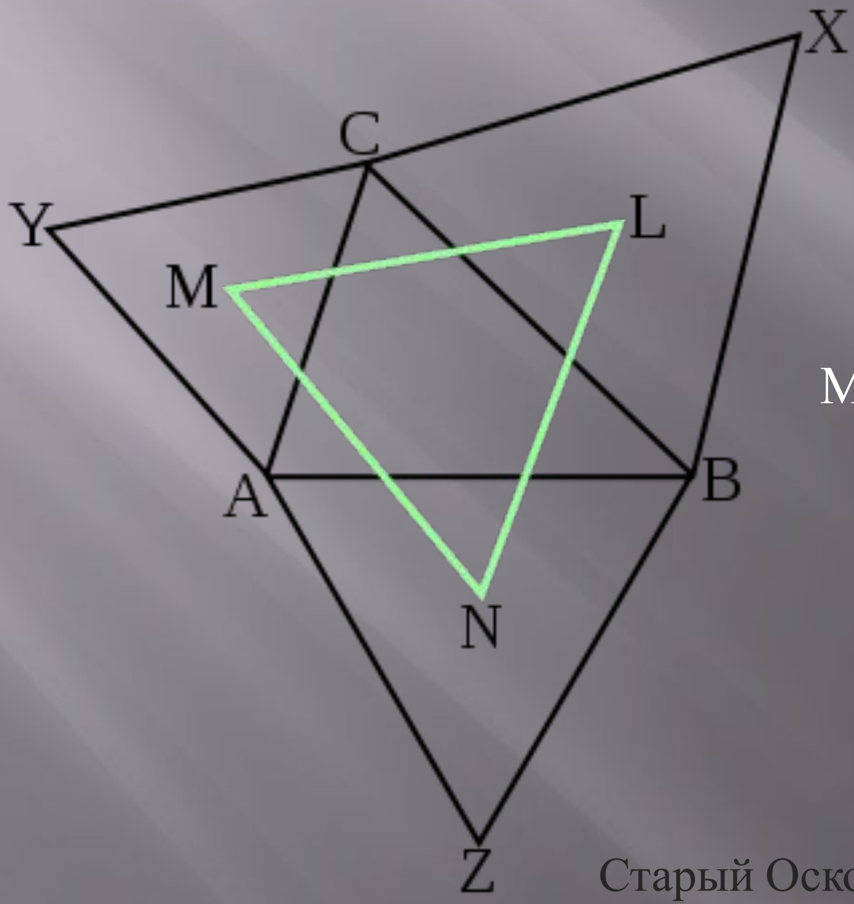
МБОУ «СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 34 С УИОП»

Теорема Наполеона



Выполнили:

Югов Иван, обучающийся 10 «Б»

Малахова Наталья, обучающаяся 9 «А»

Преподаватели:

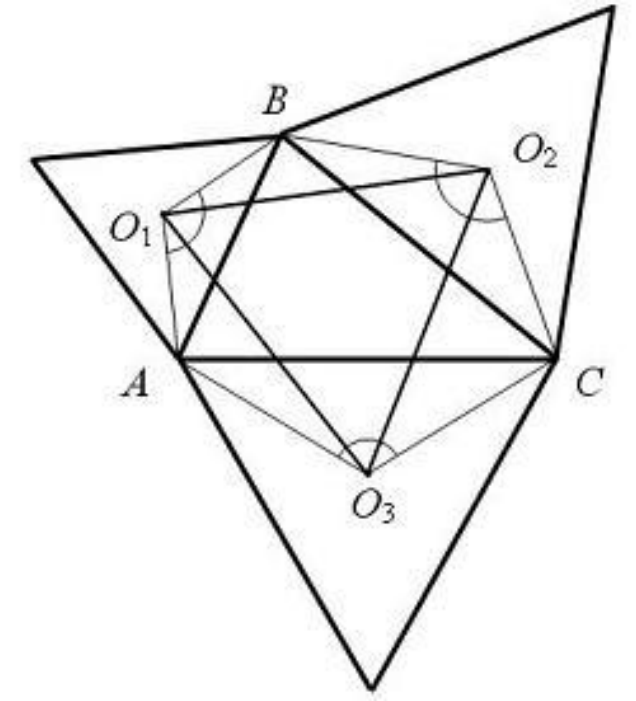
Прудских Анна Георгиевна

Шенцева Татьяна Александровна

Старый Оскол
2013 г.

