

**Синусоидалы ток тізбектері. Синусоидалы ток және оны сипаттайтын параметрлер. Синусоидалық шамалардың мәндері және оларды комплекстік сандар мен векторлар арқылы бейнелеу. Комплекстік амплитуда. Векторлық диаграмма. Синусоидалық функцияларды қосу.**

**Синусоидалы ток деп** мәні уақытқа тәуелді синусоидалық заңдылықпен өзгертін токты айтамыз:

Синусоидалы токты мынадай параметрлер арқылы сипаттауға болады:

1) Амплитудалық мән ( $I_m, U_m, E_m$ ) –

синусоидалық шаманың ең үлкен максимал мәні.

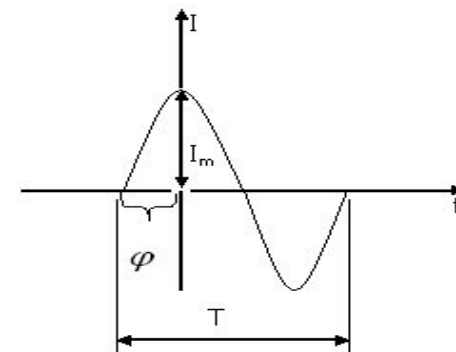
2) Периоды ( $T$ ) – толық бір тербеліс жасауға кететін уақыт, [с]

3) Жиілік ( $f$ ) – бір секундта ішінде жасалатын тербеліс саны, [1/с] немесе [Гц],  $f=1/T$ ;  $T=1/f$

ТМД елдерінде және Еуропаның біраз елдерінде жиілігі 50Гц синусоидалық кернеу кеңінен қолданылады

4) Бұрыштық жиілік ( $\omega$ )  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ , [рад/с]

5) Фаза ( $\omega t + \varphi$ ) – кез келген сәттегі синусоидалық шаманың мәнін анықтауға мүмкіндік береді.



б) Бастапқы фаза  $\varphi$  - синусоидалық шаманың уақыты 0-ге тең болған кездегі мәнін анықтауға мүмкіндік береді. Егер  $\varphi$ -дің таңбасы оң болса, онда синусоида ордината осіне байланысты солға қарай  $\varphi$  бұрышқа ығысады.

Синусоидалық шамалардың мәндері:

а) Амплитудалық мән ( $I_m, U_m, E_m$ );

ә) Лездік мән ( $i, u, e$ ) - синусоидалық шаманың кез келген сәттегі мәні:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i); \quad u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u); \quad e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e);$$

б) Орташа мән ( $I_{op}, U_{op}, E_{op}$ ) - синусоидалық шаманың жарты период ішіндегі орташа мәні:

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i(t) dt \quad I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m$$
$$U_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u(t) dt \quad U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 U_m$$
$$E_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} e(t) dt \quad E_{cp} = \frac{2}{\pi} E_m = 0,637 E_m$$

в) Әрекеттік мән ( I, U, E ) немесе орташа квадраттық мән

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m$$

Синусоидалы шамалардың әрекеттік мәндері олардың амплитудалық мәндерінен  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  есе аз. Синусоидалы ток әрекеттік мәні кедергі арқылы жүрген кезде бір период ішінде синусоидалы ток қанша жылу бөлсе, сонша уақытта сондай жылу бөліп шығаратын тұрақты токтың мәніне тең. Өлшеу аспаптардың көпшілігі синусоидалы шаманың әрекеттік мәнін көрсетеді.

## Синусоидалы шамаларды бейнелеу жолдары:

а) Тригонометриялық функциялар арқылы бейнелеу:

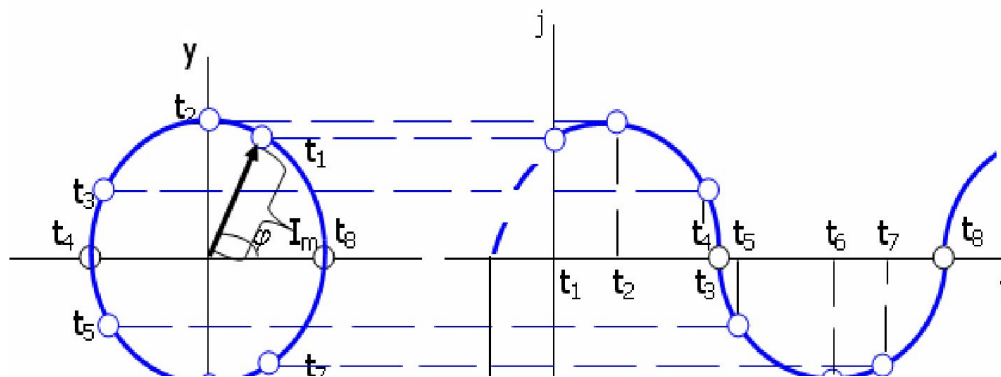
$$i=I_m \sin(\omega t + \varphi_i); \quad u=U_m \sin(\omega t + \varphi_u);$$

