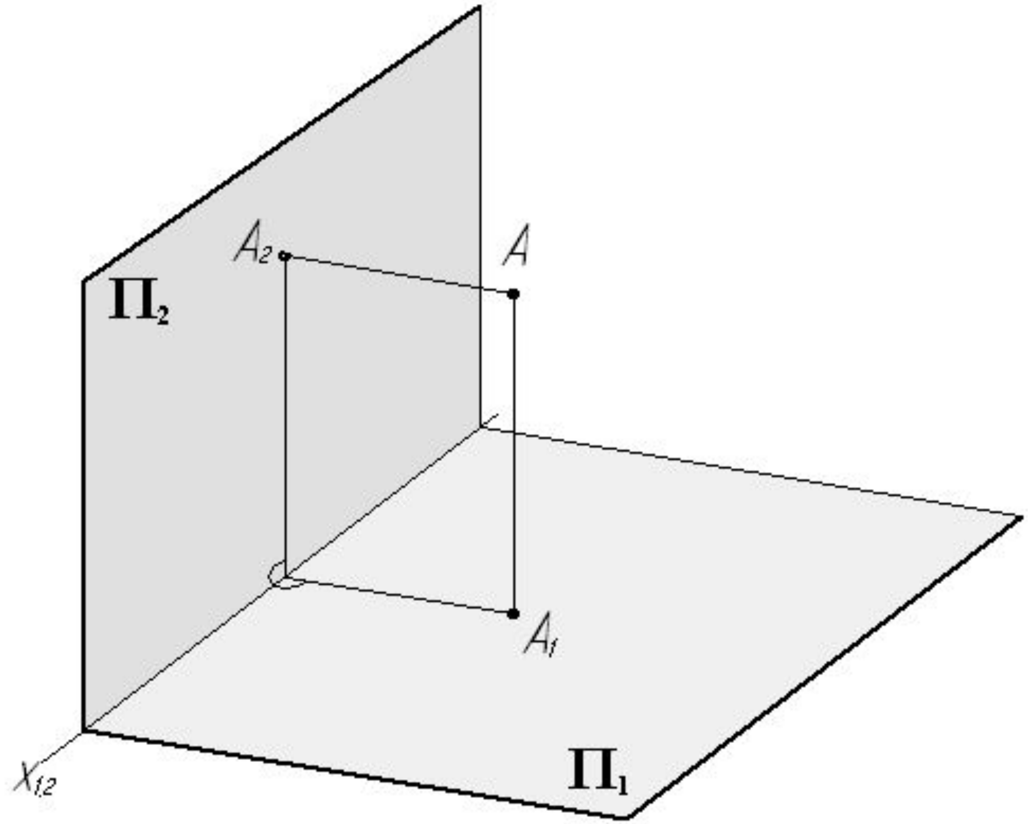
Начертательная геометрия

лекция №3
Дополнительные
проекции

Дополнительные ортогональные проекции

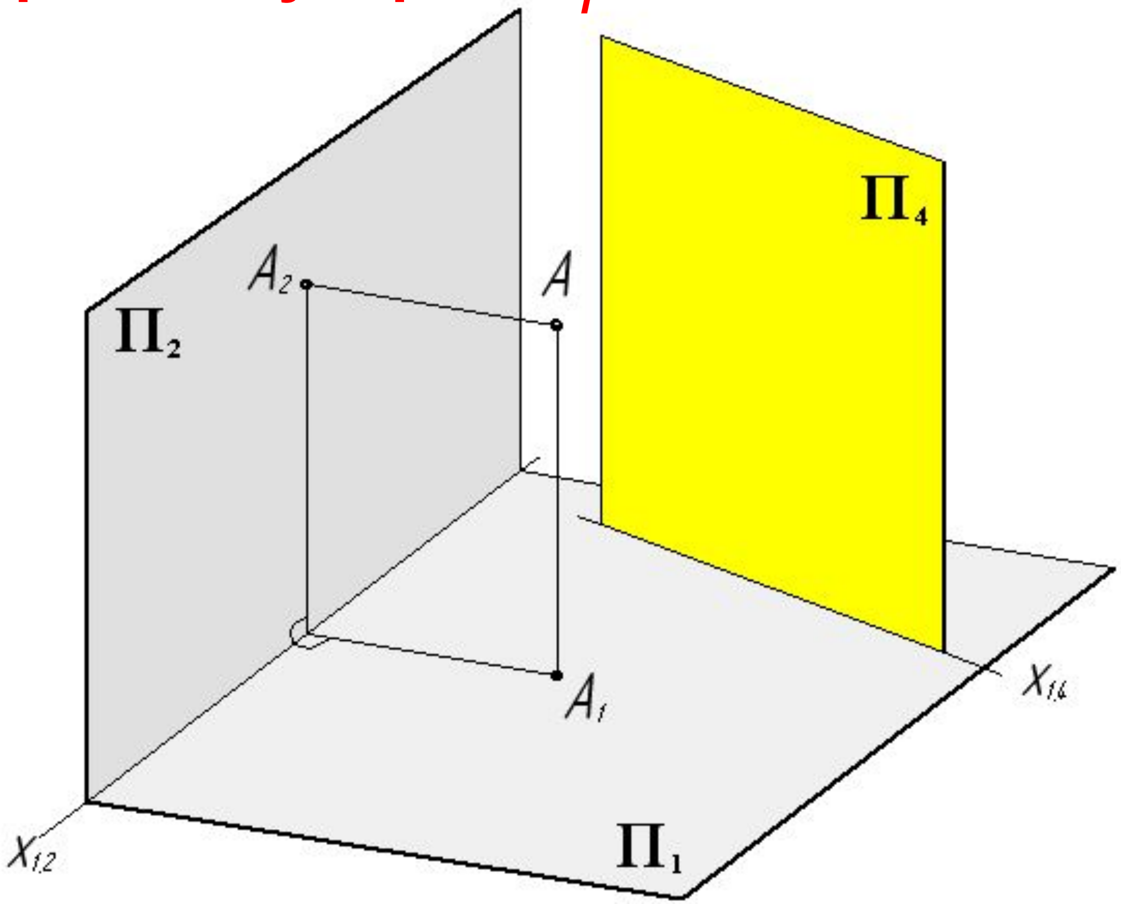
Этот метод опирается на основные положения ортогонального проецирования

Новая плоскость проекций должна быть обязательно перпендикулярна одной из исходных плоскостей проекций и на нее должно осуществляться ортогональное проецирование