ЦЕЛЬ:

изучение теоремы Наполеона и рассмотрение нескольких геометрических задач, составленных им; доказать теорему Тебо с помощью теоремы Наполеона.



Задачи:

- изучить имеющуюся литературу по данной теме;
- доказать теорему Наполеона с использованием геометрических преобразований ;
- решить задачу Наполеона о равных треугольниках при искомой точке;
- решить задачу Наполеона о квадрате, вписанном в окружность;
- доказать теорему Тебо, с помощью теоремы Наполеона;
- рассмотреть любимую головоломку Наполеона «Танграм».

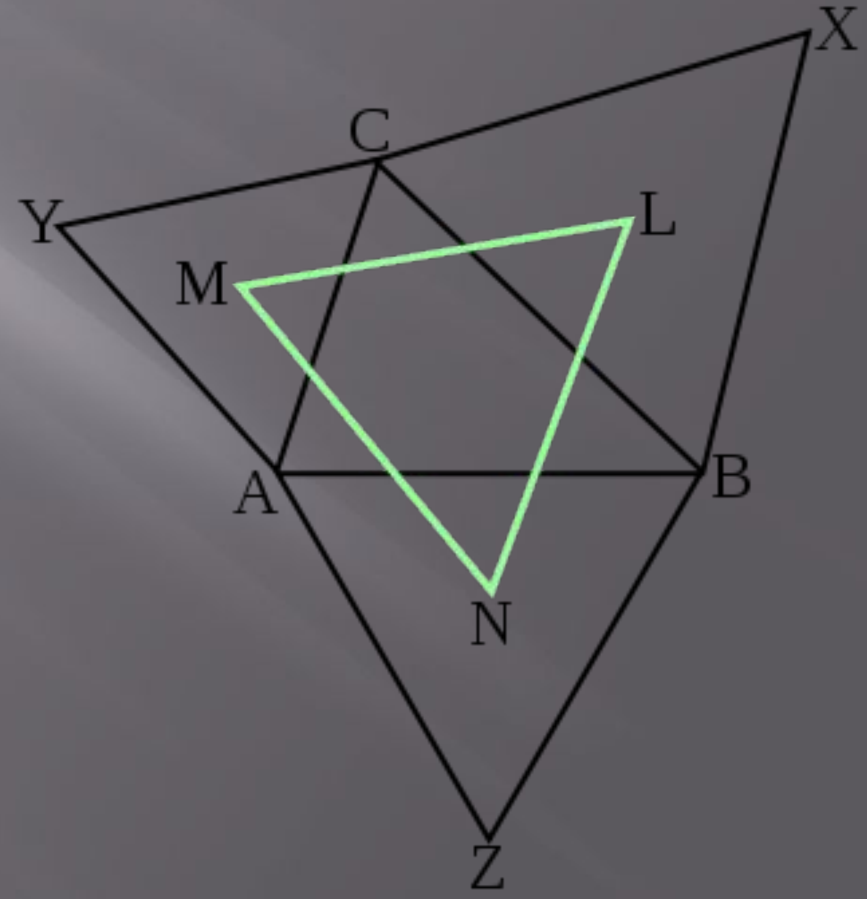
БИОГРАФИЯ

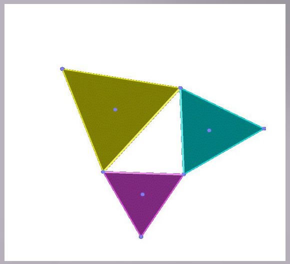
Французский император, гениальный полководец. Родился в семье мелкопоместного дворянина. В 1785 г. в чине поручика окончил Парижскую военную школу, служил в полку в Южной Франции. Был произведен в капитаны и направлен в войска, осаждавшие Тулон, захваченный англичанами.

Благодаря плану, разработанному Наполеоном, англичанам пришлось срочно покинуть город. Тулон пал, а сам Наполеон, которому было всего 24 года, был сразу же произведен в бригадные генералы. В 1795 г. решительно подавил монархистский мятеж в Париже, после чего был назначен главнокомандующим армией в Италии.

