




# **Производная и ее применения**

# Цели урока

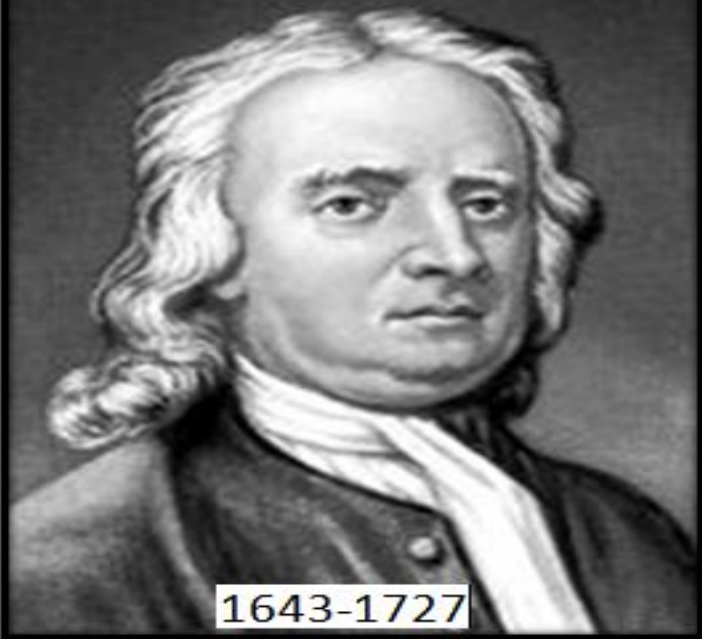
- Добиться усвоения учащимся систематических, осознанных знаний о понятии производной, её геометрическом и физическом смысле. Показать учащимся на примерах из жизни механический и геометрический смысл производной при решении задач прикладного характера.
- Формирование умений анализировать проблему и планировать способы её решения, развитие навыков самостоятельной работы с дополнительной литературой.

Дифференциальное исчисление  
– это описание окружающего  
нас мира, выполненное на  
математическом языке.

Производная помогает нам  
решать не только  
математические задачи, но и  
задачи практического характера  
в разных областях науки и  
техники



# **Исторические сведения**

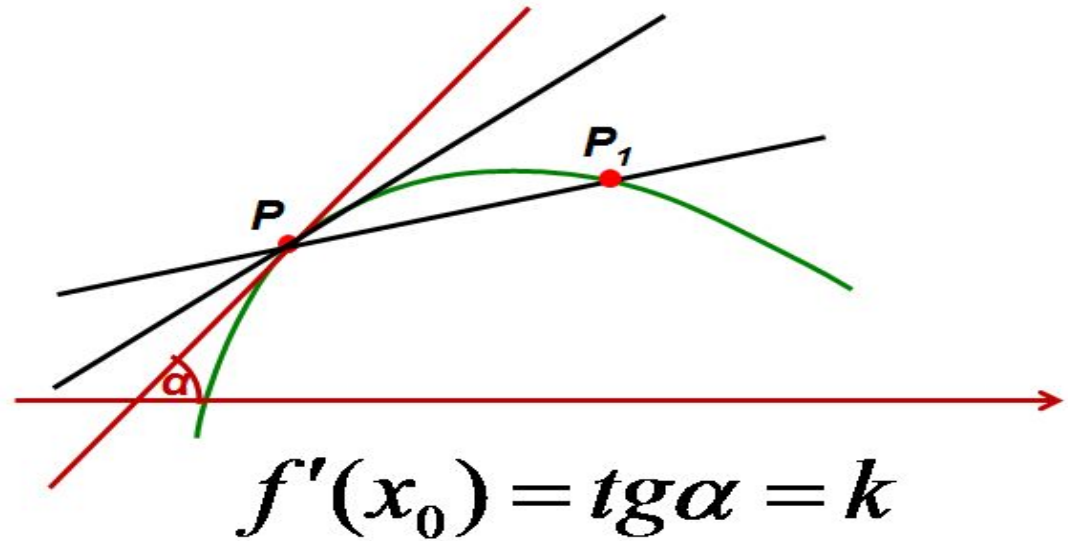
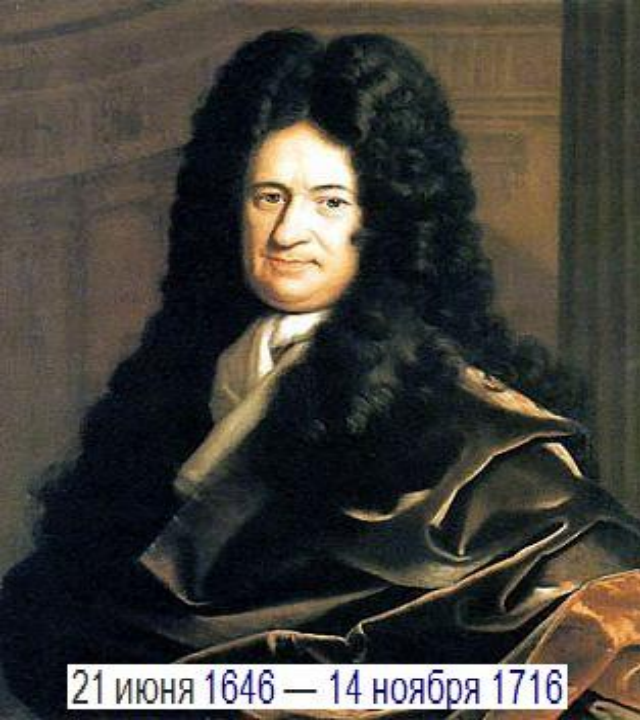