1. Точка *A* ортогонально проецируется на плоскости $П_1$ - $П_2$

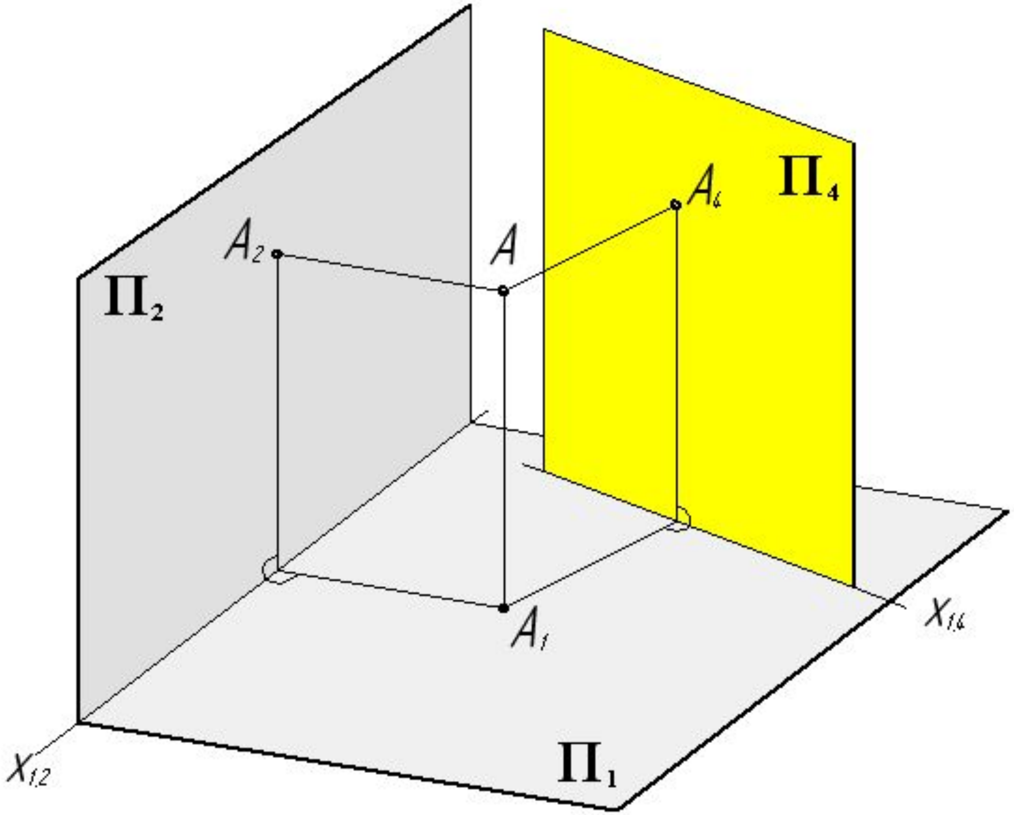
2. Вместо плоскости $П_2$ вводим плоскость $П_4$ перпендикулярно $П_1$



$$\Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_1 \cap \Pi_4 = x_{1,4}$$

3. Плоскости $П_1$ и $П_4$ образуют новую систему ортогональных плоскостей,
и ось x_{14} является новой осью проекций



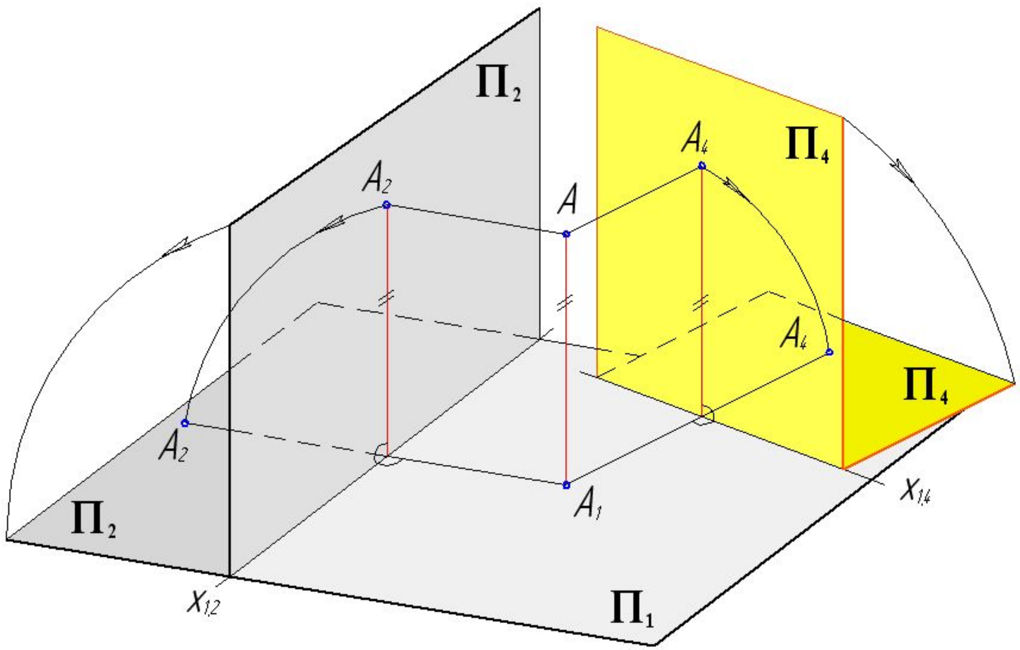
$(AA_1) = (A_2x_{1,2}) = (A_4x_{1,4})$

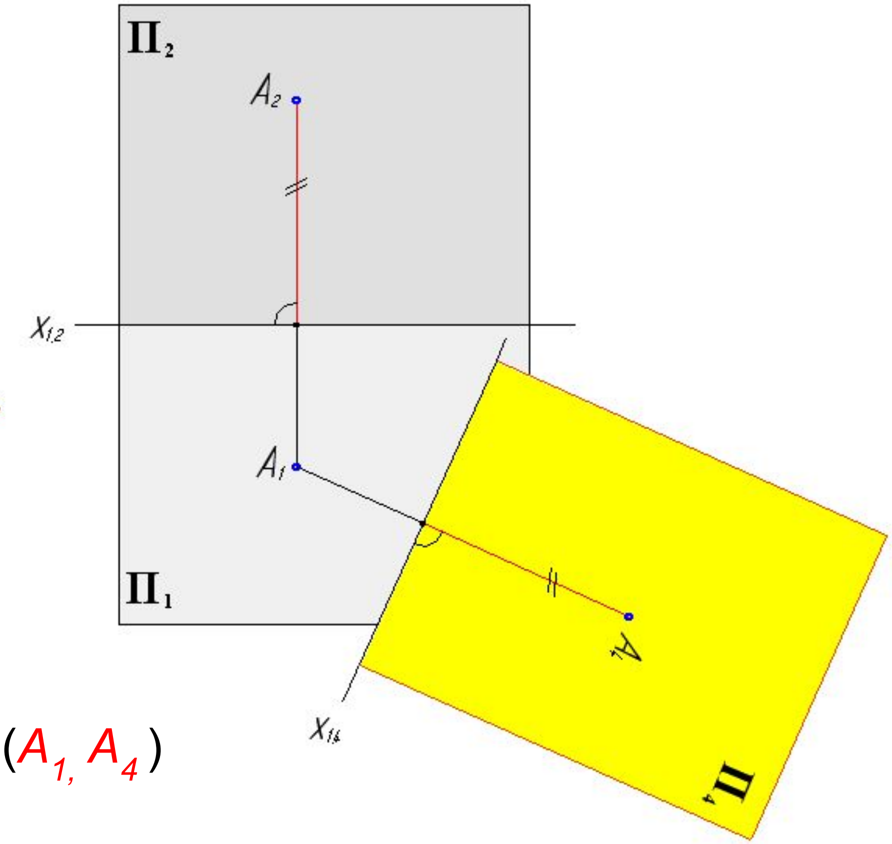
4. **Ортогональные проекции точки А в новой системе плоскостей *$П_1$-$П_4$* :**

- горизонтальная проекция *A_1* в новой системе *$П_1$-$П_4$* остается прежней горизонтальной проекцией точки *А*

- для построения проекции *A_4* точки *А* на плоскость *$П_4$* проведем перпендикуляр на эту плоскость из точки *А*

5. Плоскость Π_4 поворачивается вокруг оси x_{14} до совмещения с плоскостью Π_1





A (A_1, A_2) $\Rightarrow$ A (A_1, A_4)

Так как точка ***A*** не меняет своего положения относительно плоскостей ***Π_1*** и ***Π_2***, расстояние от точки ***A*** до плоскости ***Π_1*** в системе ***$\Pi_1 – \Pi_2$*** такое же, как в системе ***Π_1 - Π_4***