Теорема Наполеона:

«Если на каждой стороне произвольного треугольника построить по равностороннему треугольнику, то треугольник с вершинами в центрах равносторонних треугольников — тоже равносторонний»





Доказательство

- Пусть M, N, K - центры равносторонних треугольников. Выполним дополнительное построение: соединим точки M, N, K с ближайшими (к каждой из них) двумя вершинами треугольника ABC и между собой (рис.1)

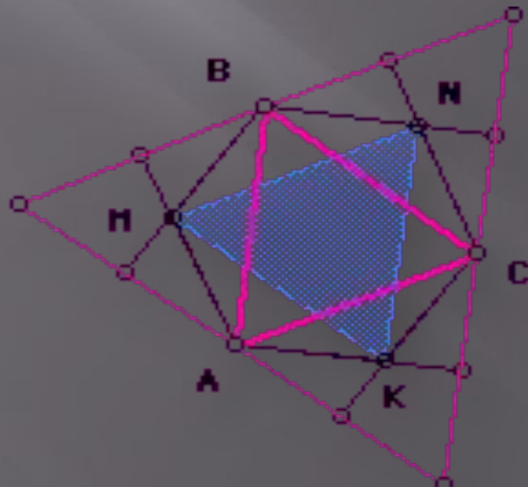


рис 1.

- По свойствам равностороннего (правильного) треугольника AM=MB, BN=NC, CK= KA; угол AMB равен углу BNC равен углу CKA равен 120°, а их сумма равна 360°. Выделим шестиугольник AMBNCK, а внешние к нему невыпуклые четырёхугольники отбросим. Получим фигуру, изображённую на рис.2

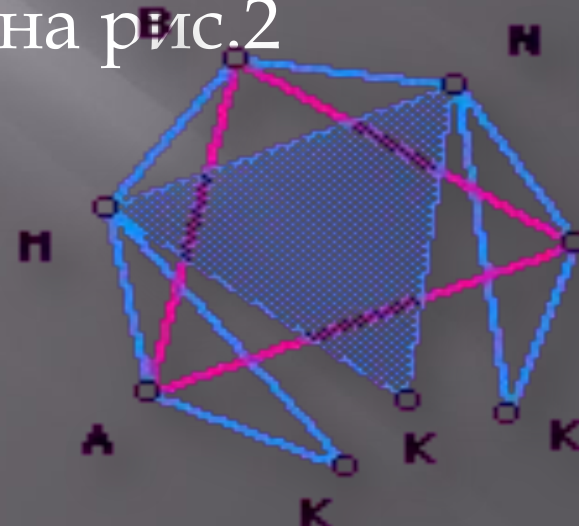


рис 2.

- Отсекая теперь от этого шестиугольника треугольники MAK и NCK, перемещая их в плоскости в положение, которое указано на рис.3, получаем четырёхугольник MDNK.

