



Основы теории управления



Теория управления - наука, которая изучает процессы управления, методы их исследования и основы проектирования систем управления.

Для осуществления автоматического управления техническим процессом создается система, состоящая из управляемого объекта и связанного с ним управляющего устройства.

Классификация САУ (САР)

Все системы автоматического управления и регулирования делятся на следующие основные классы:

1 .По основным видам уравнений динамики процессов управления:

- линейные системы;
- нелинейные системы.

2.Каждый из этих основных классов делится на:

- системы с постоянными параметрами;
- системы с переменными параметрами;
- системы с распределенными параметрами;
- системы с запаздыванием и т.д.

Основные понятия ТАУ

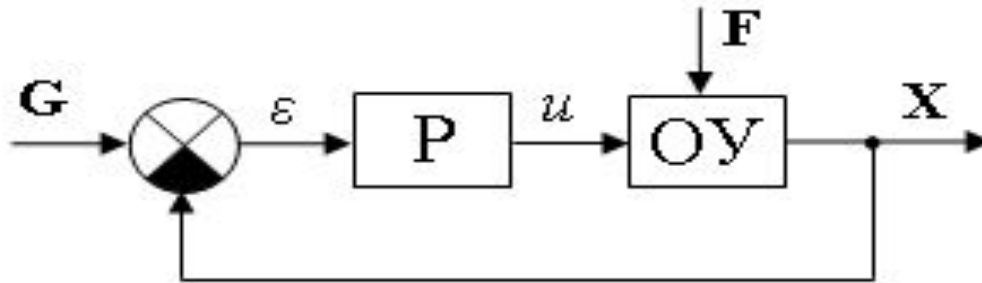
Объект управления (объект регулирования, ОУ) – устройство, требуемый режим работы которого должен поддерживаться извне специально организованными управляющими воздействиями.

Управление - формирование управляющих воздействий, обеспечивающих требуемый режим работы ОУ.

Регулирование – это частный вид управления, когда задачей является обеспечение постоянства выходной величины ОУ.

Автоматическое управление – это управление, осуществляемое без непосредственного участия человека

Основные понятия ТАУ



Типовая структурная схема одноконтурной САУ.

Задающая величина (G) – величина, характеризующая планируемое входное воздействие на входе автоматической системы $\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = X(t)$.

Рассогласование, ошибка (ε) – разность между задающей величиной и выходной величиной объекта управления $\varepsilon = G - X$.

Основные понятия ТАУ

УУ – управляющее устройство (регулятор) – устройство, осуществляющее воздействие на объект управления с целью обеспечения требуемого режима работы.

U – управляющее воздействие – воздействие управляющего устройства на объект управления.

F – возмущающее воздействие – воздействие, стремящееся нарушить требуемую функциональную связь между задающим воздействием и регулируемой величиной.

Дополнительная связь в структурной схеме САУ, направленная от выхода к входу рассматриваемого участка цепи воздействий, называется обратной связью (ОС). Обратная связь может быть отрицательной или положительной.

Основные понятия ТАУ

САУ – система автоматического управления, это система с замкнутой цепью воздействия, в котором управление *и* вырабатывается в результате сравнения истинного значения *у* с заданным значением *х*.

Классификация САУ

1. По назначению (по характеру изменения задания):

- стабилизирующая САУ, это система, алгоритм функционирования которой содержит задание поддерживать регулируемую величину на постоянном значении ($g = \text{const}$);
- программная САУ, это система, алгоритм функционирования которой содержит задание изменять регулируемую величину в соответствии с заранее заданной функцией (g изменяется программно);
- следающая САУ, это система, алгоритм функционирования которой содержит задание изменять регулируемую величину в зависимости от заранее неизвестной величины на входе САУ ($g = \text{var}$).

2. По количеству контуров:

- одноконтурные - содержащие один контур,
- многоконтурные - содержащие несколько контуров.

3. По числу регулируемых величин:

- одномерные - системы с 1 регулируемой величиной,
- многомерные - системы с несколькими регулируемыми величинами.

Многомерные САУ в свою очередь подразделяются на системы:

- а) несвязанного регулирования, в которых регуляторы непосредственно не связаны и могут взаимодействовать только через общий для них объект управления;
- б) связанного регулирования, в которых регуляторы различных параметров одного и того же технологического процесса связаны между собой вне объекта регулирования.

Классификация САУ

4. По функциональному назначению:

- температуры;
- давления;
- расхода;
- уровня;
- напряжения и т.д.

5. По характеру используемых для управления сигналов:

- непрерывные,
- дискретные (релейные, импульсные, цифровые).

6. По характеру математических соотношений:

- линейные, для которых справедлив принцип суперпозиции;
- нелинейные.

Классификация САР

Принцип суперпозиции (наложения): Если на вход объекта подается несколько входных воздействий, то реакция объекта на сумму входных воздействий равна сумме реакций объекта на каждое воздействие в отдельности.