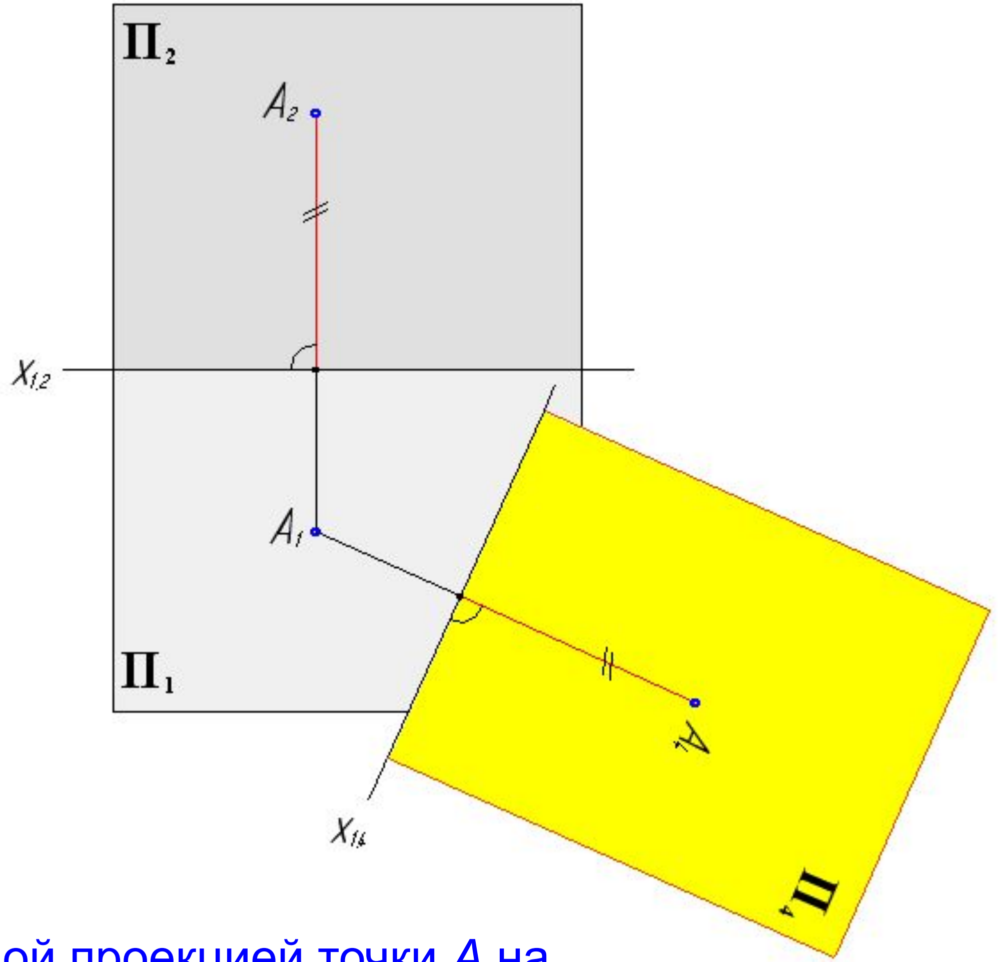
(A,A_1) = (A_2,$x_{1,2}$) = (A_4,$x_{1,4}$).

Для построения проекции A_4 точки A выполним :

1. Проводим ось x_{14} , обозначая новую систему плоскостей $П_1$-$П_4$;

2. Из точки A_1 проводим линию связи перпендикулярно оси x_{14};

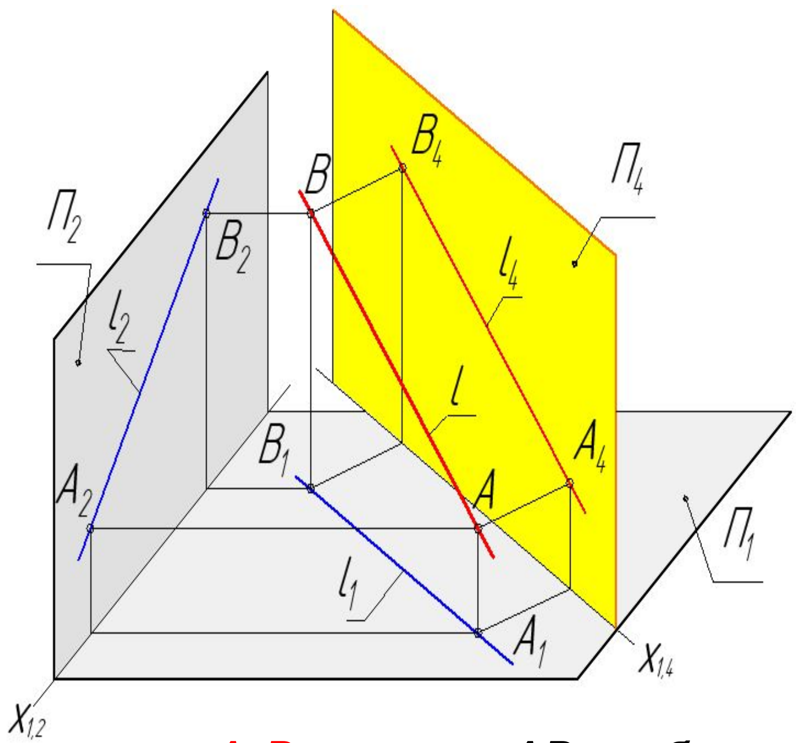
3. На линии связи от оси x_{14} откладываем расстояние A_4x_{14} равное расстоянию A_2x_{12}.

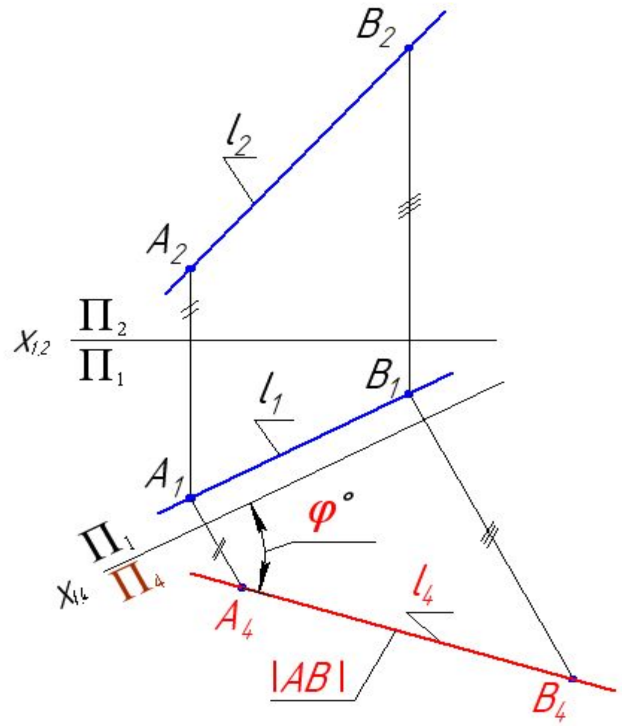


Проекция A_4 является ортогональной проекцией точки A на плоскость $П_4$

Дополнительная проекции прямой на плоскость ей параллельную

$(\Pi_4 \parallel l) \wedge (\Pi_4 \perp \Pi_1) \Rightarrow X_{14} \parallel A_1B_1$





