Презентация на тему «Векторы»

Выполнила : Снегирева Алина

Ученица 9 «Б» класса

Понятие вектора . Равенство векторов.

1. Какова разница между векторными и скалярными величинами?

Есть два вида величин . Первый вид величин – скалярные величины .
Это : площадь , объем , масса , длинна и.т.д.

Второй вид величин – векторные величины.
Это : сила , перемещение материальной точки , скорость и.т.д.

Скалярные величины определяются заданием своих численных величин ,а Векторные величины характеризуются не только своим числовым значением , но и направлением в пространстве.

2. Что такое вектор и как его обозначают?

Векторные величины можно называть просто векторами.
Вектором называется любой направленный отрезок.

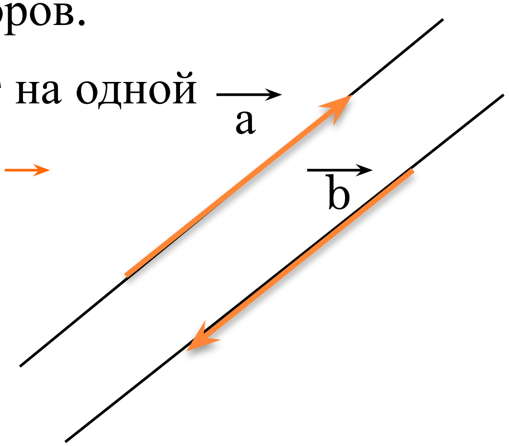
Если на отрезке AB взять точку A принять за начало , а B – за конец, то получиться вектор, который обозначается $\overrightarrow{AB}$

Векторы также обозначаются строчными буквами латинского алфавита со стрелкой сверху : $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$

4. Какие векторы называются коллинеарными . Приведите пример сонаправленнных и противопролжно направленных векторов.

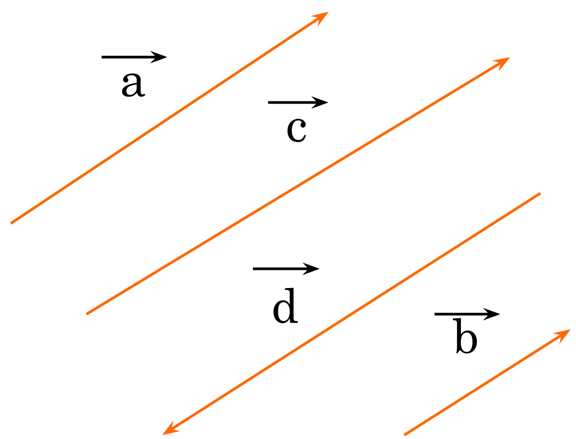
Векторы называются коллинеарными , если два вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарность векторов **a** и **b** записывают так : **a || b**



Если коллинеарные векторы имеют одинаковые направления , то их называют сонаправленными векторами . Сонаправленность векторов a и b

записывают так: a ↑↑ b



Если векторы a и b коллинеарны и имеют разные напрвления то их называют противоположно направленными и

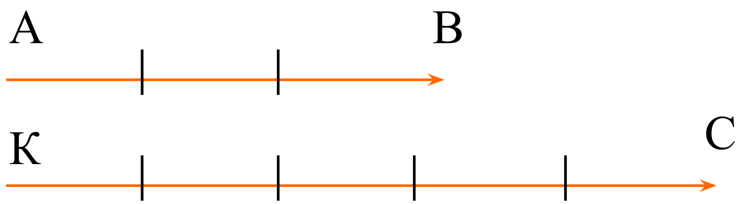
записывают так:a ↑↓ d

5. Какая связь между равенством векторов и параллельным переносом?

Равные векторы можно совместить параллельным переносом , и , обратно если векторы совмещаются параллельным переносом , то эти векторы равны.

6. Что такое модуль вектора?

Модуль вектора – длина вектора , например $|\overrightarrow{AB}| = 3$, $|\overrightarrow{KC}| = 5$



7. Что вы знаете о нулевом векторе?