1643-1727

Исаак Ньютон (1643 – 1727 гг.) –  
английский физик и математик.

**НЬЮТОН ВВЕЛ ПОНЯТИЕ  
ПРОИЗВОДНОЙ, ИЗУЧАЯ ЗАКО  
МЕХАНИКИ, ТЕМ САМЫМ  
РАСКРЫЛ ЕЕ ФИЗИЧЕСКИЙ  
СМЫСЛ**

## Касательная к кривой.



Лейбниц Готфрид Фридрих (1646 – 1716) – великий немецкий ученый, философ, математик, физик, юрист, языковед

Лейбниц пришел к понятию производной, решая задачи проведения касательной к произвольной линии, объяснив этим её геометрический смысл.

Ряд задач дифференциального исчисления был решен еще в древности Архимедом, разработавшим способ проведения касательной.

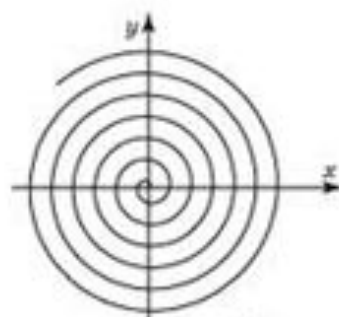


Рис. 14

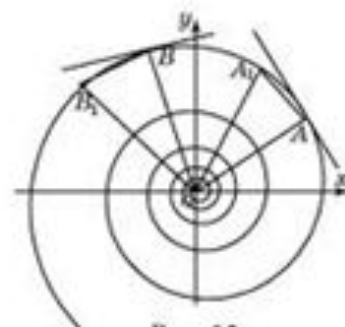


Рис. 15

Архимед построил касательную к спирали, носящей его имя.

Архимед (ок. 287 – 212 до н.э.) – великий ученый. Первооткрыватель многих фактов и методов математики и механики, блестящий инженер.



1499—1557

- Итальянский математик Н.Тартальи проводил касательную при изучении вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета





25 января 1736 — 10 апреля 1813

Лагранж, Жозеф (1736-1813), французский физик и механик.

Термин «производная» впервые начал применять А. Лагранж в 1797 году. Ему же мы обязаны и современным обозначением производной (с помощью штриха)  $Y'$ ,  $f'(x)$



21 августа 1789 — 23 мая 1857

Коши Огустен Луи- крупный французский математик.

Впервые сформулировал определение производной которое, стала общепринятым, и используется до настоящего времени.



**Применение  
физического  
смысла  
производной**

1. Скорость - это производная пути по времени  
 $V = S'(t)$
2. Ускорение – это производная скорости по времени  
 $a = V'(t)$
3. Мощность – это производная работы по времени  
 $N = A'(t)$
4. Сила тока – это производная заряда по времени  
 $I = q'(t)$
5. Теплоемкость – это производная количества теплоты по температуре  
 $C = Q'(t)$
6. Давление – производная силы по площади  $P = F'(S)$
7. Длина окружности – это производная площади круга по радиусу  $l_{\text{окр}} = S'_{\text{кр}}(R)$ .
8. Темп роста производительности труда – это производная производительности труда по времени.

## Задача.

Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак «36 км/ч». За 7с до въезда на мост, водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $S=20t-t^2$ (м).

- Задача

Найти силу, действующую на материальную точку массой 0.2 кг , движущуюся прямолинейно по закону  $S(t)=2t^3-t^2$  , при  $t=2$ с

## Задача

Тело массой 5 кг движется по закону  $S(t) = t^2 - 3t + 2$ ? Где  $t$  измеряется в секундах. Найдите кинетическую энергию тела через 10с после движения.


