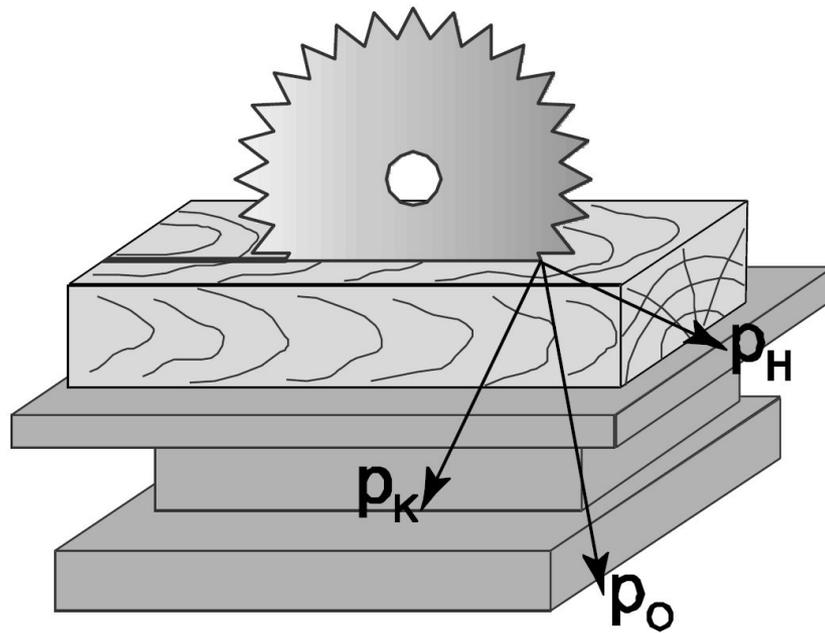


Полный факторный эксперимент



Диапазон варьирования этих факторов:

$$\begin{aligned} 5 \text{ м/мин} &\leq V_s \leq 20 \text{ м/мин} \\ 25 \text{ мм} &\leq h \leq 150 \text{ мм} \\ 1000 \text{ мин}^{-1} &\leq n \leq 3000 \text{ мин}^{-1} \end{aligned}$$

План ПФЭ для трех факторов

Номер опыта	Значения факторов			Значение выходной величины Y
	X_1	X_2	X_3	
1	$X_{1 \min}$	$X_{2 \min}$	$X_{3 \min}$	Y_1
2	$X_{1 \max}$	$X_{2 \min}$	$X_{3 \min}$	Y_2
3	$X_{1 \min}$	$X_{2 \max}$	$X_{3 \min}$	Y_3
4	$X_{1 \max}$	$X_{2 \max}$	$X_{3 \min}$	Y_4
5	$X_{1 \min}$	$X_{2 \min}$	$X_{3 \max}$	Y_5
6	$X_{1 \max}$	$X_{2 \min}$	$X_{3 \max}$	Y_6
7	$X_{1 \min}$	$X_{2 \max}$	$X_{3 \max}$	Y_7
8	$X_{1 \max}$	$X_{2 \max}$	$X_{3 \max}$	Y_8

Рабочая матрица ПФЭ 2^3 для трех факторов при исследовании процесса пиления древесины круглыми пилами

Номер опыта	Значения факторов			Значение выходной величины $Y = P_K$
	$X_1 = V_s$ м/мин	$X_2 = h$ мм	$X_3 = n$ мин ⁻¹	
1	5	25	1000	P_{K1}
2	20	25	1000	P_{K2}
3	5	150	1000	P_{K3}
4	20	150	1000	P_{K4}
5	5	25	3000	P_{K5}
6	20	25	3000	P_{K6}
7	5	150	3000	P_{K7}
8	20	150	3000	P_{K8}

Матрица планирования ПФЭ 2^3 для трех факторов в нормализованных обозначениях

№ опыта	X_1	X_2	X_3	Y
1	-	-	-	Y_1
2	+	-	-	Y_2
3	-	+	-	Y_3
4	+	+	-	Y_4
5	-	-	+	Y_5
6	+	-	+	Y_6
7	-	+	+	Y_7
8	+	+	+	Y_8

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3$$

Расширенная матрица планирования ПФЭ 2^3

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	y_1
2	+	+	-	-	-	-	+	+	y_2
3	+	-	+	-	-	+	-	+	y_3
4	+	+	+	-	+	-	-	-	y_4
5	+	-	-	+	+	-	-	+	y_5
6	+	+	-	+	-	+	-	-	y_6
7	+	-	+	+	-	-	+	-	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y_8

Коэффициенты регрессии b_{12} , b_{13} , b_{23} при парных взаимодействиях $x_1 x_2$; $x_1 x_3$; $x_2 x_3$ находятся по формуле (1) с учетом соответствующего столбца матрицы планирования.

$$b_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} \bar{y}_j}{N} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^8 \bar{y}_j}{8} = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_5 + \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^8 x_{1j} \bar{y}_j}{8} = \frac{(-1)\bar{y}_1 + (+1)\bar{y}_2 + (-1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4 + (-1)\bar{y}_5 + (+1)\bar{y}_6 + (-1)\bar{y}_7 + (+1)\bar{y}_8}{8} =$$

$$= \frac{-\bar{y}_1 + \bar{y}_2 - \bar{y}_3 + \bar{y}_4 - \bar{y}_5 + \bar{y}_6 - \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_2 = \frac{-\bar{y}_1 - \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4 - \bar{y}_5 - \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_3 = \frac{-\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \bar{y}_3 - \bar{y}_4 + \bar{y}_5 + \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{j=1}^8 x_{1j} x_{2j} \bar{y}_j}{8} = \frac{(+1)\bar{y}_1 + (-1)\bar{y}_2 + (-1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4 + (+1)\bar{y}_5 + (-1)\bar{y}_6 + (-1)\bar{y}_7 + (+1)\bar{y}_8}{8} =$$

$$= \frac{+\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_5 - \bar{y}_6 - \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_{13} = \frac{+\bar{y}_1 - \bar{y}_2 + \bar{y}_3 - \bar{y}_4 - \bar{y}_5 + \bar{y}_6 - \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$b_{23} = \frac{+\bar{y}_1 + \bar{y}_2 - \bar{y}_3 - \bar{y}_4 - \bar{y}_5 - \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{8}$$

$$\bar{y}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_{ji} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_k}{k}$$

где k – число повторов в каждом опыте.

Проверку статистической гипотезы о воспроизводимости опытов осуществляют с помощью G - критерия Кохрана. Для каждой серии дублированных опытов вычисляют дисперсию S^2 .

$$S_j^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

Сводная таблица результатов опытов ПФЭ

№ опыта	Результаты дублированных опытов						Среднее значение \bar{y}	Дисперсия S_j^2
1	y_{11}	y_{12}	y_{1k}	\bar{y}_1	S_1^2
2	y_{21}	y_{22}	y_{2k}	\bar{y}_2	S_2^2
...
N	y_{N1}	y_{N2}	y_{Nk}	\bar{y}_N	S_N^2

$$\hat{y}_1 = b_0 + b_1(-1) + b_2(-1) + b_3(-1) + b_{12}(+1) + b_{13}(+1) + b_{23}(+1)$$

$$\hat{y}_2 = b_0 + b_1(+1) + b_2(-1) + b_3(-1) + b_{12}(-1) + b_{13}(-1) + b_{23}(+1)$$

.....

$$\hat{y}_8 = b_0 + b_1(+1) + b_2(+1) + b_3(+1) + b_{12}(+1) + b_{13}(+1) + b_{23}(+1)$$