Нулевой вектор – вектор , в котором начало и конец совпадают.

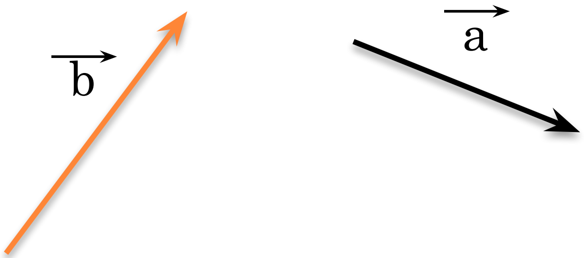
Нулевой вектор обозначается так : $\vec{0}$

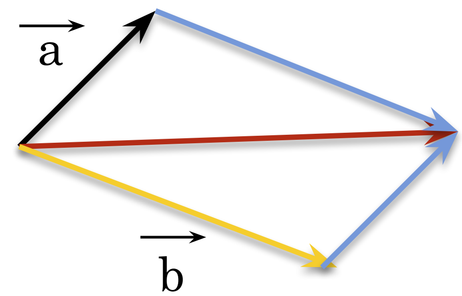
Сложение и вычитание векторов

1.Сформулируйте правило треугольника и правило параллелограмма сложения вектора

Сложение векторов по правилу параллелограмма

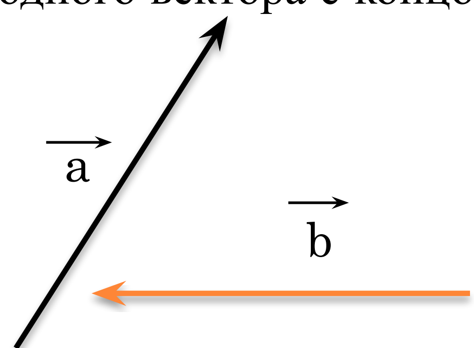
Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ исходят из одной точки, то вектор суммы $\vec{c}$ исходит из общей начальной точки векторов и является диагональю параллелограмма, сторонами которого являются векторы
$\vec{a}$ и $\vec{b}$.

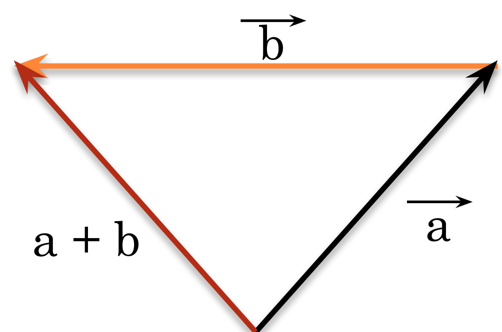




Сложение векторов по правилу треугольника

Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ отложить последовательно друг за другом (начало вектора $\vec{b}$ попадает в конец вектора $\vec{a}$), то вектор суммы $\vec{c}$ соединяет начало одного вектора с концом второго вектора.





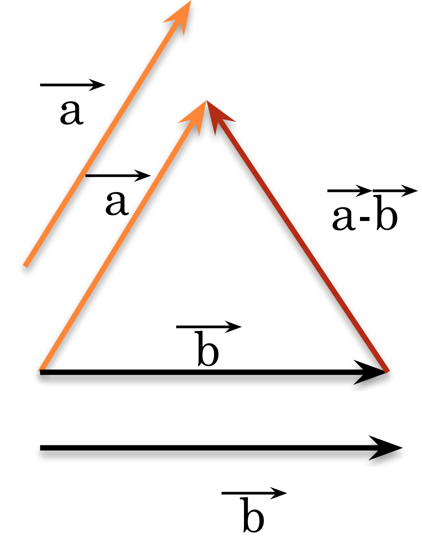
3. Какими свойствами обладает сумму векторов?

Свойства сложения векторов

Теорема. Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ верно :

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный закон)
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сочетательный закон)

4. Как определяется разность векторов ?



Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор , который в сумме с вектором $\vec{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают так : $\vec{a} - \vec{b}$

5. Какие векторы называются противоположными?

Если нулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{a}_1$ удовлетворяют условиям : $\vec{a} = \vec{a}_1$ и $\vec{a}$ $\vec{a}$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{a}_1$ называются противоположными векторами.

6. Как можно разложить вектор на сумму двух составляющих?

Если $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, то векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называются составляющими вектора $\vec{a}$. Также говорят , что вектор $\vec{a}$ разложен на сумму составляющих векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Теорема. Пусть даны две пересекающиеся прямые . Тогда любой вектор можно разложить на сумму составляющих , расположенных на данных прямых .

Умножение вектора на число

1. Каким может быть произведение $r \cdot \vec{a}$, если 1) $\vec{a}=\vec{0}$,2) $r=0$?

Произведением вектора $\vec{a} = 0$ на число r называется вектор , модуль которого равен числу $|r| \cdot |\vec{a}|$ и сонаправлен с вектором $\vec{a}$ при $r > 0$, противоположно направлен с вектором $\vec{a}$ при $r < 0$. Произведение чесла на вектор $\vec{a}$ записывают так : $r \cdot \vec{a}$.

Если $r = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$

3. Какими свойствами обладает умножение вектора на число ?

Теорема . Для любых чисел α , β и любых векторов а , b верно равенство :

1. $(\alpha\cdot\beta)\vec{a} = \vec{\alpha}(\beta\cdot a)$ (сочитательный закон)

2. $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$ (первый распределительный закон)

3. $\alpha\,(\vec{a}+\vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$ (второй распределительный закон)

4. Докажите признак коллинеарности векторов

Теорема . Что вектор был коллинеарен ненулевому вектору а , необходимо и достаточно существование числа α такого что $\vec{b} = \alpha\vec{a}$.

Доказательство . Необходимость . Докажем , что существует число α такое , что $\vec{b} = \alpha\vec{a}$ при $\vec{a}\,\vec{b}$.

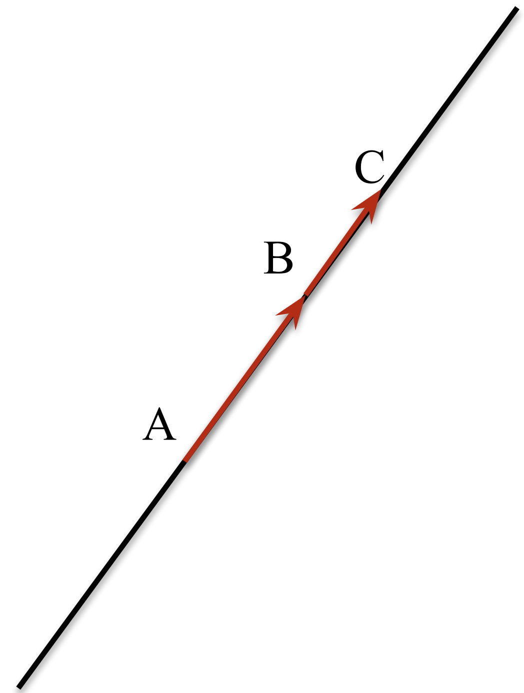
1. Если $\vec{b}=0$, то при α=0 получим $\vec{b}=\vec{0}\cdot a=\vec{0}$

2. Пусть $\vec{b}=0$

а. Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$, то при $\alpha = \frac{b}{a}$

5. Какое условие является необходимым и достаточным для того , что бы точки А , В и С лежали на одной прямой?

