

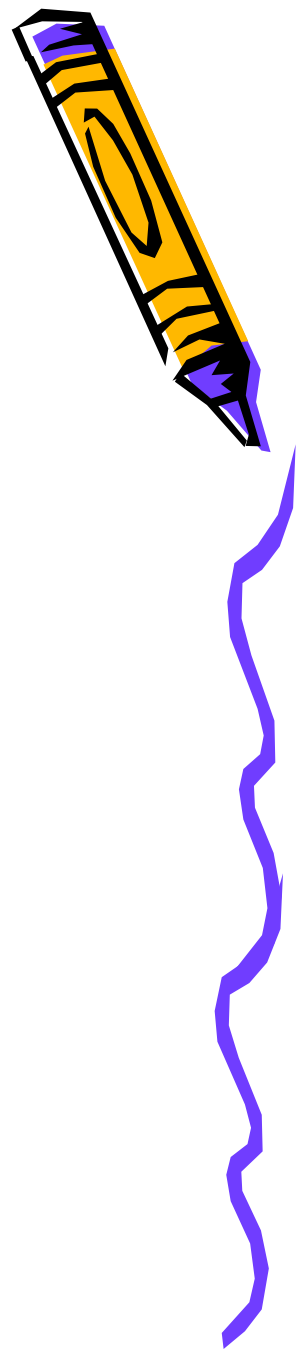


Первые
представления о
решении
рациональных
уравнений



Когда дробь равна нулю?

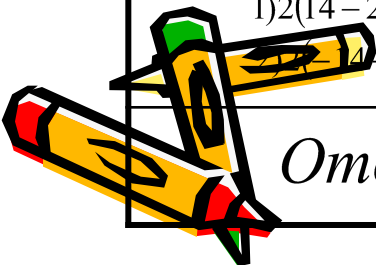
$$\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0, \\ b \neq 0. \end{cases}$$



Алгоритм. Пример №1



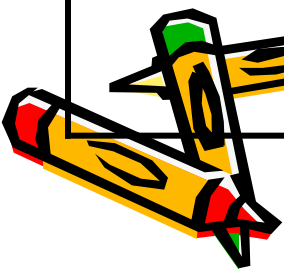
$\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x+2} = \frac{1}{2}$	Алгоритм решения рационального уравнения
$\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x+2} - \frac{1}{2} = 0$	
$\frac{24}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+4}} - \frac{24}{x+2} \cdot \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-4}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-4} = 0$	
$\frac{48x+96-48x+96-x^2+4}{2(x-2)(x+2)} = 0$	
$\frac{196-x^2}{2(x-2)(x+2)} = 0$	Получили уравнение $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ Для решения такого уравнения нужно:
$\begin{aligned} 196-x^2 &= 0 \\ (14-x)(14+x) &= 0 \\ x &= 14, x = -14 \end{aligned}$	
$\begin{aligned} 1) 2(14-2)(14+2) &= 2 \cdot 12 \cdot 16 = 384 \neq 0 \\ 2) 2(-14-2)(-14+2) &= 2 \cdot (-16) \cdot (-12) = 384 \neq 0 \end{aligned}$	
Ответ: $x = -14, x = 14.$	



Пример №2

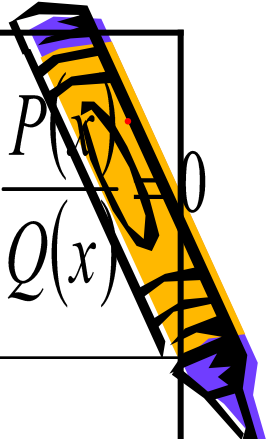


$\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x+2} = \frac{1}{2}$	Алгоритм решения рационального уравнения
$\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x+2} - \frac{1}{2} = 0$	Перенести все члены уравнения в левую часть
$\frac{24 \sqrt{2x+4}}{x-2} - \frac{24 \sqrt{2x-4}}{x+2} - \frac{1 \sqrt{x^2-4}}{2} = 0$	Привести дроби к общему знаменателю
$\frac{48x + 96 - 48x + 96 - x^2 + 4}{2(x-2)(x+2)} = 0$	Упростить полученное выражение



$$\frac{196 - x^2}{2(x-2)(x+2)} = 0$$

Получили уравнение
Для решения такого
уравнения нужно:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$$


$$196 - x^2 = 0$$

Решить уравнение
 $P(x) = 0$

$$x = 14, x = -14$$

$$1) 2(14 - 2)(14 + 2) = 384 \neq 0$$

$$2) 2(-14 - 2)(-14 + 2) = 384 \neq 0$$

Выяснить, какие из
найденных корней
уравнения $P(x) = 0$ не
обращают знаменатель
дроби в нуль