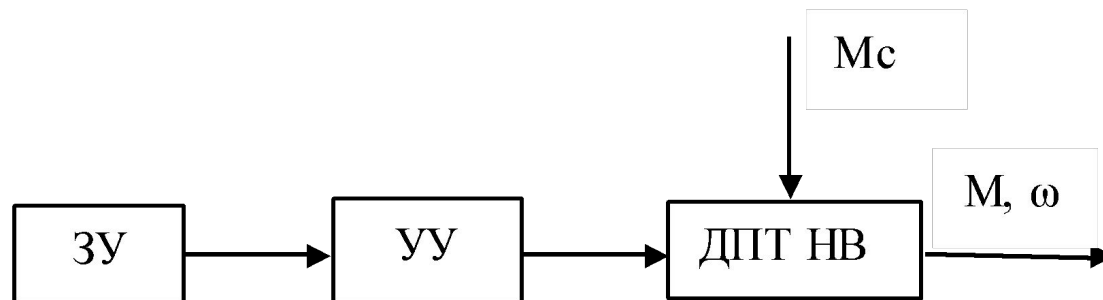
7. По виду используемой для регулирования энергии:

- пневматические,
- гидравлические,
- электрические,
- механические и др.

8. По принципу регулирования:

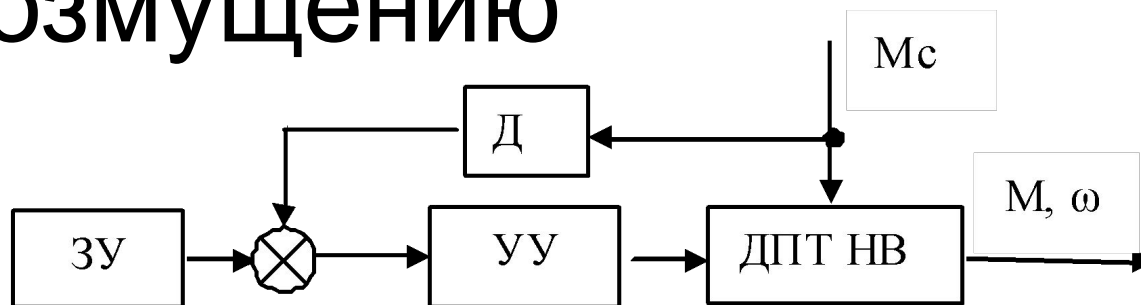
- по отклонению;
- по возмущению;
- комбинированные – объединяют в себе особенности предыдущих САР.

Функциональная схема разомкнутой САУ



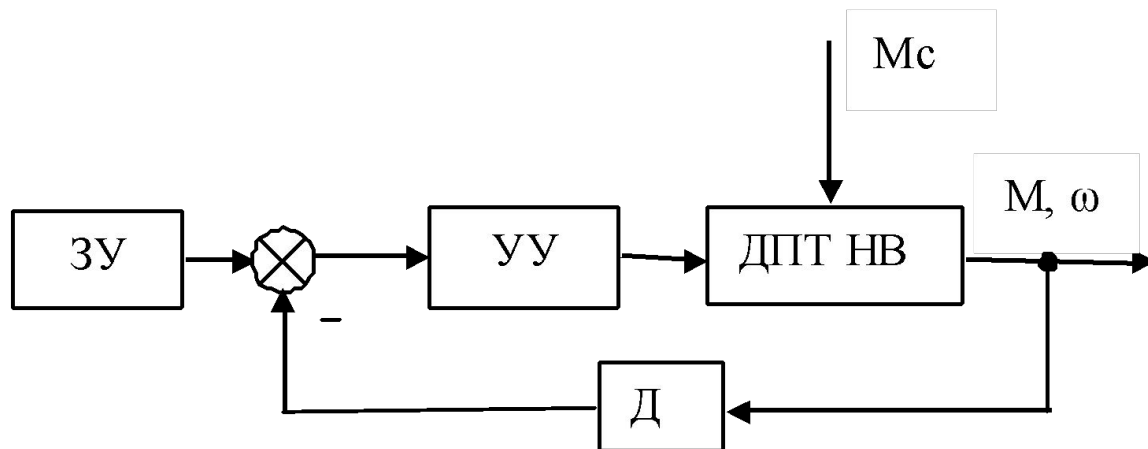
Такое управление называется жестким.
Разомкнутые системы применяются для стабилизации и программного управления.

