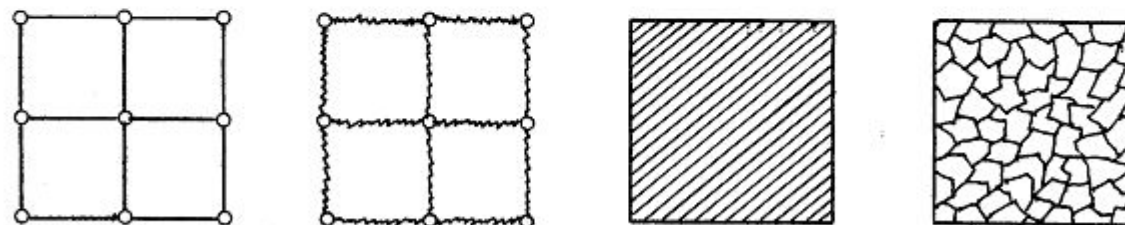
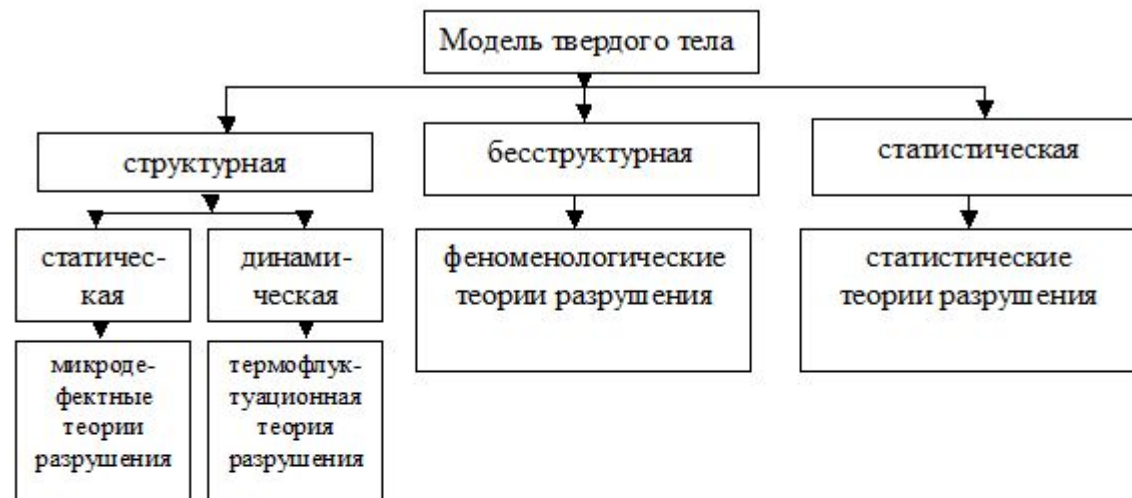


Лекция 10. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Прочность породы определяется величиной критических напряжений, при которых происходит ее разрушение. Эти напряжения различны для разных пород и разных способов приложения нагрузки.

Они называются *пределы прочности (временное сопротивление)*. Различают пределы прочности пород при сжатии, растяжении, сдвиге, изгибе и т.д.



а)

б)

в)

г)

Модели твердого тела: а) структурная, статическая; б) структурная, динамическая; в) бесструктурная; г) статистическая.

В данной лекции в силу ограниченности курса лекций по времени будут рассмотрены только некоторые часто применяемые на практике **феноменологические** теории прочности. Самостоятельно (например, по учебнику А.Н. Шашенко «Механика горных пород», 2004 г. **изучить критерий прочности А. Гриффитса; суть термофлуктуационной теории прочности С.Н. Журкова**). Рекомендуются к изучению условие прочности Шашенко-Парчевского и аналитическая теория прочности Г.Г. Литвинского (см. его учебник «Геомеханика», Ч.1, 2012 г.)

Теория Галилея (I теория прочности). Исторически одна из первых теорий, которую предложил Г. Галилей в 1636 г., основана на гипотезе, что материал разрушается при достижении максимальным нормальным напряжением в некоторой точке предельных значений (прочности на растяжение или сжатие), независимо от того, какими будут два меньших главных напряжения

Условие наступления предельного состояния выводится в виде

$$\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \geq \sigma_0,$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения, σ_0 – прочность материала

Опыты во многих случаях не подтверждают эту теорию прочности. Приемлемые результаты можно получить, когда материал разрушается путём отрыва.

Для оценки прочности горных пород в случае сложного напряженного состояния используют критерии, позволяющие заменить сложное напряженное состояние одноосным напряженным состоянием, для которого пределы прочности могут быть определены путем теоретических исследований, либо путем эксперимента.