Задача.

Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(2t - 10) \text{ Кл}$ . Найти силу тока в момент времени  $t = 5 \text{ с}$ .



## Задача

Конденсатору колебательного контура с емкостью  $2\text{ мкФ}$  и индуктивностью  $3\text{ мГн}$  сообщен заряд. Через какое минимальное время после этого энергия электрического поля будет равна энергии магнитного поля?

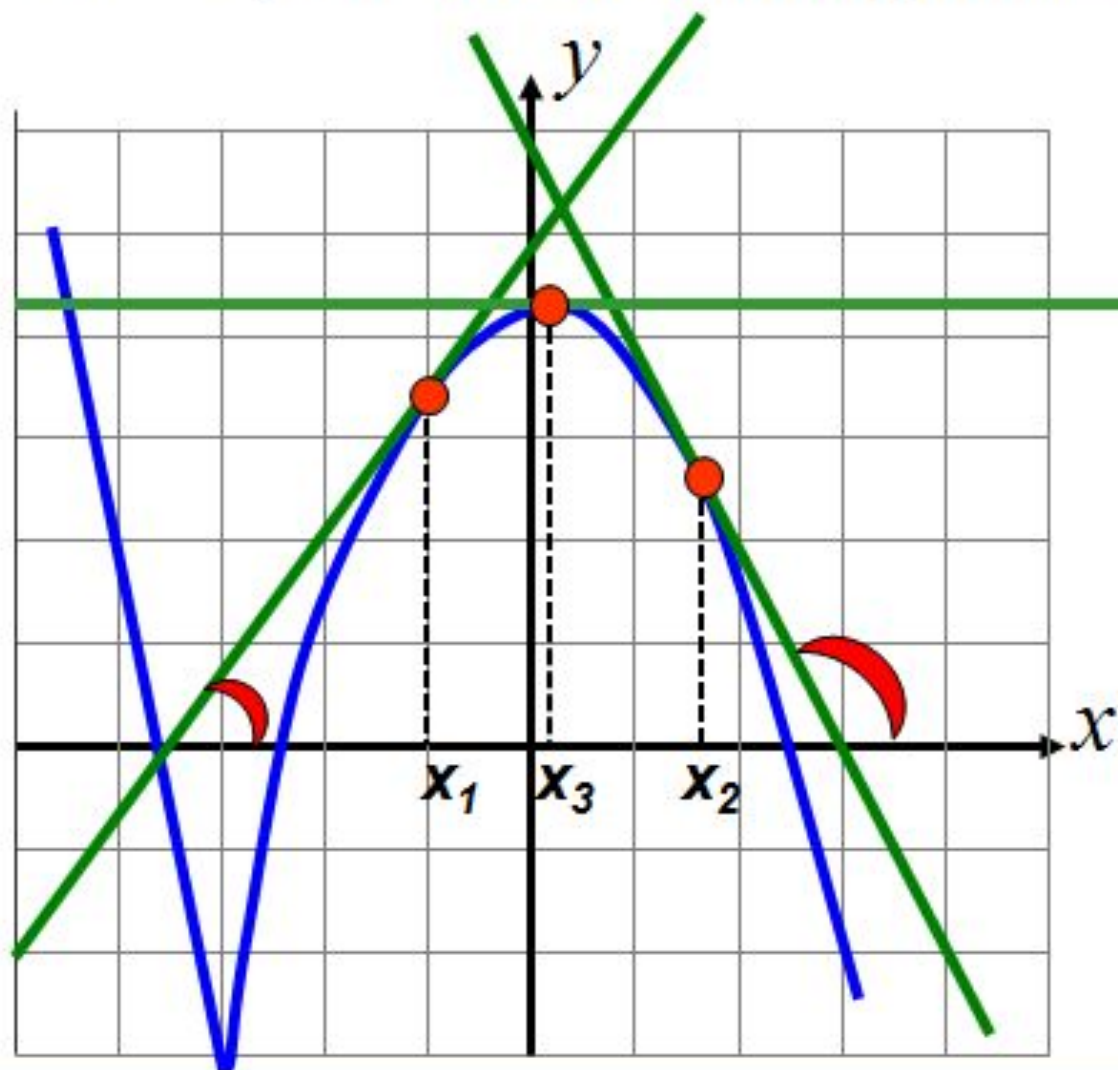



**Применение  
геометрического  
смысла  
производной**

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$ , касательная параллельна  $Ox$



- 
- Инженеры-технологи стремятся так организовать производство, чтобы выпускать как можно больше продукции;
  - Конструкторы стремятся разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей;
  - Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья чтобы транспортные расходы оказались наименьшими.