Новая проекция A_4B_4 отрезка *AB изображает его в натуральную величину*

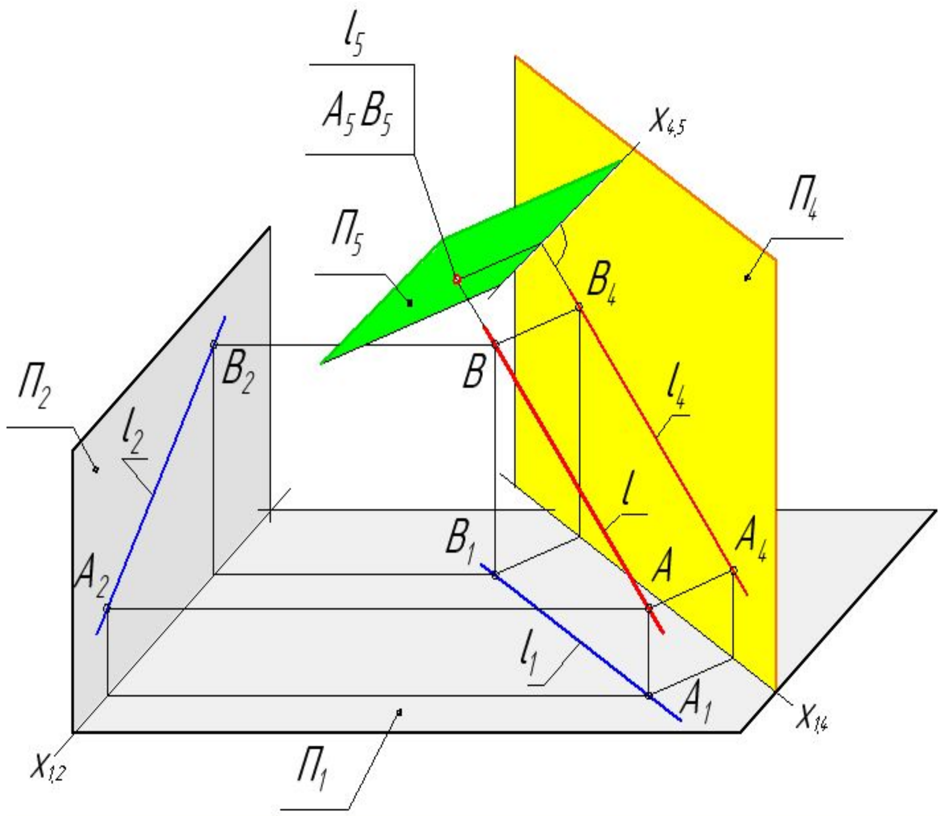
Прямая*AB* является линией уровня в системе плоскостей $П_1$-$П_4$

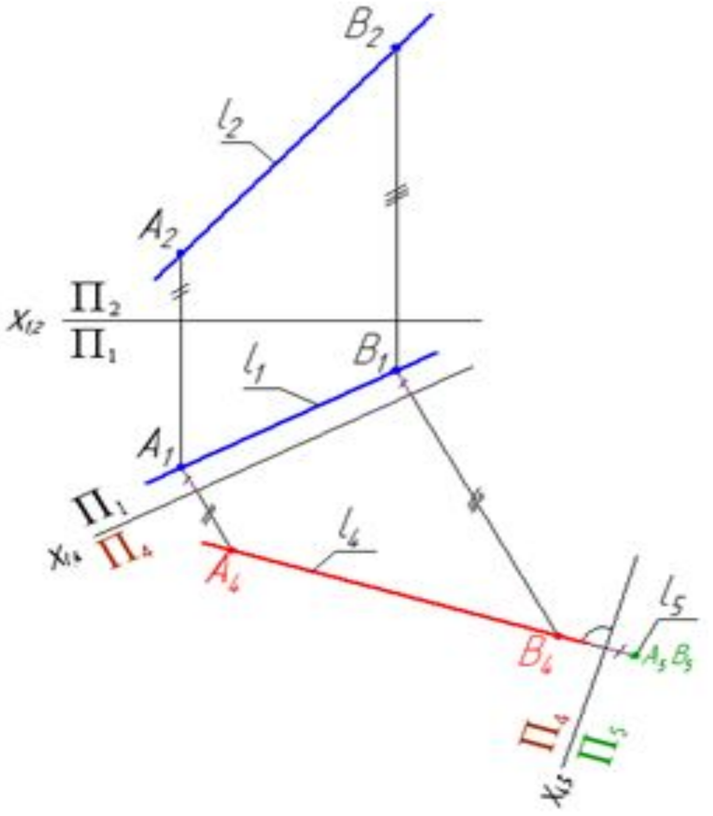
Угол φ это угол наклона прямой *AB* к плоскости проекций $П_1$

Проекция прямой на плоскость ей перпендикулярную

1. $(\Pi_4 \parallel l) \wedge (\Pi_4 \perp \Pi_1) \Rightarrow X_{14} \parallel A_1B_1$

2. $(\Pi_5 \perp l) \wedge (\Pi_5 \perp \Pi_4) \Rightarrow X_{45} \perp A_4B_4$





Прямая проецируется в точку на плоскость ей перпендикулярную

Выполняем:

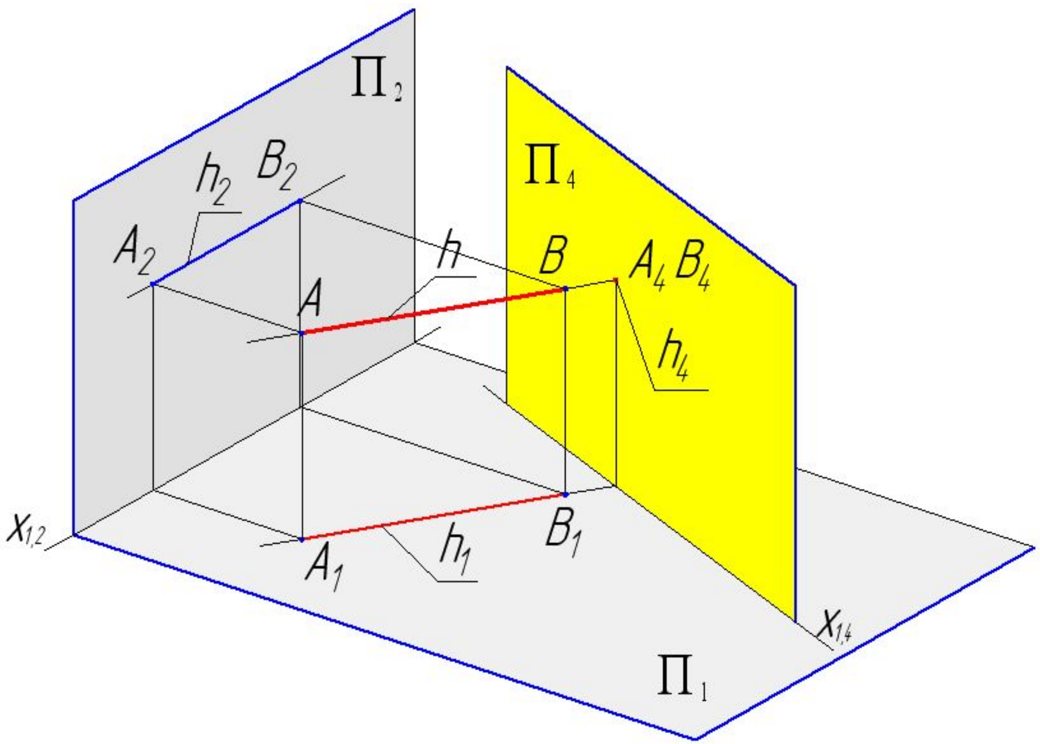
1. - проводим ось x_{14}, обозначая новую систему плоскостей $П_1$-$П_{4;}$
2. – строим проекцию A_4B_4 – проекцию отрезка AB на плоскость $П_4$;