ә) Тікбұрыштық координаталарда уақыттық диаграмма арқылы бейнелеу

б) Айнымалы вектор арқылы бейнелеу. Тікбұрыштық координаталар жазығында ұзындығы синусоидалы токтың  $i=I_m \sin(\omega t + \varphi)$  амплитудасына  $I_m$  тең вектор  $\omega$  тең бұрыштық жылдамдықпен айналып тұр делік. Бастапқы жағдайда вектор абцисса осінен  $\varphi$  бұрышына ығысқан. Уақыт өткен сайын вектор  $\omega t$  жылдамдығымен айналып, шеңбер сызып шығады. Егер вектордың әрбір сәттегі ордината осіндегі проекциясыларын уақыттық диаграмма түрінде бейнелесек, онда проекцияның ұзындығы синусоидалы заңдылықпен өзгертіндігін көреміз, яғни вектордың ордината осіндегі проекциясының уақытқа тәуелді өзгерісі синусоидалы шаманың лездік мәндерін өзгерісін сипаттайды. Демек, синусоидалы шаманы ұзындығы оның амплитудасына тең, жылдамдығы оның бұрыштық жиілігіне тең айналмалы вектор түрінде бейнелеуге болады. Вектордың бастапқы жағдайы синусоидалы шаманың бастапқы фазасымен  $\varphi$  анықталады.

Бұрыштық жиілігі бірдей бірнеше синусоидалы шамалардың векторлары бірдей жылдамдықпен айналады. Сондықтан олардың өзара орналасуы өзгермейді. Сол себепті практикада оларды айналдырмайды, оларды бастапқы фазаларына сәйкес жазықтықта өзара орналастырады. Векторларды айналдыру қажеттігі болмағандықтан координаталар остерін көрсетудің қажеті болмайды. Бірінші векторды горизонталь немесе вертикал орналастырады да, қалғандарын бастапқы фазаларына сәйкес осы векторға байланысты орналастырады.

Синусоидалы шамалардың векторларлар түрінде бейнелеу оларды геометриялық жолмен қосу немесе алу операциясын орындауға мүмкіндік береді.



в) Синусоидалы шамаларды комплекс сандар арқылы бейнелеу. Синусоидалы шама тригонометриялық функция түрінде берілсін:  $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ .

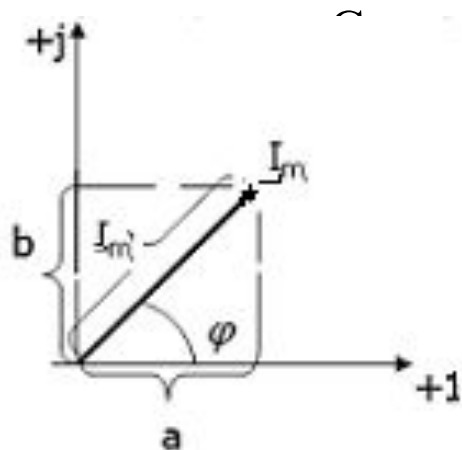
Комплекстік жазықтықта ұзындығы амплитудаға  $I_m$  тең, ал нақты осьпен құрайтын бұрышы бастапқы фазаға  $\varphi$  тең вектор саламыз. Бұл вектордың ұшы белгілі бір комплекс санға - синусоидалы шаманың комплекстік амплитудасына сәйкес келеді.

$\underline{I}_m = I_m e^{j\varphi}$  - комплекстік амплитуда. Уақыт өткен сайын фаза өседі де, бұл вектор айналмалы векторға айналады:  $I_m e^{j(\omega t + \varphi)} = I_m \cos(\omega t + \varphi) + j I_m \sin(\omega t + \varphi)$ .

Жорамал бөлік синусоидалық шамаға тең, яғни синусоидалық шаманы комплекс санның жорамал бөлігі арқылы көрсетуге болады.

Синусоидалы шамаларды комплекстік арқылы көрсету, оларды қосып, жолмен) мүмкіндік береді.

және алуға (



**Векторлық диаграмма** деп жиіліктері бірдей синусоидалық шамаларды комплекстік жазықтықта олардың бастапқы фазаларына сәйкес өзара орналасқан векторларының жиынтығын айтады.