## Задача.

Дождевая капля падает под действием силы тяжести, равномерно испаряясь так, что ее масса изменяется по закону  $m(t) = 1 - 2/3t$  ( $m$ -масса в граммах,  $t$ -время в секундах). Через какое время после начала падения кинетическая энергия капли будет наибольшей?

## Задача.

Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости  $x$  км/ч при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией  $f(x) = -0,0017x^2 - 0,18x + 10,2$   $x > 30$  км/ч.

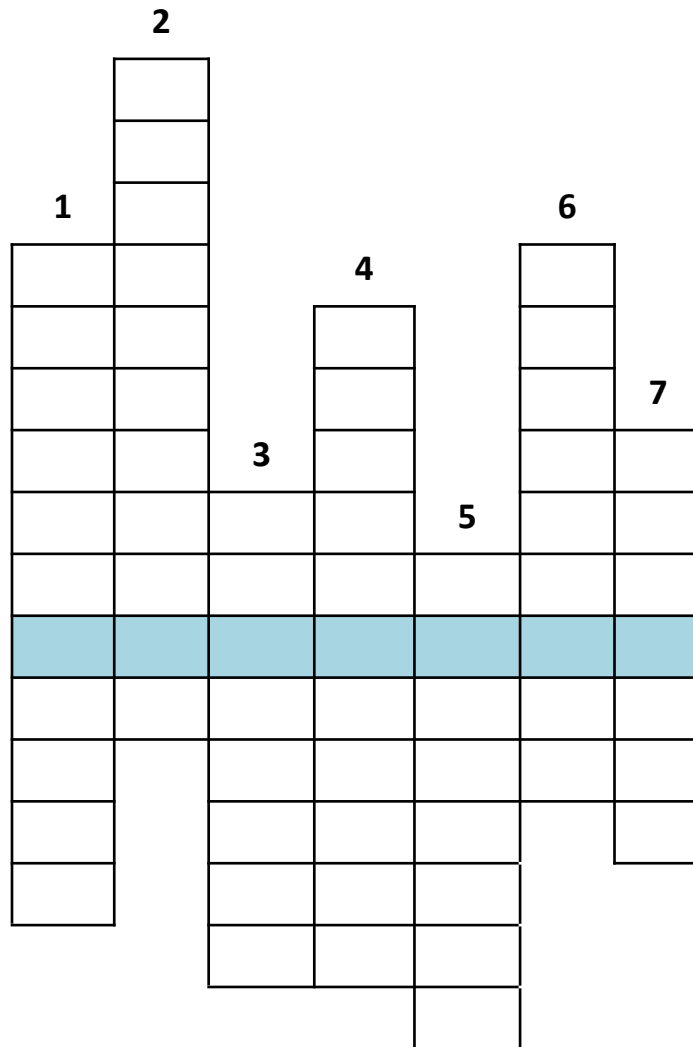
При какой скорости расход горючего будет наименьшим?

## Задача.

Предприятие производит  $X$  единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой  $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$ . Исследовать потенциал предприятия.

- 1. Французский математик XVII века Пьер Ферма определяет эту линию так: «Прямая, наиболее тесно примыкающая к кривой в малой окрестности заданной точки »
- 2. В математике это понятие возникло в результате попыток придать точный смысл таким понятиям ,как «скорость движения в данный момент времени » и «касательная к кривой в заданной точке »
- 3. Приращение какой переменной обычно обозначают  $\Delta x$  ?
- 4 .Если существует предел в точке  $a$  и этот предел равен значению функции в точке  $a$ , то в этой точке функции называют... (Подсказка. График такой функции можно нарисовать одним росчерком карандаша, без отрыва от бумаги)
- 5. Эта точка лежит внутри области определения функции, и в ней функция принимает самое большое значение по сравнению со значениями в близких точках
- 6. Эта величина определяется как производная скорости по времени
- 7. Если функцию  $y=f(x)$  можно представить в виде  $y=f(x)=g(h(x))$ , где  $y=g(t)$  и  $t=h(x)$ - некие функции, то функцию  $f$  называют...







			2				
			П				
			Р				
			О				
1						6	
К	И			4		У	
А	З			Н		С	
С	В			Е		К	7
А	О			П		О	С
Т	Д	3		Р		Р	Л
Е	Н	А		Е	5	Е	О
Л	А	Г		Р	А	Н	Ж
Ь	Я	У		Ы	К	И	Н
Н		М		В	С	Е	А
А		Е		Н	И		Я
Я		Н		А	М		
		Т		Я	У		
					М		