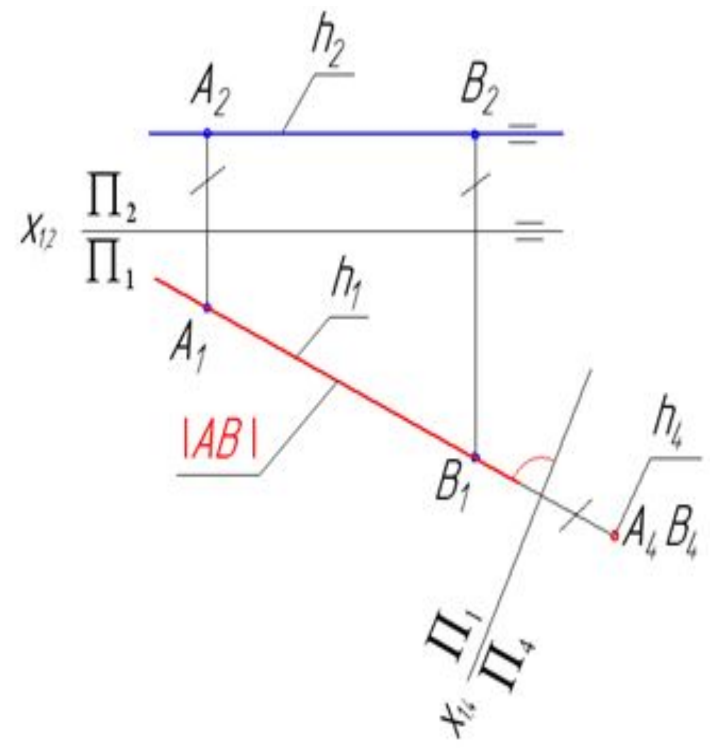
3. – проводим осьx_{45} , задавая следующую систему плоскостей проекций $П_4$-$П_5$ перпендикулярно проекции A_4B_4;

4. – от оси x_{45} откладываем расстояние равное расстоянию от точек A_1 и B_1 до оси x_{14};

5. - отмечаем A_5=B_5 , что является проекцией AB на плоскость $П_5$.

Преобразование линии уровня h в проецирующую прямую





Новая плоскость П4 перпендикулярна прямой АВ и плоскости П1

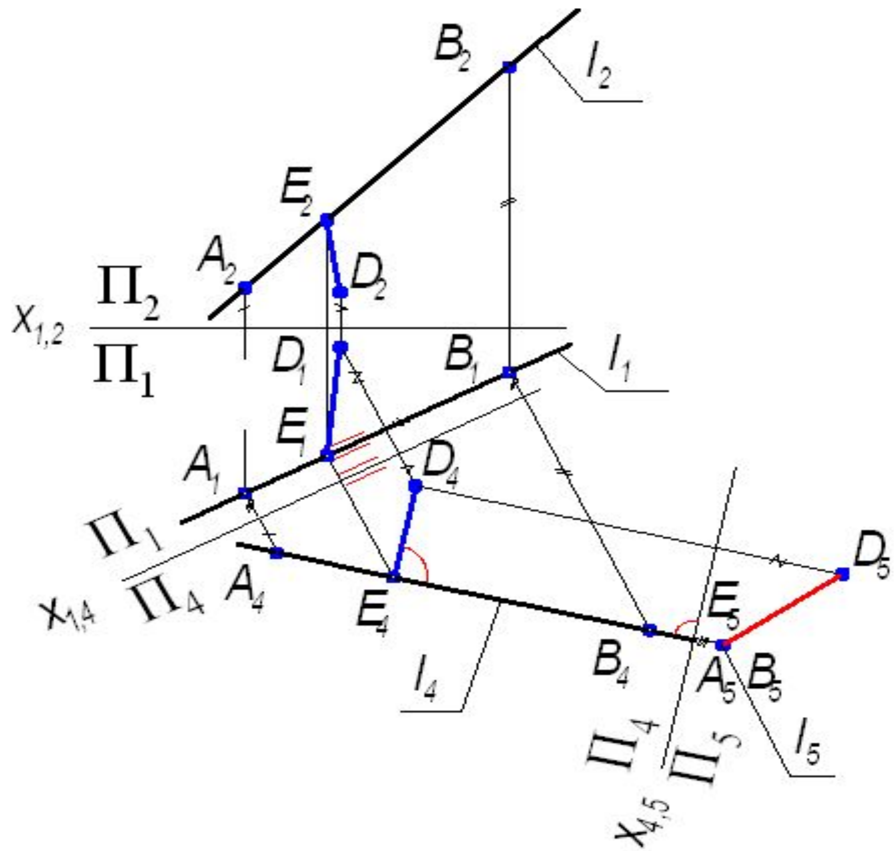
Метрические задачи

1. Определение расстояния от точки до прямой

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.
Необходимо выполнить два действия:

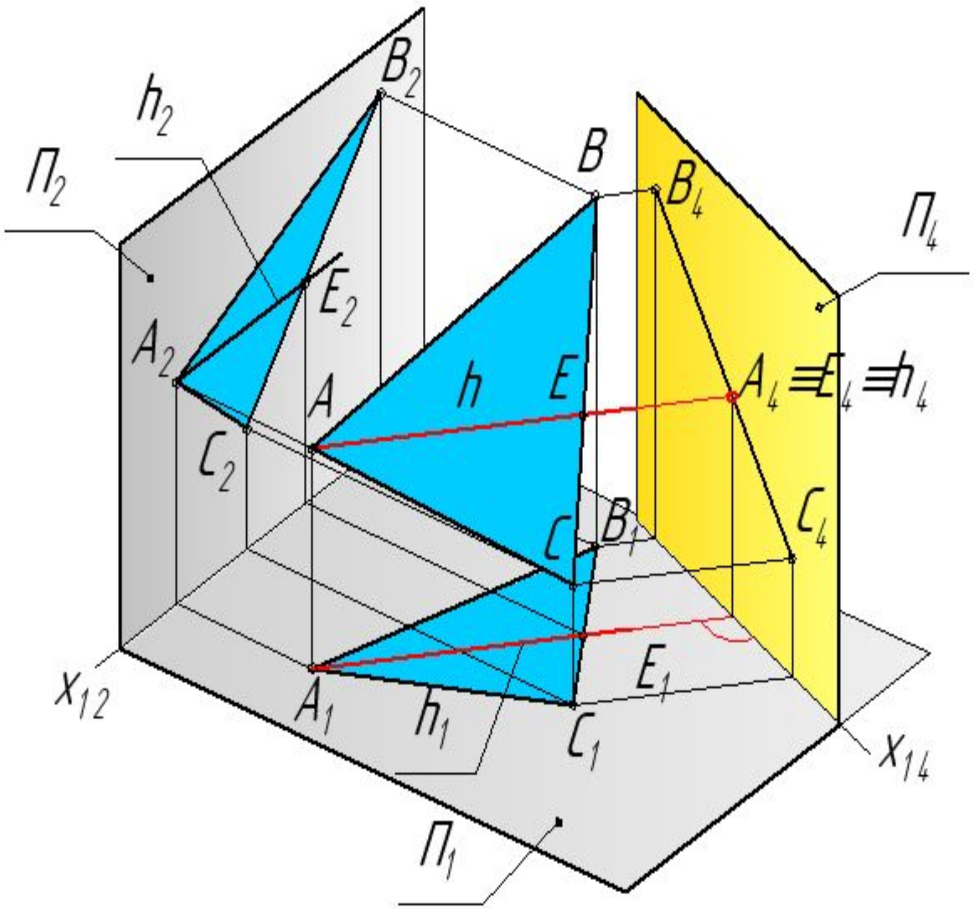
1. $П_4$ II l (AB): x_{14} || (A_1B_1).
Прямая*(AB)* проецируется на эту плоскость в натуральную величину ($A_4B_4 = AB$), а точка D в точку D_4. $D_4E_4 \perp A_4B_4$.