Горные породы в подавляющем большинстве можно отнести к хрупким, поэтому при расчетах можно использовать теорию Сен-Венана (2 теория прочности) – **теорию наибольших линейных деформаций**. Если наибольшая линейная деформация достигла предельного значения, то напряженное состояние считается опасным

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} = \sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_{\text{вр}},$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Для оценки разрушения пластичных можно применять **теорию наибольших касательных напряжений** (теория Кулона; третья теория прочности).

Напряженное состояние считается опасным, если наибольшие касательные напряжения достигли предельного значения.

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{\text{вр}}$$

Другая форма записи данного критерия:

$$\tau_n = f \cdot \sigma_n + C,$$

где C – сцепление, Па;

f – коэффициент внутреннего трения, $f = \operatorname{tg} \varphi$,

φ – угол внутреннего трения

C и f – прочностные параметры материала. Разрушение происходит на площадках с таким углом наклона где раньше всего реализуется данное условие. Очевидно, что $f = d\tau_n / d\sigma_n$.

Критерий Кулона был назван условием текучести и хорошо отражает поведение идеально пластического материала при действии произвольной сжимающей нагрузки.

Однако даже для пластического материала критерий не пригоден в области растягивающих напряжений, когда разрушение происходит не пластическим сдвигом, а в виде отрыва.

Для хрупких материалов этот критерий вовсе не пригоден ввиду того, что предельная огибающая кругов О. Мора имеет переменный угол наклона (см.

N.B.

Экспериментальная проверка этой гипотезы показала, что для пластичных материалов она приводит, в общем, к удовлетворительным результатам. Переход от упругого состояния к пластическому действительно с достаточной точностью определяется разностью между наибольшим и наименьшим из главных напряжений и слабо зависит от промежуточного главного напряжения σ_2 . Наложение всестороннего давления на любое напряженное состояние не меняет величины наибольших касательных напряжений τ_{\max} и, следовательно, не оказывает влияние на возникновение пластических деформаций. В частности, при всестороннем гидростатическом давлении τ_{\max} обращается в нуль, следовательно, в материале не возникают пластические деформации. Наложение всестороннего давления влияет не на условие пластичности, а на условия разрушения. Граница разрушения отодвигается, и материал приобретает способность пластически деформироваться без разрушения, что объясняет поведение горных пород при определенных условиях.

Рассмотрим *энергетическую теорию прочности (4 теория прочности)* Представим напряженное состояние в виде двух напряженных состояний: всестороннее растяжение, где $\sigma_o = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ и во втором напряженном состоянии, где по граням элемента действуют напряжения $\sigma_1 - \sigma_0$, $\sigma_2 - \sigma_0$, $\sigma_3 - \sigma_0$.

Первое напряженное состояние вызывает изменение объема элемента без изменения формы (куб до деформации остается кубом и после деформации), второе напряженное состояние вызывает изменение формы элемента (куб превращается в параллелепипед) без изменения объема.

Напряженное состояние считается опасным, если удельная потенциальная энергия изменения формы достигла предельного значения.

Эквивалентные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_{\text{вр}}$$

Отметим, что, перестановка местами индексов напряжений 1, 2, 3 в выражении не меняет величины эквивалентных напряжений.

Наибольшее распространение в горной геомеханике для каменных материалов, подвергнутым сжимающим напряжениям, приобрела теория прочности О. Мора.

Это скорее не теория, а критерий прочности, значительно обобщающий и развивающий теорию прочности Кулона.

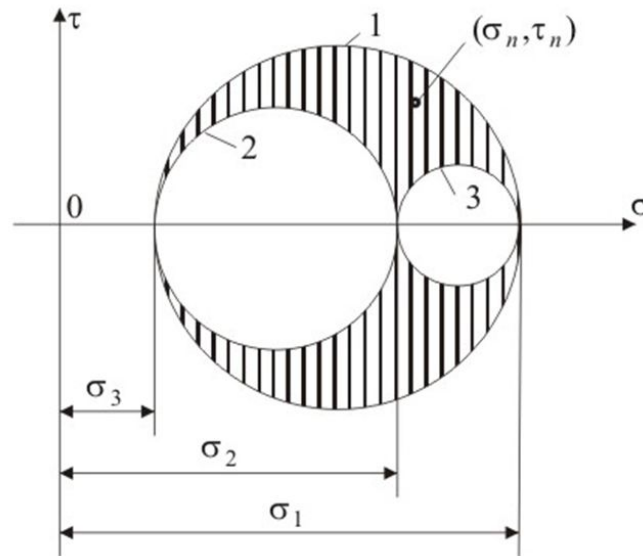
Критерий имеет в большей степени эмпирическую направленность, поскольку не объясняет полностью все наблюдаемые в эксперименте особенности изменения прочности каменных материалов.

