

# ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

# ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

События **A** и **B** называются *несовместными*, если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого

( испытание: стрельба по мишени

**A**-выбивание четного числа очков;

**B**- не четного).

Вероятность появления одного из двух *несовместных* событий, равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

- ⦿ В урне 30 шаров :  
10 красных, 5 синих и 15  
белых. Найти вероятность  
появления цветного шара

- Вероятность появления красного шара (событие A)

$$P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

- Вероятность появления синего

$$P(B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

# ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Сумма вероятностей *противоположных* событий равна 1

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

События **A** и **B** называются *совместными*, если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление другого ( **A**- в аудиторию вошел учитель; **B**- вошел студент).

Вероятность появления хотя бы одного из двух *совместных* событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного наступления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$



## ЗАДАЧА 1



В лотерее участвуют 100 билетов, из которых на 5 билетов падает выигрыш 20 рублей, на 10 билетов – 15 руб., на 15 билетов – 10 руб., на 25 билетов – 2 рубля.

Найти вероятность того, что на купленный билет будет получен выигрыш не менее 10 рублей.

### Решение.

Пусть  $A, B, C$  – события, состоящие в том, что на купленный билет падает выигрыш, равный соответственно 20, 15 и 10 руб.

Т.к. события  $A, B$  и  $C$  несовместны, то

$$P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C) = \frac{5}{100} + \frac{10}{100} + \frac{15}{100} = 0,3$$

**Ответ: 0,3.**

## ЗАДАЧА 2

В коробке 250 лампочек, из них  
100 по 100 Вт, 50 – по 60 Вт, 50 - по 25 Вт,  
50 - по 15 Вт.

Вычислить вероятность того, что мощность  
любой взятой наугад лампочки  
не превысит 60 Вт.

## РЕШЕНИЕ

Пусть  $A$  – событие, состоящее в том, что мощность лампочки равна 60 Вт,  $B$  – 25 Вт,  $C$  – 15 Вт,  $D$  – 100 Вт. События  $A, B, C, D$  образуют полную систему, т.к. все они несовместны и одно из них обязательно наступит в данном испытании (выборе лампочки), т.е.

$$P(A)+P(B)+P(C)+P(D) = 1.$$

События «мощность лампочки не более 60 Вт» и «мощность лампочки более 60 Вт» – противоположные.

По свойству противоположных событий

$$P(A)+P(B)+P(C) = 1 - P(D),$$

$$P(A+B+C) = 1 - \frac{100}{250} = \frac{150}{250} = \underline{\underline{0,6}}$$

**Ответ: 0,6**

- Из урны , в которой находится 12 белых и 8 черных шара вынимают наудачу 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными?

$$n = C_{20}^2 =$$

$$m = C_8^2 =$$

## ЗАДАЧА 3

В коробке лежат 30 галстуков, причем 12 из них красные, остальные белые. Определить вероятность того, что из 4 наудачу вынутых галстуков все они окажутся одного цвета.

### Решение

- ⊙ Пусть  $A$  – событие, состоящее в том, что все 4 галстука будут красные,
  - ⊙  $B$  – все 4 галстука будут белыми
- 4 галстука из 30 можно выбрать

4 галстука из 30 можно выбрать

$$C_{30}^4 = \frac{30!}{4!26!} = \frac{27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 27405 \text{ способами}$$

4 галстука из 12 красных можно выбрать

$$C_{12}^4 = \frac{12!}{4!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 495 \text{ способами, аналогично}$$

$$4 \text{ белых} - C_{18}^4 = \frac{18!}{4!14!} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 3060 \text{ способами.}$$

Вероятность того, что все 4 галстука будут красные, равна

$$P = P(A) + P(B) = \frac{495}{27405} + \frac{3060}{27405} = \frac{79}{609} = 0,13$$

**Ответ: 0,13**



## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ



- 4. Производят три выстрела по одной мишени. Вероятность попадания при одном выстреле равна  $0,5$ . Найти вероятность того, что в результате этих выстрелов произойдет только одно попадание.
- 5. У продавца имеется 10 оранжевых, 8 синих, 5 зеленых и 15 желтых шаров. Найти вероятность того, что купленный шар окажется оранжевым, синим или зеленым.
- 6. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 100 денежных выигрышей. Найти вероятность выигрыша денежного или вещевого на один лотерейный билет.

# ОТВЕТЫ

⦿ 4.  $0,375$

⦿ 5.  $\frac{23}{38}$

⦿ 6.  $0,025$