Функциональная схема САУ по возмущению



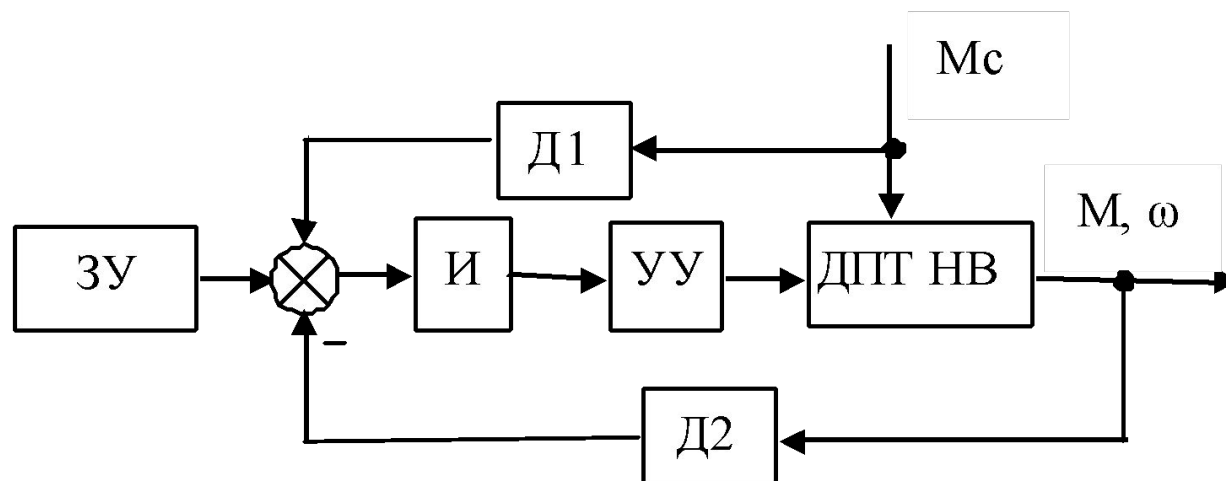
- Достоинства систем управления по возмущению:
 1. Можно добиться полной компенсации влияния возмущающего воздействия на выходную величину в установившемся режиме работы.
 2. Быстрая реакция на меняющееся возмущающее воздействие - изменение сигнала на выходе УУ происходит одновременно с изменением возмущающего воздействия.
- Недостатки систем управления по возмущению:
 1. Трудность измерения возмущающих воздействий. В системах управления на объект действует несколько возмущающих воздействий. Те возмущения, которые не измеряются, будут вызывать изменение выходной величины.

Функциональная схема замкнутой САУ



- Замкнутые системы называются системами автоматического регулирования по отклонению.
- Недостатком принципа обратной связи является инерционность системы.

Функциональная схема комбинированной САУ



- Комбинация принципа управления по отклонению и принципа компенсации позволяет объединить достоинства обоих принципов - быстроту реакции на возмущение (принцип компенсации) и точность регулирования независимо от природы возмущений (принцип обратной связи).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Математической моделью динамической системы принято называть совокупность аналитических выражений и алгоритмов, однозначно определяющих развитие процессов в системе, т. е. ее движение.

В зависимости от типа сигналов различаются:

- непрерывные,
- дискретные модели систем.

В зависимости от используемых операторов:

- линейные,
- нелинейные,
- временные,
- частотные модели.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

К временным относятся модели, в которых аргументом является время (непрерывное или дискретное).

Это дифференциальные и разностные уравнения, записанные в явном виде или в операторной форме.

Частотные модели предусматривают использование операторов, аргументом которых является частота соответствующего сигнала.

Преобразования Лапласа

- Линейные дифференциальные уравнения динамических систем решаются методами, которые рассматриваемы в курсах высшей математики.
- Для задач ТАУ наиболее удобным является операционный метод решения, основанный на функциональном преобразовании Лапласа

Преобразования Лапласа

Прямое преобразование Лапласа

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Эта функция устанавливает соответствие между функцией времени $x(t)$ (оригиналом) и функцией $X(s)$ (изображением).

Символически эта операция записывается так:

$$X(s) = L \{X(t)\}.$$

$s = c + j\omega$ - комплексная переменная – оператор Лапласа

Преобразования Лапласа

Обратное преобразование Лапласа

Чтобы вернуться от изображения к оригиналу, нужно выполнить обратное преобразование Лапласа по формуле:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Наиболее важными свойствами преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях являются следующие:

$$\begin{aligned}L \{ f'(t) \} &= s F(s) \\L \{ \int f(t)dt \} &= F(s) / s\end{aligned}$$

Преобразование выполнимо лишь для функций, которые равны нулю при $t < 0$. Формально это условие в ТАУ обеспечивается умножением функции $f(t)$ на единичную ступенчатую функцию $1(t)$ или выбором начала отсчета времени с момента, до которого $f(t) = 0$.

Единичная ступенчатая функция $1(t)$ – функция Хевисайда

- Для автоматических систем функция $1(t)$ является распространенным видом входного воздействия. Как правило, подобные воздействия сопровождают процессы включения систем и вызывают переходы от одного установившегося состояния к другому.