В основе критерия прочности Мора положено утверждение, что разрушение происходит в результате преодоления внутреннего трения и сцепления на зарождающихся внутри породы поверхностях трещин. Само трение на этих поверхностях представляет собой сухое трение (закон трения Кулона), и описывается углом трения, который называют углом внутреннего трения.

Условие Мора: разрушение происходит тогда, когда на некоторой площадке величина касательного напряжения достигает критического значения, зависимо от действующего на этой площадке нормального напряжения

$$\tau_n = F(\sigma_n)$$

Точка, соответствующая определенному напряженному состоянию, с координатами σ_n , τ_n лежит в заштрихованной области, т.е. не может выйти за пределы большого круга.



Круговая диаграмма для объемного напряженного состояния

Этот критерий прочности включает в себя как частный случай критерий Кулона и является записью нелинейного паспорта прочности в виде некоторой функции, которую следует определить из опыта.

Здесь, как и в критерии Кулона, не учитывается влияние промежуточной компоненты напряжений. Специально поставленные опыты для выяснения степени влияния среднего по величине нормального напряжения σ_2 показали, что ошибка от неучета σ_2 не превышает 10-15% и находится в пределах точности измеряемых параметров. Для хрупких анизотропных пород влияние σ_2 несколько увеличивается.

Зависимость $\tau_n = F(\sigma_n)$ является нелинейной, а потому $f = d\tau_n / d\sigma_n = var$, т.е. f – величина переменная.

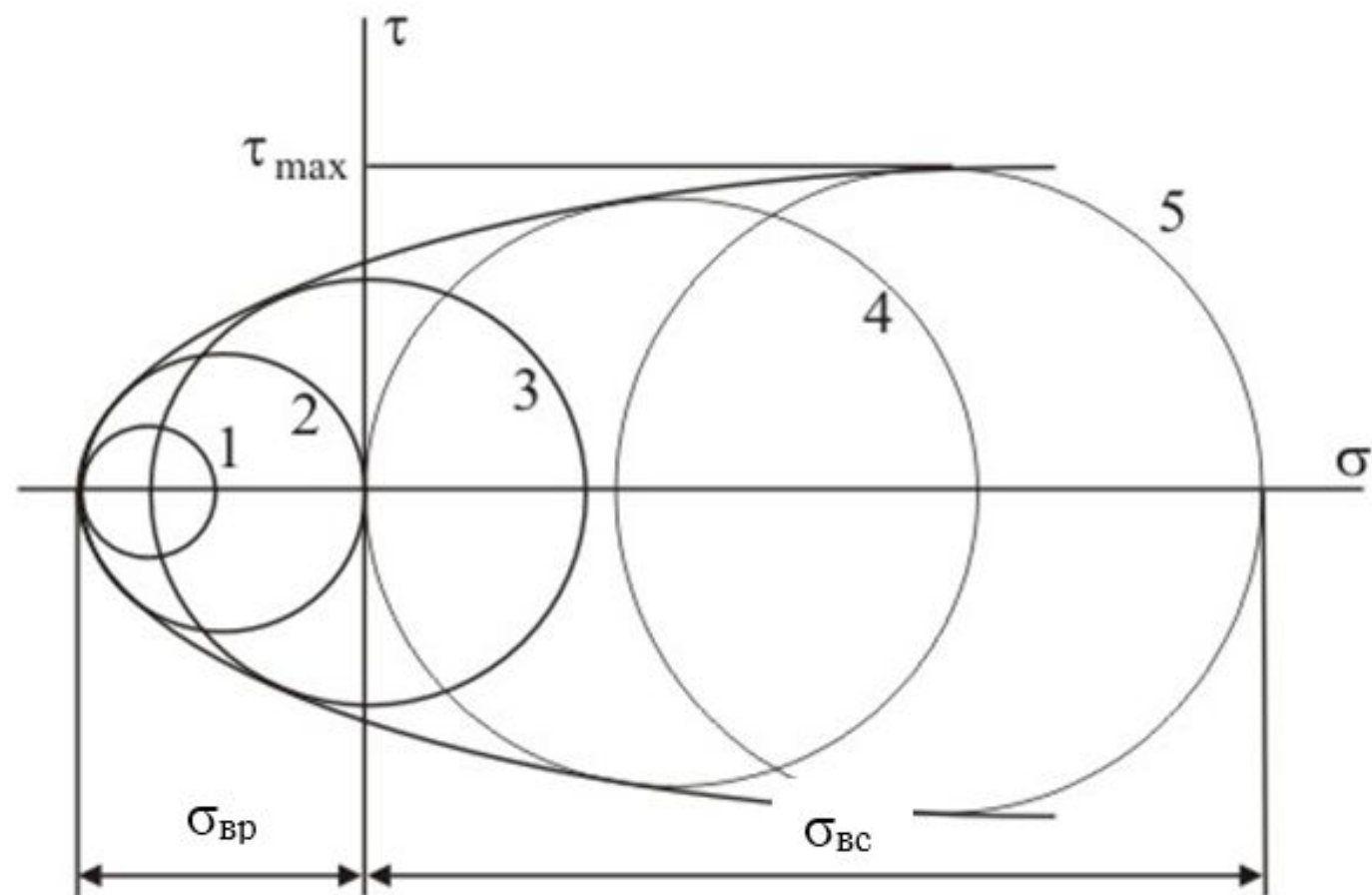
В направлении нахождения и обоснования теоретически оправданной связи между τ_n и σ_n работали многие учёные, исследовавшие проблемы прочности в прошедшем XX веке (М.М. Протоdjаконов (младший), Бенjавский, Хоек и Браун, Шашенко А.Н. и др.).