2. $П_5 \perp П_4$; $П_5 \perp$ АВ: $x_{45} \perp A_4B_4$.
Прямая проецируется на $П_5$ в точку $A_5=B_5=E_5$, а точка D в точку D_5.



Длина отрезка D_5E_5 является расстоянием от точки D и прямой АВ.
$[D_5E_5]=|\ DE\ |$

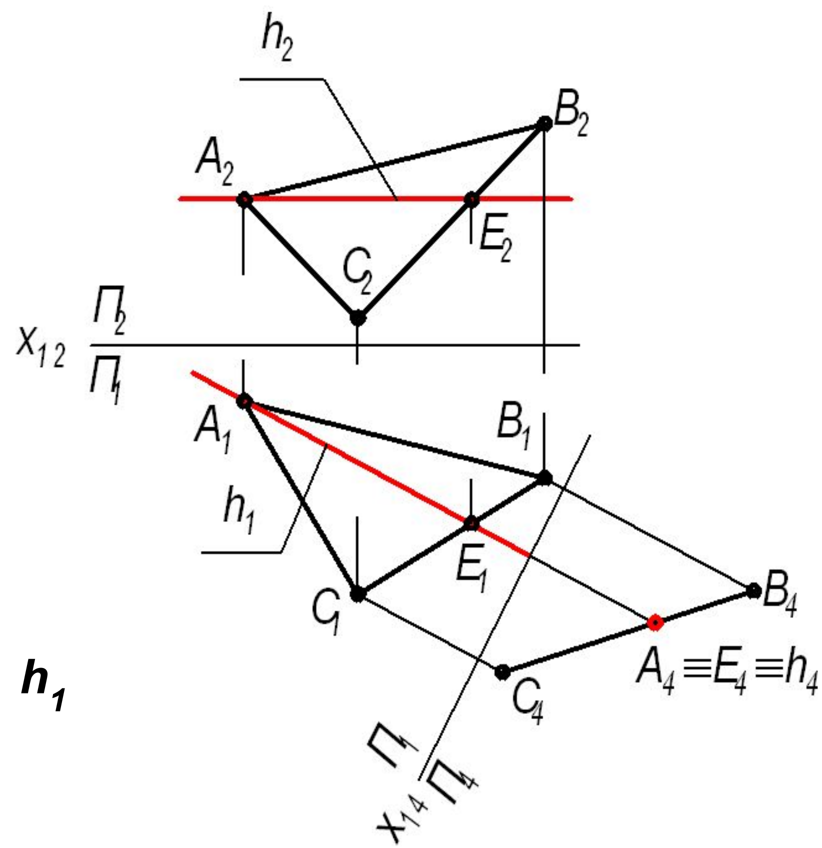
Проекция плоскости на плоскость ей перпендикулярную



1. В плоскости *ABC* проведем горизонталь *h* (*AE*) и зададим новую плоскость $П_4$ перпендикулярно *h* .

2. Ось x_{14} проводим перпендикулярно проекции h_1 (A_1E_1)

Треугольник изобразится на плоскости П4 как прямая $A_4B_4C_4$.

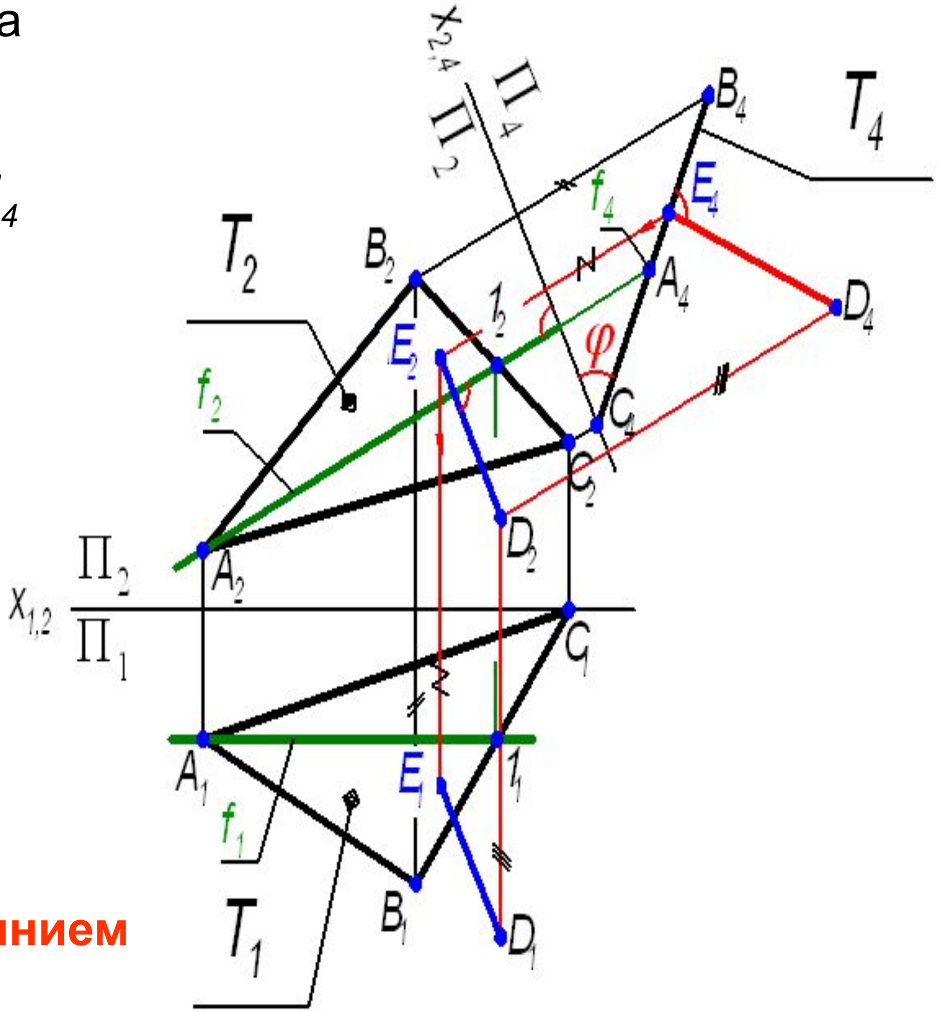


$П_4 \perp (\Delta ABC)$, $П_4 \perp П_1 \Rightarrow П_4 \perp h \Rightarrow x_{1,4} \perp h_1$