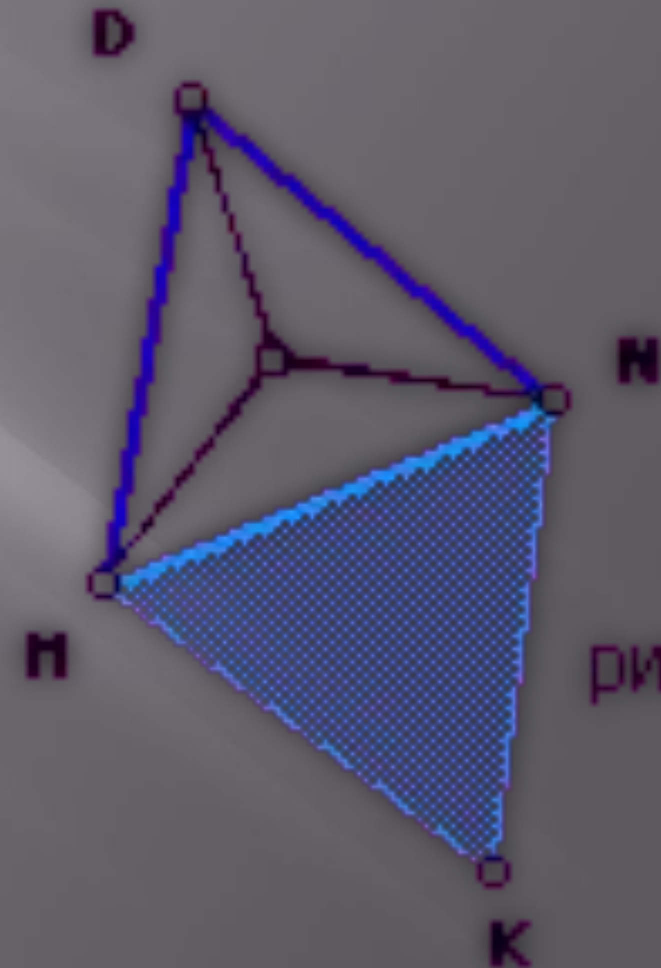


рис 3.

- Отрезок MN делит его на два равных (по трем сторонам) треугольника. Углы DNK и DMK равны 120° каждый. Поэтому углы NMK и MNK равны 60° каждый. Следовательно, треугольник MNK равносторонний, что и требовалось доказать

ЗАДАЧА О РАВНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ ПРИ ИСКОМОЙ ТОЧКЕ

В треугольнике ABC найти точку F, такую, что сумма расстояний от F до вершин A, B и C будет минимальна.

Решение данной задачи имеет единственное ограничение: наибольший угол треугольника должен быть меньше 120 °.

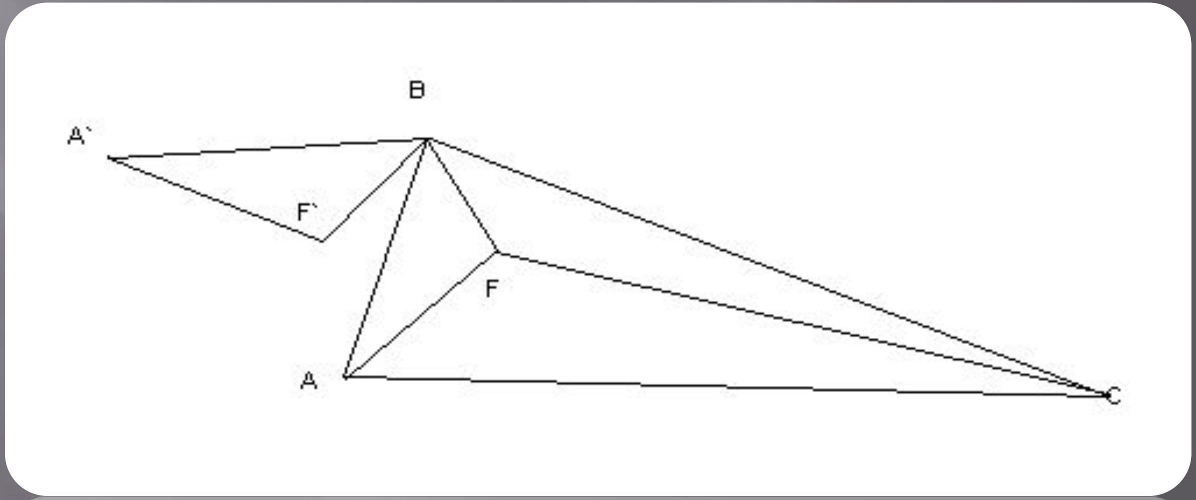
Решение:

Пусть F - произвольная точка внутри треугольника. Повернем треугольник ABF вокруг вершины B наружу на 60°.

В этом случае AF = A'F' и BF = B'F' по построению, BF = F'F, потому что треугольник BFF' равносторонний, значит сумма расстояний от F до A, B, C равна длине ломаной A'F'FC.

Эта сумма станет минимальной, если F примет такое положение, что ломаная станет прямой. Для этого нужно, чтобы участок AF'F стал прямым, т. е. чтобы ∠ A'F'B и, следовательно, ∠ AFB равнялся 120°.

Необходимо еще, чтобы участок F'FC стал прямым, т. е. ∠ BFC равнялся 120°. Третий угол при точке F автоматически станет равным 120°. Итак, доказано, что все три угла при искомой точке F равны 120°.



