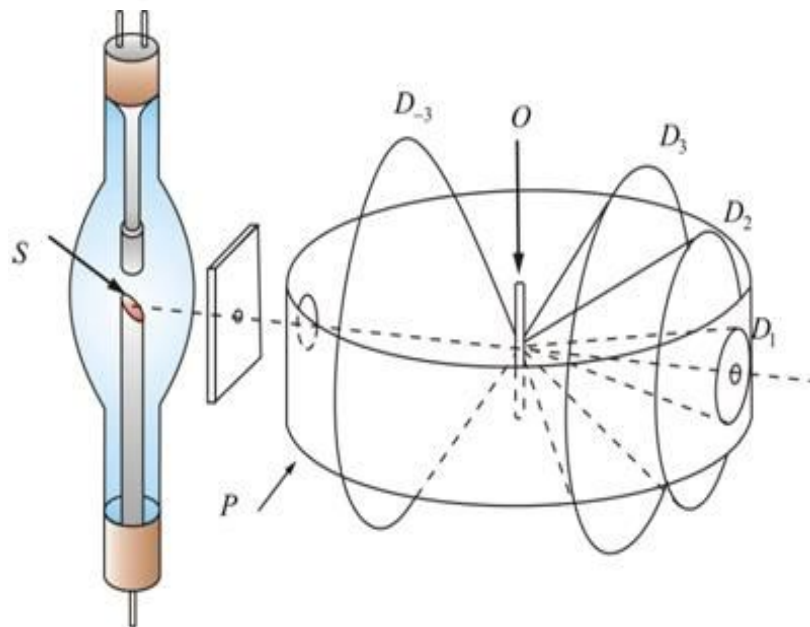
метод Лауэ – кристалл

Рентгеновская спектроскопия

Изучение спектрального состава излучения

зная d + измеряя θ

⇒ вычисляется λ



метод Дебая-Шерера – поликристалл

Радиус m -зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

для сферической волны

$$r_m = \sqrt{b m \lambda}$$

для плоской волны
 $m = \pm 1, 2, 3, \dots$

Дифракция на одной щели

Условие максимума

$$b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Условие минимума

$$b \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} = m \lambda$$

Дифракция на дифракционной решетке

Условие максимума

$$d \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} = m \lambda$$

Условие минимума

$$d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Дифракция на кристаллической решетке

Условие максимума

$$2d \sin \theta = m \lambda$$

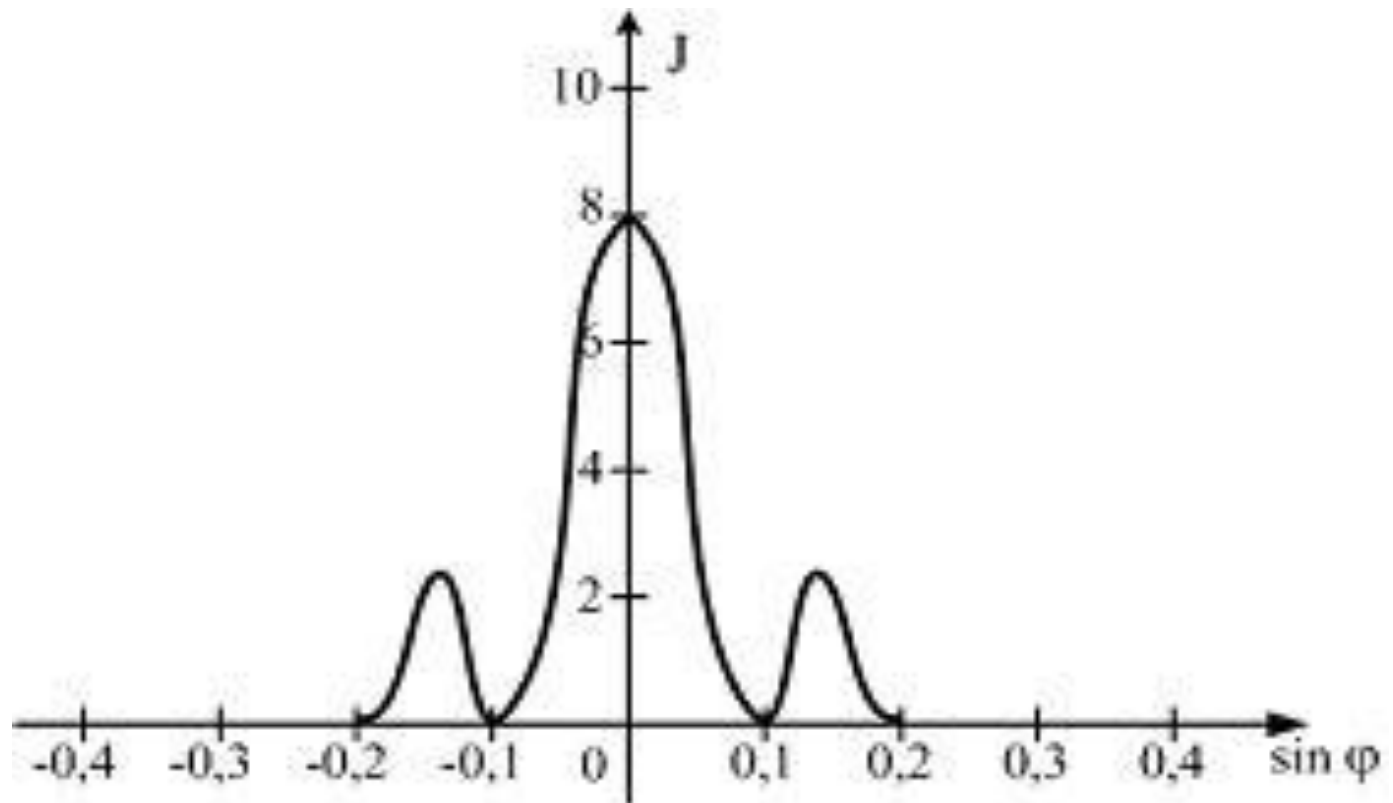
Формула Вульфа-Брегга

Контрольные вопросы

- 1. Расставьте лучи в порядке возрастания угла дифракции в спектре k -го порядка дифракционной решетки**
 - зеленые
 - красные
 - синие
 - желтые
 - фиолетовые
- 2. Почему на кристаллах не наблюдается дифракция видимого света?**

Задача 1

Зависимость интенсивности монохроматического излучения длиной волны 500 нм от синуса угла дифракции представлена на рисунке. Определить ширину щели (в мкм)



Задача 2

При дифракции на дифракционной решетке ($d=4\text{мкм}$), зависимость интенсивности монохроматического излучения от синуса угла дифракции представлена на рисунке (изображены только главные максимумы)

Длина волны монохроматического излучения равна ...

