Математик
а

Решение логарифмических уравнений

Определение логарифма

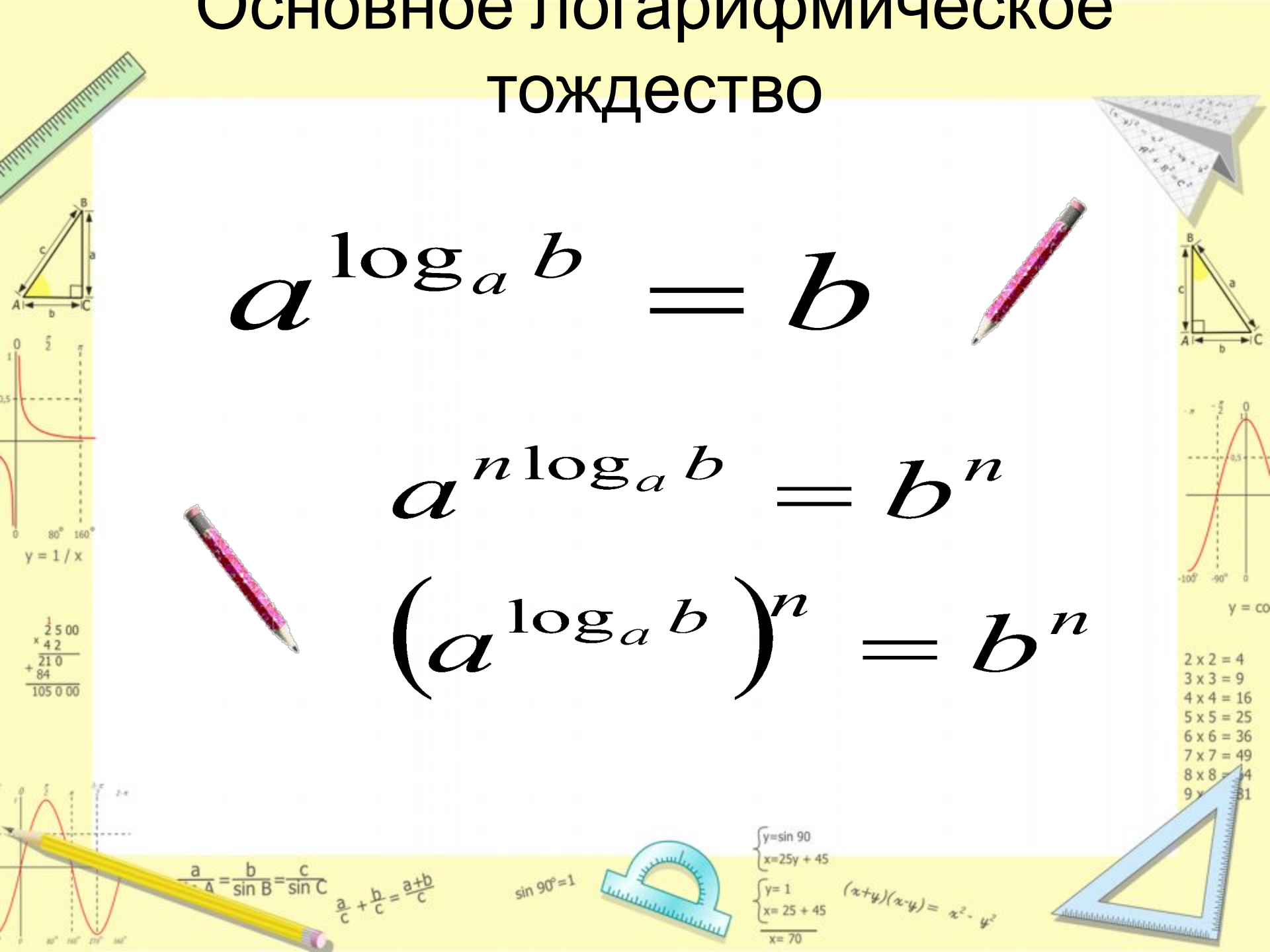
$$\log_a b = x \left\{ \begin{array}{l} b > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \\ b = a^x \end{array} \right.$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

$$a^{n\log_a b} = b^n$$

$$\left(a^{\log_a b}\right)^n = b^n$$



Основные формулы

$$\log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

Свойства логарифмов

$a>0, b>0, c>0,\ c\neq 1, n\neq 1$

Основные

$$\log_c c = 1$$
$$\log_c 1 = 0$$

$$\log_c a + \log_c b = \log_c (ab)$$

$$\log_c a - \log_c b = \log_c \left(\frac{a}{b}\right)$$

$$n \log_c a = \log_c a^n$$

Дополнительные

$$\log_{c^n} a = \frac{1}{n}\log_c a,$$
$$\log_{c^n} a^m = \frac{m}{n}\log_c a,$$
$$\log_{c^n} a^n = \log_c a$$

$$\log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c}, b \neq 1$$
$$\log_c b \cdot \log_b a = \log_c a$$
$$\log_c a = \frac{1}{\log_a c}, a \neq 1$$

$m>0, m\neq 1$

$$\log_c b \cdot \log_b a = \log_c m \cdot \log_m a$$

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

- Что значит «решить уравнение»?
- Что такое корень уравнения?
- Какие уравнения называют логарифмическим?

•Решить уравнение – это значит найти все его корни (решения) или установить, что их нет.

•Корнем (решением) уравнения называется число, которое при подстановке в уравнение превращает его в верное равенство.

•Логарифмические уравнения – уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма.

При решении логарифмических уравнений часто используются следующие методы:

- Решение уравнений на *основании определения логарифма*, например, уравнение = b (a > 0, a≠ 1, b>0) имеет решение x =a .
- Метод потенцирования , т.е. переход от уравнения log af(x) = log a φ(x) к уравнению следствию f(x) = φ(x);
- *Метод введения новых переменных ;*
- *Метод логарифмирования , т.е. переход от уравнения f(x) = φ(x) к уравнению log af(x) = log a φ(x)*
- *Применение основного логарифмического тождества*
- *Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию.*

1.Метод решения с помощью определения

$$\log_4 x = 2$$

$$\log_x 4 = 2$$

$$\log_{0,5} x = 2$$

$$\log_5 x = -2$$

$$\log_x 5 = 1$$

$$\log_x(-4) = (-4)$$

2. Решите уравнения методом потенцирования:

- а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3)$;
- б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2)$;
- в) $\log_{0,5} (7x - 9) = \log_{0,5} (x - 3)$;
- г) $\log_{0,2} (12x + 8) = \log_{0,2} (11x + 7)$.

$\lg^2 x^3 - 10\lg x + 1 = 0$

3. Решите уравнения методом введения вспомогательной переменной:

$$\lg^2 x^3 - 10\lg x + 1 = 0$$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0;$$

$$3\log_{05}^2 x + 5\log_{0,5} x - 2 = 0;$$

$$2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 = 0.$$