Метрические задачи

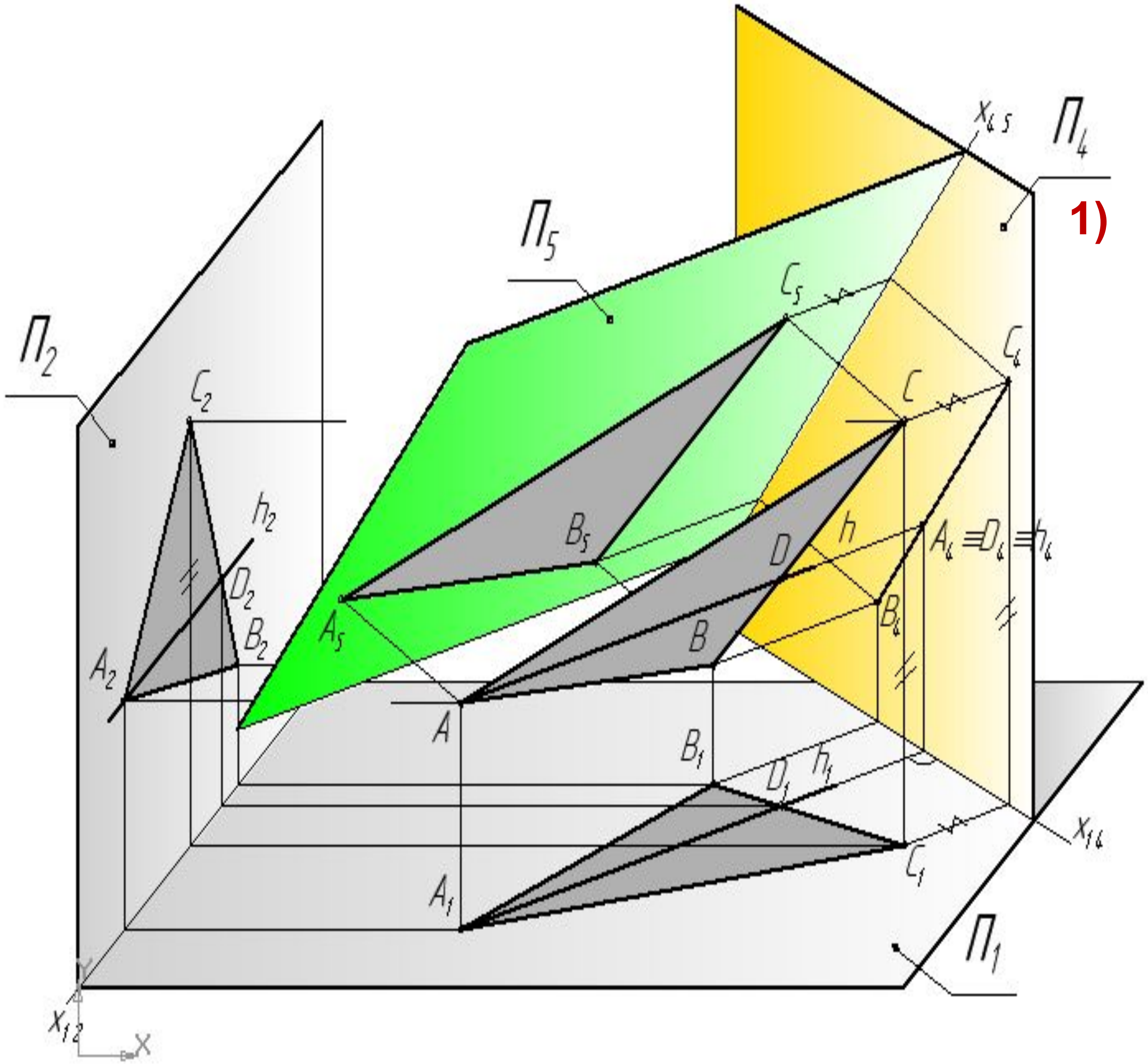
2. Определение расстояния от точки до плоскости

1. Строим проекцию плоскости (*ABC*) на плоскость ей перпендикулярную
2. Проведем в плоскости (*ABC*) фронталь *f* (*A1*) и зададим плоскость $П_4$ перпендикулярно ей: $x_{24} \perp f_2$
3. Треугольник проецируется на *П4* как прямая $A_4B_4C_4$.
4. Строим проекцию D_4 точки *D* на плоскость $П_4$.
5. Из точки D_4 опустим перпендикуляр на прямую $A_4B_4C_4$ и найдем точку E_4.



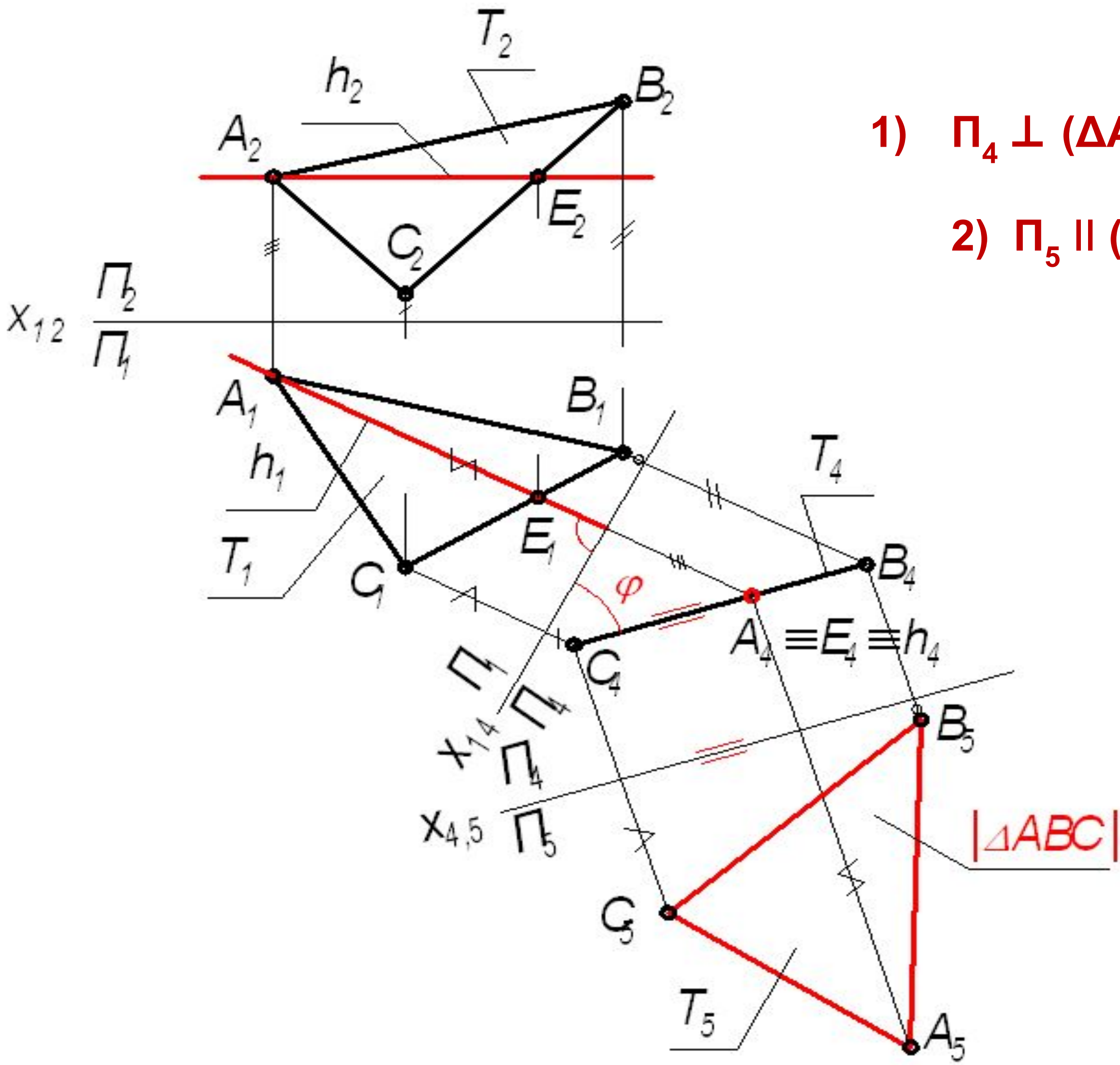
Длина отрезка D_4E_4 является расстоянием от *D* до плоскости *ABC*