ЗАДАЧА О КВАДРАТЕ, ВПИСАННОМ В ОКРУЖНОСТЬ

Необходимо найти вершины квадрата, вписанного в окружность с отмеченным центром

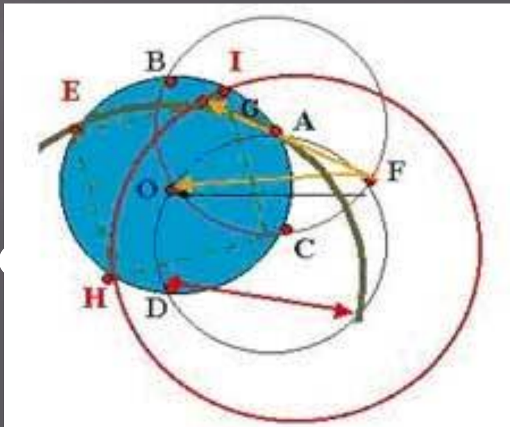
Решение, предложенное американским математиком Ф. Чини:

1.Выбрать на окружности произвольную точку А. Провести через нее окружность того же радиуса, что и первая.

2. Затем из точки пересечения второй окружности с первой (точки E - первая вершина) провести третью окружность, пересекающую первую окружность (в точке D).

3. Провести из этой точки D первую дугу (DA), пересекающую первую исходную окружность в точке E (вторая вершина квадрата).

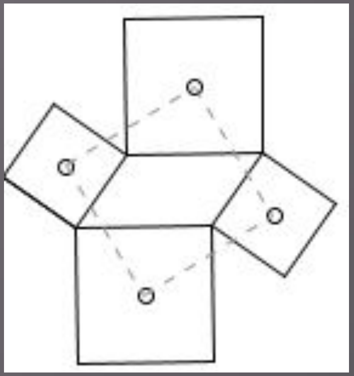
4. Из точки F - как из центра пересечения второй и третьей окружности (внешней по отношению к первой) провести дугу радиусом FO в точке G. 5. Оставшиеся две вершины квадрата H, I, вписанного в исходную окружность, получите, проведя дугу радиуса CG с центром в точке C



ТЕОРЕМА ТЕБО

Теорема Тебо.

Центры квадратов, построенных на сторонах параллелограмма вне его, являются вершинами квадрата