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

Дельта-функция Дирака

Кроме ступенчатого сигнала часто в качестве типового управляющего воздействия используют, так называемую, дельта-функцию Дирака. Дельта-функция Дирака $\delta(t)$ – математическая функция, заданная условиями:

$$\delta(t) = \begin{cases} \rightarrow \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Иначе говоря, $\delta(t)$ – это импульс с бесконечно большой амплитудой и бесконечно малым временем длительности, площадь которого равна 1.

Результат воздействия единичной ступенчатой функции $1(t)$ на САУ называется переходной функцией и обозначается как $h(t)$.

Результат воздействия дельта-функции на САУ называется функцией веса и обозначается как $w(t)$.

Из определений функций $1(t)$ и $\delta(t)$ очевидна связь между ними:

$$1(t) = \int \delta(t) dt, \quad \delta(t) = 1'(t)$$

Для соответствующих типовых реакций:

$$h(t) = \int w(t) dt, \quad w(t) = h'(t)$$

Применение преобразования Лапласа при анализе САУ

Операционный метод в ТАУ получил широкое распространение, так как с его помощью определяют, так называемую, **передаточную функцию**, которая является самой компактной формой описания динамических свойств элементов и систем.

Применение преобразования Лапласа при анализе САУ

Как правило, исходная линейная система автоматического управления описывается уравнением следующего вида:

$$a_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{(n-1)} x(t)}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_n x(t) = \\ b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{(m-1)} u(t)}{dt^{(m-1)}} + \dots + b_m u(t)$$

где a_i , b_i – постоянные коэффициенты; $x(t)$ – выходной сигнал; $u(t)$ – входной сигнал.

Применение преобразования Лапласа при анализе САУ

Операторное преобразование данного уравнения дает следующий результат:

$$x(t)(a_0 s^n + a_1 s^{(n-1)} + \dots + a_n) = \\ u(t)(b_0 s^m + b_1 s^{(m-1)} + \dots + b_m)$$

откуда получаем дифференциальный оператор вида

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{(m-1)} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{(n-1)} + \dots + a_n} = \frac{x(t)}{u(t)} = \frac{K(s)}{D(s)}$$

где $K(s)$, $D(s)$ – степенные полиномы.

Применение преобразования Лапласа при анализе САУ

- Дифференциальный оператор $W(s)$ называют передаточной функцией. Она определяет отношение выходной величины системы к входной в каждый момент времени, поэтому ее еще называют динамическим коэффициентом усиления.

Применение преобразования Лапласа при анализе САУ

- Знаменатель передаточной функции $D(s)$ называют *характеристическим полиномом (уравнением)*. Его корни, то есть значения s , при которых знаменатель $D(s)$ обращается в нуль, а $W(s)$ стремится к бесконечности, называются *полюсами передаточной функции*.
- Числитель $K(s)$ называют операторным коэффициентом передачи. Его корни, при которых $K(s) = 0$ и $W(s) = 0$, называются нулями передаточной функции.
- Звено САУ с известной передаточной функцией называется *динамическим звеном*. Оно изображается прямоугольником, внутри которого записывается выражение передаточной функции.

Таблица преобразований Лапласа

$x(t) \ (t > 0)$	$X(s) = L[x(t)]$
$1(t)$	$1/s$
$\delta(t)$	1
t	$1/s^2$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/(s - a)$

Таблица преобразований Лапласа

$x(t) (t > 0)$	$X(s) = L[x(t)]$
e^{-at}	$1/(s + a)$
$t \cdot e^{at}$	$1/(s - a)^2$
$t^n \cdot e^{at}$	$n!/(s - a)^{n+1}$
$\sin(\omega t)$	$\omega/(s^2 + \omega^2)$
$\cos(\omega t)$	$s/(s^2 + \omega^2)$
$\sin(\omega t + \varphi)$	$[\sin(\varphi) \cdot s + \cos(\varphi) \cdot \omega]/(s^2 + \omega^2)$

Таблица преобразований Лапласа

$x(t) \ (t > 0)$	$X(s) = L[x(t)]$
$\cos(\omega t + \varphi)$	$[\cos(\varphi) \cdot s - \sin(\varphi) \cdot \omega]/(s^2 + \omega^2)$
$e^{at} \cdot \sin(\omega t)$	$\omega/[(s - a)^2 + \omega^2]$
$e^{at} \cdot \cos(\omega t)$	$(s - a)/[(s - a)^2 + \omega^2]$
$e^{at} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$	$[\sin(\varphi) \cdot (s - a) + \cos(\varphi) \cdot \omega]/[(s - a)^2 + \omega^2]$
$e^{at} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$	$[\cos(\varphi) \cdot (s - a) - \sin(\varphi) \cdot \omega]/[(s - a)^2 + \omega^2]$