Проекция плоскости на плоскость ей параллельную



1) $\Pi_4 \perp (\Delta ABC)$, $\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h$

2) $\Pi_5 \parallel (\Delta ABC)$, $\Pi_5 \perp \Pi_4$



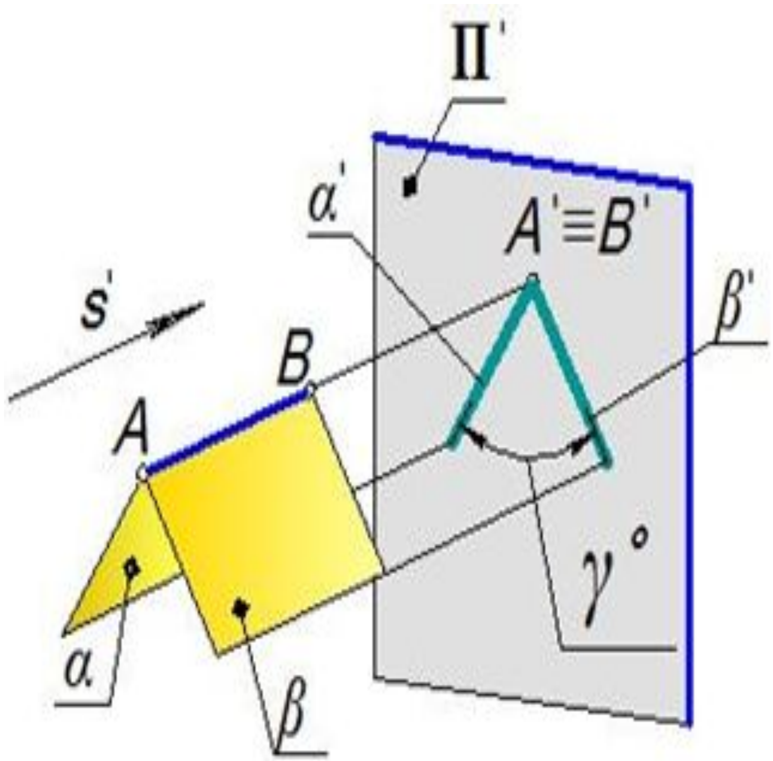
1) $П_4 \perp (\Delta ABC)$, $П_4 \perp П_1 \Rightarrow П_4 \perp h$

2) $П_5 \parallel (\Delta ABC)$, $П_5 \perp П_4$

Проекция треугольника $A_5B_5C_5$ соответствует натуральной величине треугольника ABC

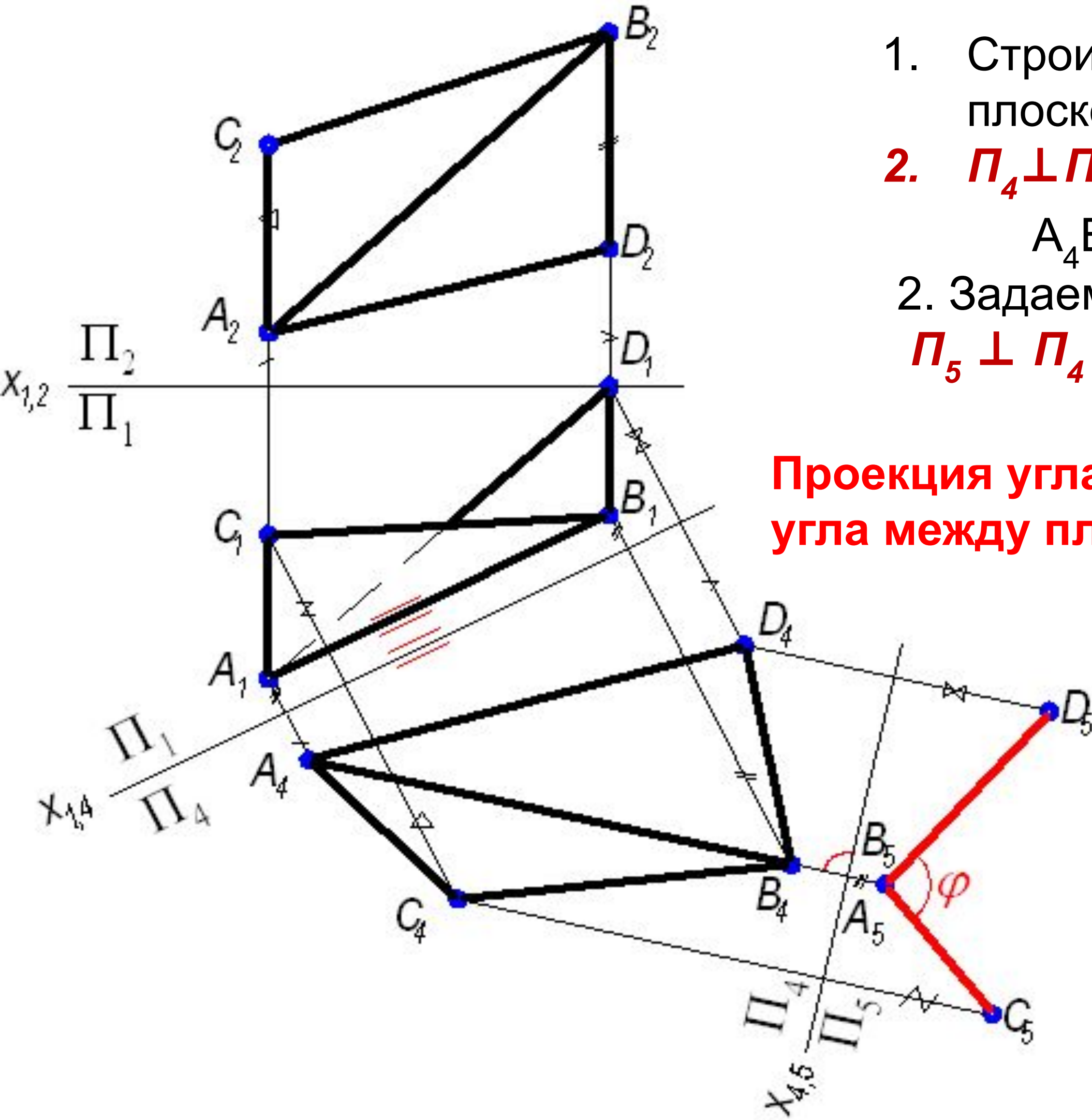
Метрические задачи

3. Определение натуральной величины ула между плоскостями ABC and ABD



Величина двугранного угла между плоскостями соответствует линейному углу, находящемуся в плоскости перпендикулярной этим плоскостям и их линии пересечения.

Необходимо построить ортогональную проекцию двугранного угла на плоскость перпендикулярную линии их пересечения



1. Строим проекцию треугольников на плоскость $П_4$
2. $П_4 \perp П_1$; $П_4 \parallel (AB)$: $x_{14} \parallel (A_1B_1)$

   $A_4B_4 = AB$

2. Задаем новую плоскость проекций $П_5$

   $П_5 \perp П_4$; $П_5 \perp (AB)$: $x_{45} \perp (A_4B_4)$

Проекция угла $D_5A_5C_5$ соответствует величине угла между плоскостями ABC и ABD