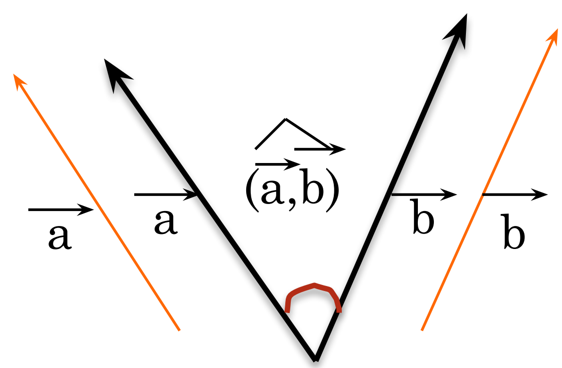
Для того, чтобы точка С лежала на прямой АВ, необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$.



Угол между векторами . Скалярное произведение векторов

1. Какой угол называется углом между векторами AB и BC?

Углом между векторами AB и AC называется угол BAC. Углом между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.
Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают через $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$.



2. Как определяется угол между векторами в общем случае?

Угол между векторами может быть равен от 0° до 180°, $\widehat{(\vec{a}\ \vec{b})}=0°$, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены , $\widehat{(\vec{a}\ \vec{b})}=180°$, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены . Если $\widehat{(\vec{a}\ \vec{b})}=90°$, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны. Угол $(\vec{a}\ \vec{b})$ неопредилен , если один из векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ нуливой

3.Что называется скалярным произведением ? Скалярное произведение векторов является числом или вектором?

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла угла между ними, т.е. скалярное произведение векторов равно числу

$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(a , b)$.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \text{Cos}\ \varphi$, где $\varphi = (\widehat{\vec{a} , \vec{b}})$.

Скалярное произведение равных векторов называется скалярным квадратов этого вектора и обозначается через a^2.

$\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \text{Cos}0° = | a^2 |$.

4. Сформулируйте свойства скалярного произведения.

1. Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ верно равенство : $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

2. Для любых векторов a, b и c любого действительного числа α верно равенство : $(\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = \alpha(\vec{a} \cdot \vec{b})$

3. Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ верно равенство : $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$

5. Укажите принципы применения элементов в векторной алгебре.

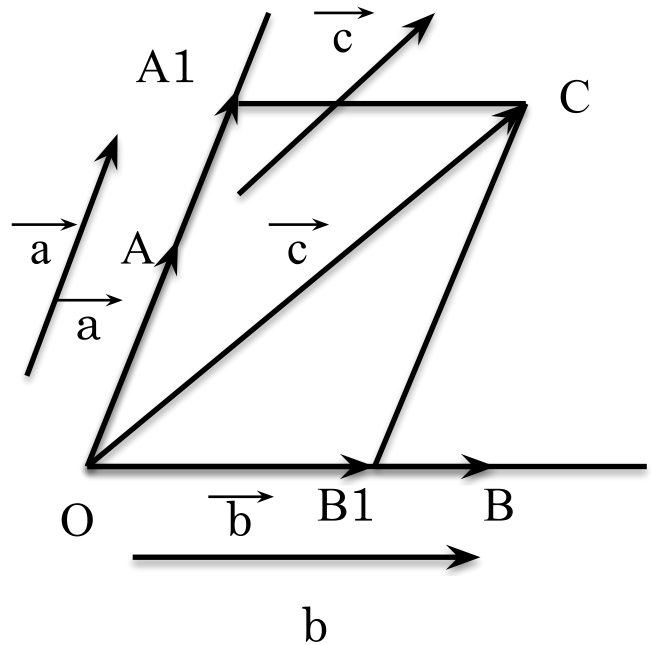
Раздел математики , изучающий векторы и действия над ними называется векторной алгеброй. Существует процесс решения каждой задачи с помощью векторов , решаемой с помощью векторов , в векторной алгебре они делятся на 3 этапа :

1-й этап Вводя векторы в удобной нас форме , нужно переписать условие задачи с помощью векторов.
2-й этап Преобразовывая задачу , записанную в векторной форме , получаем решение в векторной форме.
3-й Решение задачи , полученное в векторных соотношения , нужно перевести на исходный «язык» задачи и записать ответ .