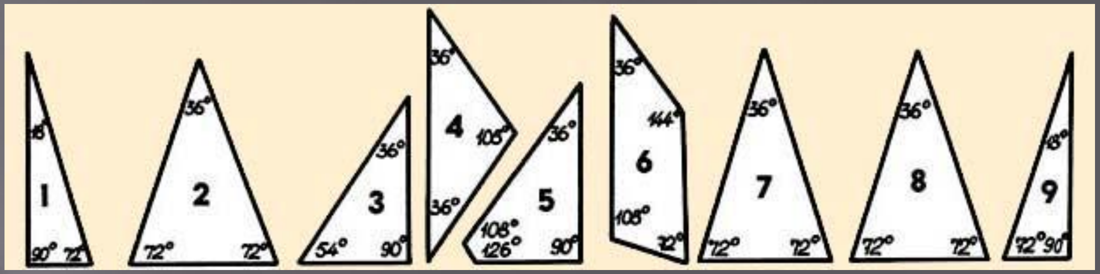


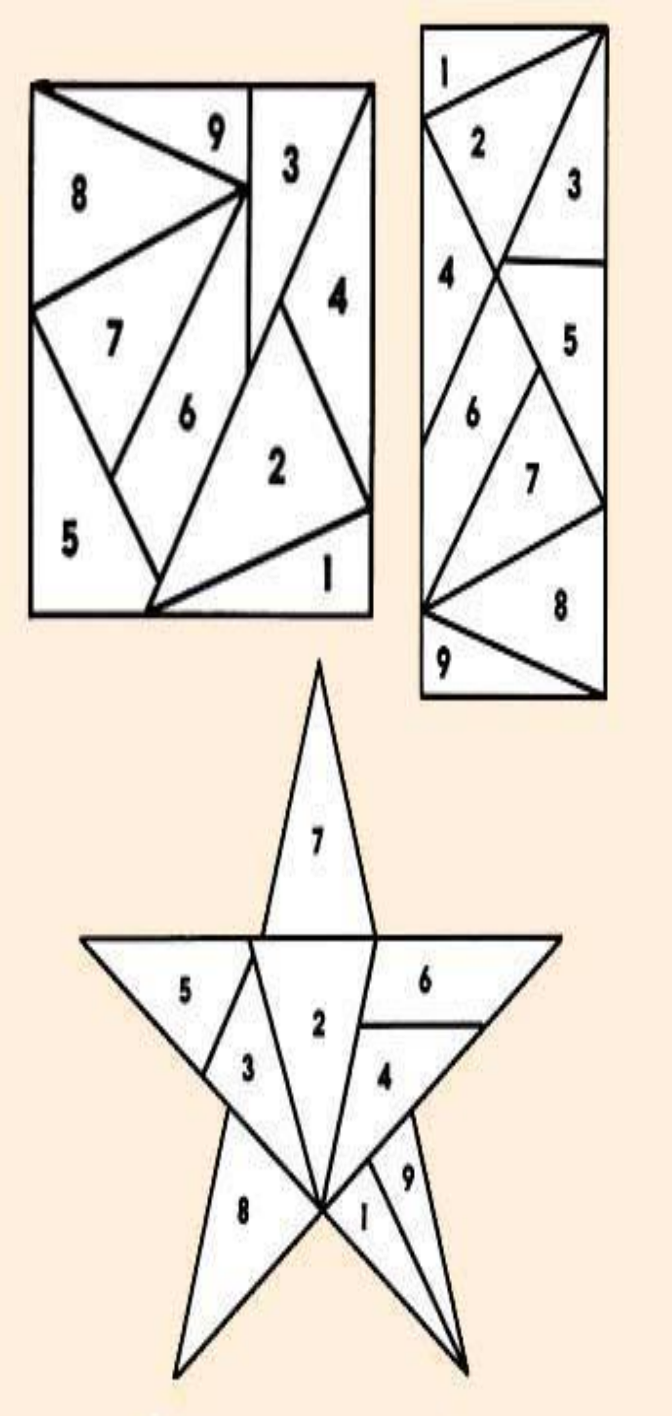
Пусть K, L, M, N — центры квадратов, построенных соответственно
на сторонах AB BC, CD, DA параллелограмма ABCD; O — центр параллелограмма. Применив теорему для треугольников ABK, BCL, CAO,
построенных на сторонах треугольника ABC, получаем, что треугольник
KOL — равнобедренный прямоугольный с прямым углом O. Аналогично,
треугольники LOM, MON, NOK — равнобедренные прямоугольные с прямым углом O.

Другое решение можно получить, заметив, что KAN и KBL —
равные треугольники, получающиеся друг из друга поворотом на 90◦.

ГОЛОВОЛОМКА НАПОЛЕОНА ("ТАНГРАМ")

Наполеон любил задавать своим офицерам и эту головоломку: какие плоские геометрические фигуры можно построить из девяти предложенных в россыпь деталей





Маршал Даву, сумел собрать из предложенных деталей квадрат

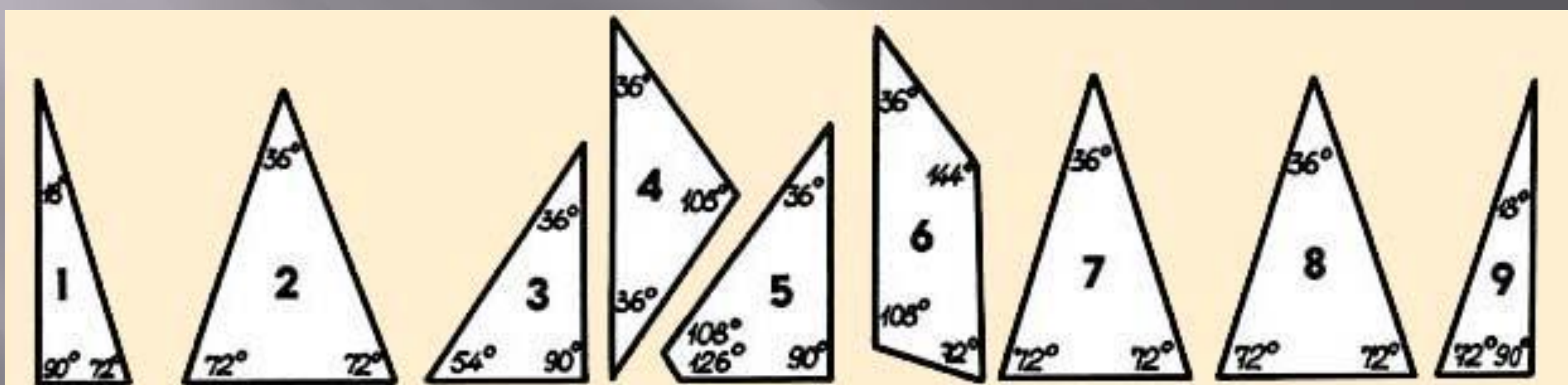
Мюрат - квадрат, и прямоугольник.