**Фазалық ығысу** деп синусоидалық шамалардың бастапқы фазаларының айырмасын айтады:  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

**Активті кедергісі бар тізбек.** Кедергісі бар элементті резистор дейді. Осы резистордың айнымалы токқа көрсететін кедергісін активті кедергі деп атайды. Активті кедергі айнымалы токтың электр энергиясының жылу энергиясына айналуын сипаттайды.

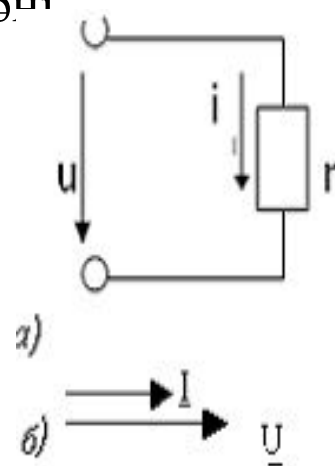
Синусоидалы кернеуді  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$  активті кедергісі бар тізбекке берсек, онда кедергі арқылы жүретін токтың лездік мәні

$$i = u/r = U_m / r \sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i).$$

Бұдан токтың әрекеттік мәні

$$I = (U_m / \sqrt{2}) / r,$$

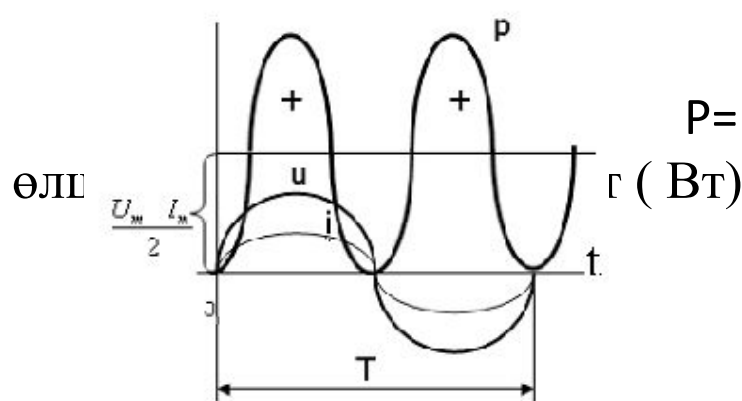
ал фазасы  $\varphi_i = \varphi_u$ , фазалық ығысу  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ .



Сонымен токтың  $I$  және кернеудің  $U$  векторлары өзара бір түзудің бойында орналасады және бағыттас болады. Лездік қуат деп кернеудің лездік мәнінің токтың лездік мәніне көбейтіндісін айтады:

$$p=ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = U_m I_m \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t$$

Лездік қуат тұрақты құраушыдан және екі еселенген жиілікпен өзгертін айнымалы құраушыдан тұрады. Оның таңбасы әр уақытта оң, яғни электр энергиясы тұрақты түрде басқа түрлі энергияға түрленеді. Период ішіндегі орташа қуатты активті қуат деп атаймыз:



$$P = UI = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = UI$$

Активті қуаттың қабылданған.



**Идеал индуктивті элементі** бар тізбек . Индуктивтік элемент уақытқа байланысты магнит ағынының өзгерісінен э.қ.к.-тің туу құбылысын және нақты электр тізбегінің элементінде магнит өрісінің энергиясының жинақталу құбылысын есептеуге мүмкіндік береді. Индуктивті орамамен айнымалы ток жүрген кезде оның бойында бағыты сол токқа қарама-қарсы өзіндік э.қ.к.  $e_L$  пайда болады. Оны берілген кернеу теңгереді:

$$u = -e_L,$$

мұндағы  $e_L = -L \cdot \frac{di}{dt}$ .

Бұдан  $u_L = L \frac{di}{dt}$ . Егер ток синусоидалы болса  $i = I_m \sin \omega t$ , онда

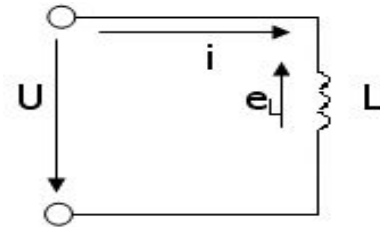
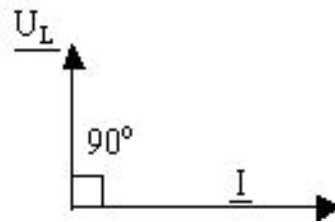
$$u_L = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = I_m \omega L \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + 90^\circ),$$

мұндағы

$$U_m = I_m \omega L = I_m X_L, \text{ ал } X_L = \omega L \text{ индуктивті кедергі деп аталады.}$$