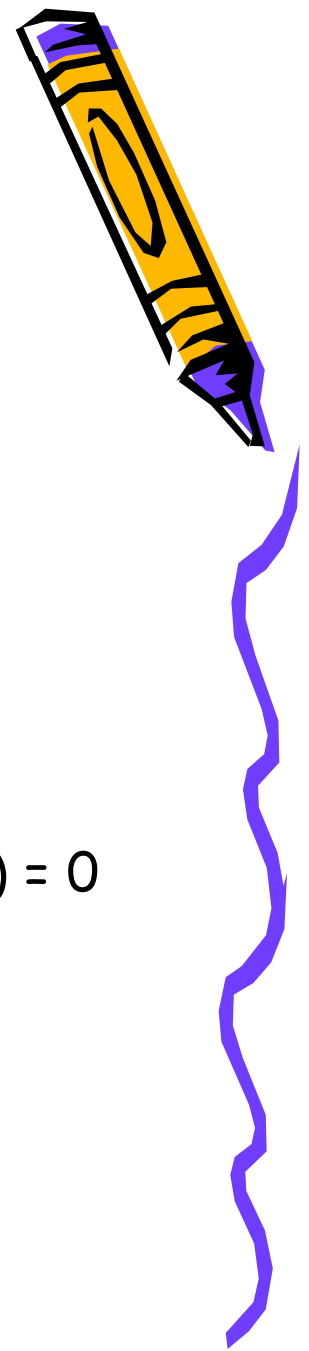
Ответ: $-14, 14$



Записать эти значения в
ответ



Алгоритм решения рационального уравнения



- Перенести все члены уравнения в левую часть.
- Привести дроби к общему знаменателю.
- Упростить полученное выражение.
- Получили уравнение $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$.

Для решения такого уравнения нужно:

- Решить уравнение $P(x) = 0$.
- Выяснить, какие из найденных корней уравнения $P(x) = 0$ не обращают знаменатель дроби в нуль.
- Записать эти значения в ответ.



Пример №3

$$\frac{10}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 2$$

$$\frac{10}{x+2} \cdot \frac{x-2}{x-2} + \frac{6}{x-2} \cdot \frac{x+2}{x+2} - 2 \cdot \frac{x^2-4}{x^2-4} = 0$$

$$\frac{10x-20+6x+12-2x^2+8}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{-2x^2+16x}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$-2x^2+16x=0$$

$$-2x(x-8)=0$$

$$x=0, x=8$$

$$1)(0-2)(0+2) = -4 \neq 0$$

$$2)(8-2)(8+2) = 60 \neq 0$$

Ответ : $x = 0; x = 8$



← Делаем проверку, подставляем корни в знаменатель. И смотрим, обращается знаменатель в ноль или нет. Если да, то отбрасываем такой корень.

Пример №4

$$\frac{x - x^2}{5 - x} = \frac{-20}{5 - x}$$

$$\frac{x - x^2}{5 - x} - \frac{-20}{5 - x} = 0$$

Перенести все члены уравнения в левую часть

$$\frac{x - x^2 + 20}{5 - x} = 0$$

Приводить дроби к общему знаменателю не нужно, он одинаковый

$$\frac{-x^2 + x + 20}{5 - x} = 0$$

Видим, что в числителе получается квадратное уравнение

$$-x^2 + x + 20 = 0$$

Решаем его через дискриминант.

$$a = -1, b = 1, c = 20$$

Выписываем коэффициенты:

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 20 = 1 + 80 = 81$$

Находим корни по формулам

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \cdot (-1)} = \frac{8}{-2} = -4$$

Делаем проверку, подставляем корни в знаменатель. И видим, что при $x=5$ обращается знаменатель в ноль. Отбрасываем такой корень. Ответ $x=-4$



Домашнее задание

Пункт учебника 26. Знать алгоритм.

Решить уравнения:

$$1) \frac{3x^2 - x}{1 - x} = \frac{2}{1 - x}$$

$$3) \frac{x + x^2}{x + 3} = \frac{6}{3 + x}$$

$$2) \frac{2x^2}{x - 2} = \frac{7x - 6}{x - 2}$$

$$4) \frac{x^2 - 5}{x - 1} = \frac{7x + 10}{9}$$

$$5) \frac{36}{x(x - 12)} - \frac{3}{x - 12} = 3$$