Позже нашелся полковник, построивший звезду.

Но никто до сих пор не сумел построить из этих деталей треугольник, ромб или трапецию… И возникает вопрос можно ли построит треугольник вообще?

Но перед решением головоломки обратите внимание на градусы углов.

18:36:90:108:126:144- они все кратны 18-ти



Задачи, решаемые с помощью теоремы Наполеона:

1. На боковых сторонах трапеции ABCD построены треугольники ABE и CDF так, что AE | | CF и BE | | DF. Докажите, что если E лежит на стороне CD, то F лежит на стороне AB.
2. (З. Насыров) (задачник "Кванта" 1992 г.) Круг поделили хордой AB на два круговых сегмента и один из них повернули вокруг точки A на неко-
торый угол. Пусть при этом повороте точка B перешла в точку D. Докажи-
те, что отрезки, соединяющие середины дуг сегментов с серединой отрезка
BD, перпендикулярны друг другу.
3. (А. Заславский) (Геометрическая олимпиада им. И. Ф. Шарыгина) На описанной окружности треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1 так,
что AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке. При отражении A_1, B_1, C1 относительно сторон BC, CA, AB соответственно получаются точки A_2,
B_2, C_2. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны

4. Через вершину A треугольника ABC проведены прямые l1 и l2, симметричные относительно биссектрисы угла A. Докажите, что проекции точек B и C на l1 и l2 соответственно, середина стороны BC и основание высоты, опущенной из вершины A, лежат на одной окружности.

5. Во вписанном четырехугольнике ABCD диагонали пересекаются в точке E, K и M — середины сторон AB и CD, L и N — проекции E на BC и AD. Докажите, что KMLN.

Вывод

Теорему приписывают Наполеону, хотя впервые она была опубликована У. Резерфордом в 1825 году. Теорема вполне могла быть сформулирована если не самим Наполеоном, то кем-то из его ученых. Известно, что сам Наполеон был отличным артиллеристом и широко привлекал ученых к решению различных прикладных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Ришелье. Оливер Кромвель. Наполеон I. Князь Бисмарк: Биогр. Р 57 очерки. - М.: Республика, 1994.-320 с.: ил.

2.Энциклопедический словарь юного математика, 2-е изд., исп.и доп./Сост. Э-68 А.П. Савин. - М.: Педагогика, 1989.-352 с.: ил., стр 298.

3.Заславский А.А., Протасов В.Ю., Шарыгин Д.И. — Геометрические олимпиады им. И.Ф. Шарыгина - М.: МЦНМО, 2007 г.- 152 с.

4.Задача Наполеона. Квант, № 6, 1972, Березин В.Н.

http://napaleon.ru/napoleon

5.Е. Андреева «Головоломка Наполеона» http://jtdigest.narod.ru/dig2_02/napol.htm

6.Н.Н.Никитин, Г.Г.Маслова. Сборник задач по геометрии. Задача № 31. http://oldskola1.narod.ru/NiktinZ/d05.htm

7.Теорема Тебо 1. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%EE%F0%E5%EC%E0_%D2%E5%E1%EE

8.Анимация теоремы Наполеона

http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/02b7798e-607d-88ff-f603-9526ec4cf0bb/napoleon.html

9. Задача/Теорема Наполеона

http://webgrossmeister.dreamwidth.org/5035.html

10. Задача о квадрате, вписанном в окружность.

http://uchinfo.com.ua/zadachi/zadachi3.htm