Фазалық ығысу  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$ ,

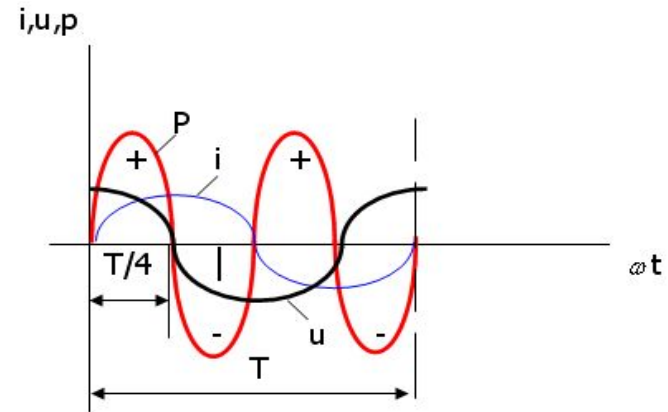
яғни векторлық диаграммада кернеудің  $\underline{U}$  векторы токтың  $\underline{I}$  векторы фаза бойынша  $90^\circ$ -қа озады.



Лездік қуат:  $p = iu = I_m \sin \omega t U_m \cos \omega t = (\sin 2\omega t) U_m I_m / 2$ , яғни оның екі еселенген жиілікпен өзгертіндігін көреміз

Оның амплитудасын  $Q_L$  реактивті индуктивті қуат деп атайды.

$$Q_L = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = U_L I = I^2 x_L = \frac{U_L^2}{x_L}$$



Өлшем бірлігі - вольтампер реактивтік [ВАр]. Периодтың бірінші ширегінде индуктивті элемент электр желісінен энергия алып, оны магнит өрісінің энергиясына айналдырады да, бойына жинайды. Екінші ширекте лездік қуаттың таңбасы теріс, яғни индуктивті элемент бойына жинақтаған магнит энергиясын электр энергиясына түрлендіріп, электр желісіне қайтарылады. Үшінші ширекте индуктивті элемент электр желісінен энергия алады да, төртінші ширекте сол энергияны қайтарады. Период ішіндегі орташа қуат нөлге тең ( $P=0$ ). Сонымен индуктивті элементте электр энергиясының магнит энергиясына, магнит энергиясының электр энергиясына айналу құбылысы алма кезек жүріп жатады

**Идеал сыйымдылық элементі** бар тізбек. Егер сыйымдылық элементке синусоидалы кернеу  $u = U_m \sin \omega t$  берілген болса, ондағы заряд та синусоидалы заңдылықпен өзгереді:

$$q = Cu = CU_m \sin \omega t.$$

Сыйымдылық элементпен жүретін ток

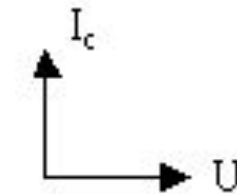
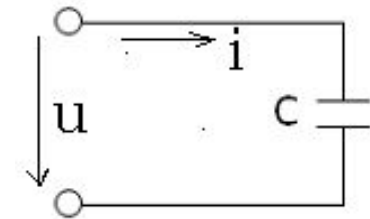
$$i = dq/dt = C \frac{d(U_m \sin \omega t)}{dt} = CU_m \omega \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

Бұдан  $I_m = U_m C \omega = \frac{U_m}{1/\omega C}$ ,  
 мұндағы  $x_C = \frac{1}{\omega C}$  сыйымдылық кедергі.

Токтың әрекеттік мәні  $I = U_c / x_c$ .

Фазалық ығысу  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 - 90^\circ = -90^\circ$ ,

яғни векторлық диаграммада сыйымдылық элементпен жүретін токтың  $\underline{I}$  векторы кернеудің  $\underline{U}$  векторынан фаза бойынша  $90^\circ$ -қа озады



Лездік қуат:  $p = i u = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) U_m \sin \omega t = (\sin 2 \omega t) U_m I_m / 2$ , яғни ол екі еселенген жиілікпен өзгереді Оның амплитудасын реактивті сыйымдылық қуат  $Q_c$  деп атайды.

$$Q_c = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = U_C I_C = \frac{U^2}{x_C} \quad \text{Олшем бірлігі - [ВАр]}$$

Конденсатор периодтың бірінші және үшінші ширектерде қоректендіргіштен энергия алып, бойына жинайды (яғни зарядталады). Ал екінші және төртінші ширектерде бойына жинаған энергияны электр желісіне қайтарып береді. Сонымен конденсаторда энергия алмасу құбылыстары жүріп жатады. Период ішіндегі орташа қуат, яғни активті қуат нөлге тең ( $P = 0$ ).