Координаты вектора

1. Сформулируйте и докажите теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам

Теорема. Если ненулевые векторы a и b не коллинеарны, то для любого вектора c найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство <u>c = xa + yb</u>, причем коэффициенты разложения x и y определяются единственным образом.



На плоскости отложим от точки O векторы $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$. Концы векторов обозначим через A , B и C . Вдоль прямых OA и OB найдутся единственные векторы $\overrightarrow{OA1}$ и $\overrightarrow{OB1}$ такие , что $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA1}+\overrightarrow{OB1}$
Так как $\overrightarrow{OA}\uparrow\uparrow\overrightarrow{OA1}$ и $\overrightarrow{OB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{OB1}$, то по теореме о коллинеарных векторах существуют единственные действительные числа x и y =>

OA1=x· OA = xa и OB1= y·OB = y · b => c=OC = xa + yb

ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА.

2. Какие векторы называются базисными векторами на плоскости?

Из этой теоремы вытекает, что любой вектор можно разложить по двум произвольным неколлинеарным векторам. Если на плоскости выбраны такие два неколлинеарных вектора, то они называются базисными векторами плоскости. Итак, любые два неколлинеарных вектора можно принять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам. А действительные числа x и y называются координатами вектора c в базисе a , b.

3. Что такое координаты вектора и как их обозначают?

Рассмотрим прямоугольную систему координат Oxy. Пусть i- единичный вектор, сонаправленнный с осью Ox, a j – единичный вектор, сонаправленный с осью Oy. Эти векторы называют координатными векторами. Так как векторы i и j не коллинеарны, то их можно рассматривать в качестве базисных векторов. Тогда для любого вектора a плоскости Oxy найдутся единственные действительные числа x и y такие, что

$$a = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Здесь числа x и y называются координатами вектора a в прямоугольгой системе координат Oxy, и это записывается так: a= (x; y).

5. Какие свойства координат векторов вы знаете?

Свойства :

1. У равных векторов соответствующие координаты равны: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то x=u и y=v.

Обратно, векторы, у которых соответствующие коорднаты равны между собой: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и x= u, y= v, то $\vec{a} = \vec{b}$.

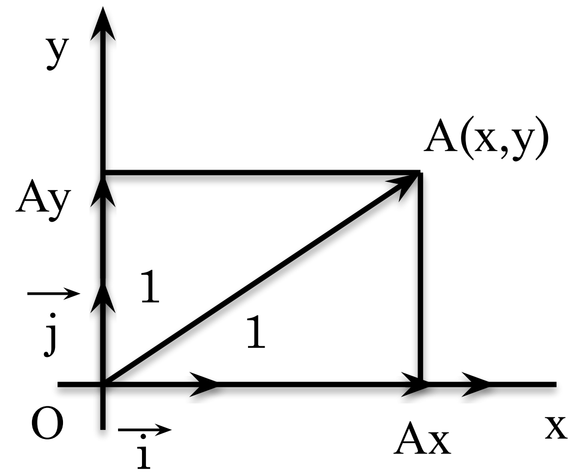
2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если a=(x;y), b=(u;v), то a+b=(x+u; y+v).

$$\vec{a}+\vec{b}=(xi+yj)+(ui+vj)=(x+u)i + (y + v)j.$$

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число, если $\vec{a} = (x; y)$ и λ- число, то $\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda \cdot x; \lambda \cdot y)$.

6. Какой вектор называется радиус - вектором точки А?

Если на плоскости Oxy задана точка А (x;y), то вектор OA называется радиус-вектором точки А. Для радиус-вектора OA верно равенство OA= (x;y), т.е. соответствующие координаты точки А и радиус-вектора OA совпадают.

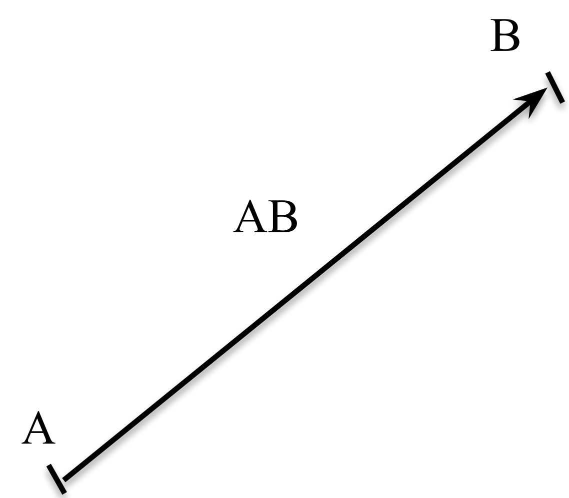


7. Как определяются координаты вектора если , если заданы координаты его концов?

Нам дан вектор $\overrightarrow{AB}$, чтобы найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, нам необходимо знать координаты начальной точки А и конечной точки В. Нужно из координат конечной точки вычесть координаты начальной

Заданы координаты точек А(xa, ya и В (xв , yв) . Можно найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, только воспользовавшись этой формулой :

$$\overrightarrow{AB} = (xb - xa, yb - ya)$$



8. По какой формуле определяется модуль вектора ?

Модуль вектора АВ вычисляется по этой формуле:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(bx - ax)^2 + (by - ay)^2}$$

Выражение скалярного произведения через координаты вектора

1.Как можно определить скалярное произведение векторов по их координатам ?

Скалярное произведение векторов a = (x1;y1) и b = (x2;y2) определяется по формуле: $a \cdot b = x1 \cdot y2 + x2 \cdot y2$.

2.Напишите условие перпендикулярности векторов

Если вектора a=(x 1,y1) и b =(x2 , y2) взаимно перпендикулярны , то ( )= 90°, их скалярное прпоизведение равно нулю. Тогда мы имеем это условие перпендикулярности векторов: $x1+x2+y1+y2=0$

3. Напишите условие коллинеарности векторов

Пусть векторы a = (x1;y1) и b = (x2;y2) коллинеарны тогда найдется число r такое , что a= r·b . Отсюда x1= rx2 , y1=ry2 , то из последних равенств получим равенства :

$\frac{x1}{x2} = r \qquad \frac{y1}{y2} = r$ т.е выполняет равенство

$$\boxed{\frac{x1}{x2} = \frac{y1}{y2}}$$

Различные способы заданиями прямой в прямоугольной системе координатР

1. Какой вектор называется направляющим вектором ?

Направляющий вектор прямой - это любой ненулевой вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей прямой.

2.Какая точка называется начальной точкой прямой ? Напишите уравнение прямой по точке и направляющему вектору .

Пусть нам задана точка M0 (x0 , y0) и вектор p (α ,β) . Тогда через точку M0 параллельно вектору p проходит одна и только одна прямая l. Точка M0 называется начальной точкой прямой l, а вектор p- направляющим вектором этой прямой.

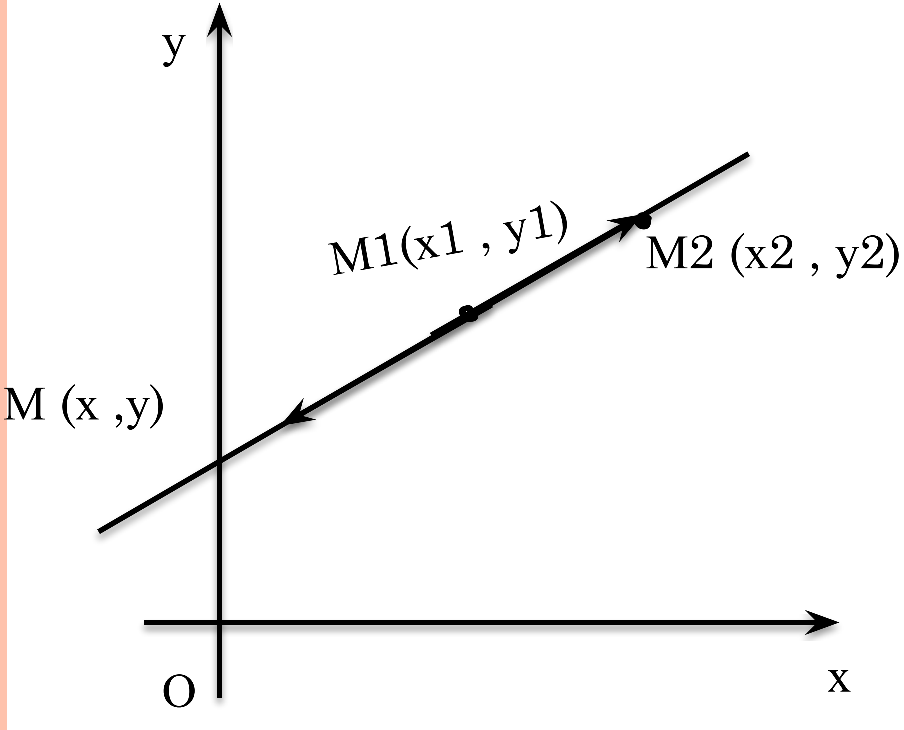
Рисунок на стр. 21

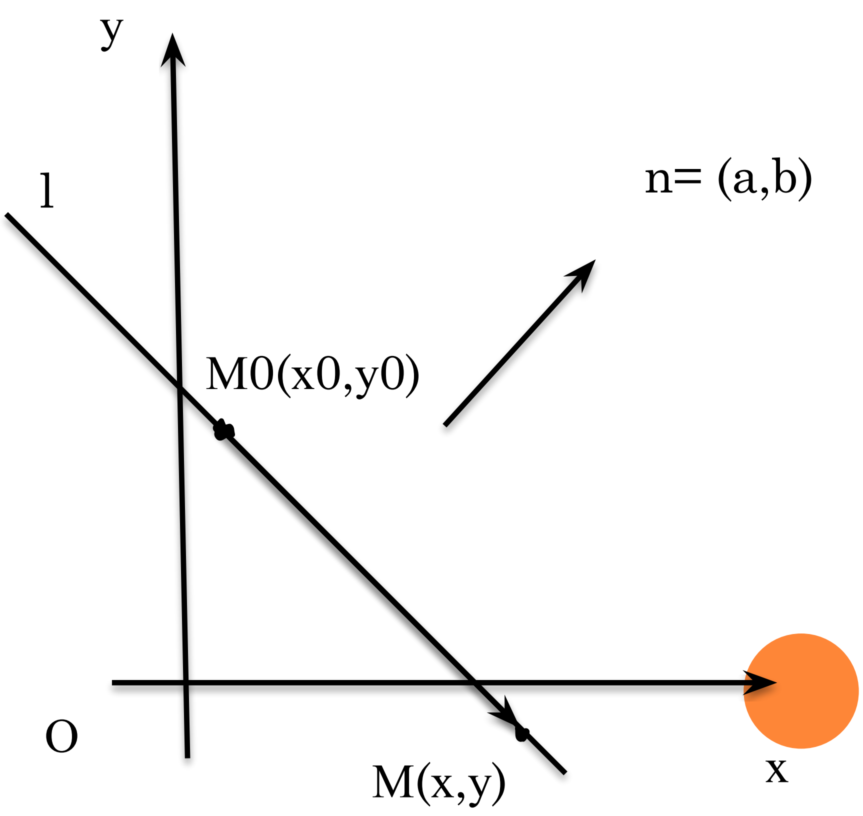
3. Напишите уравнение прямой , проходящей через две заданные точки

$$\frac{x-x1}{x2-x1} = \frac{y-y1}{y2-y1}$$

4.Что такое вектор нормали прямой?

Если прямая перпендикулярна заданному вектору, то заданный вектор называется вектором нормали





Спасибо за внимание !