Поэтому до настоящего времени сохраняет большую актуальность проблема создания такой обобщённой теории прочности, которая была бы пригодна для достоверного описания предельных состояний и прочности всего многообразия различных материалов, – и пластичных и хрупких.

Паспорт прочности горной породы

паспортом прочности горных пород называют кривую, огибающую все круги напряжений для предельных состояний (рисунок ниже).

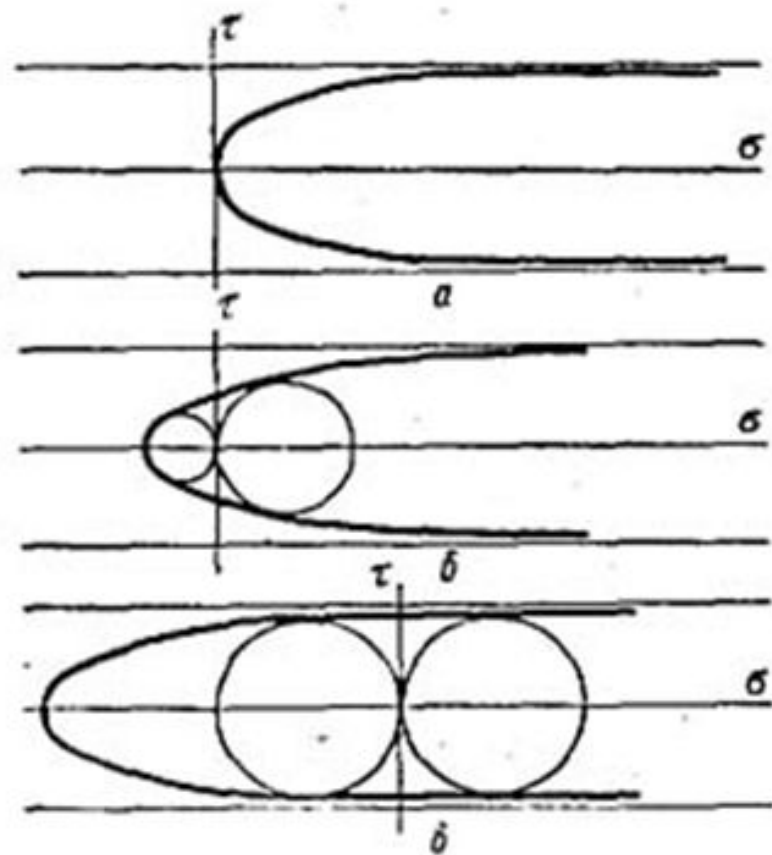
При исследовании напряженного состояния в горном массиве сжимающие напряжения геомеханики часто (вопреки общепринятому в механике правилу, для своего удобства) считают положительными.



Огибающая кривая предельных напряженных состояний: 1 – все-стороннее неравномерное растяжение; 2 – одноосное растяжение; 3 – чистый сдвиг; 4 – одноосное сжатие; 5 – всестороннее неравномерное сжатие; $\sigma_{вс}$ – всестороннее равномерное сжатие; $\sigma_{вр}$ – всестороннее равномерное растяжение

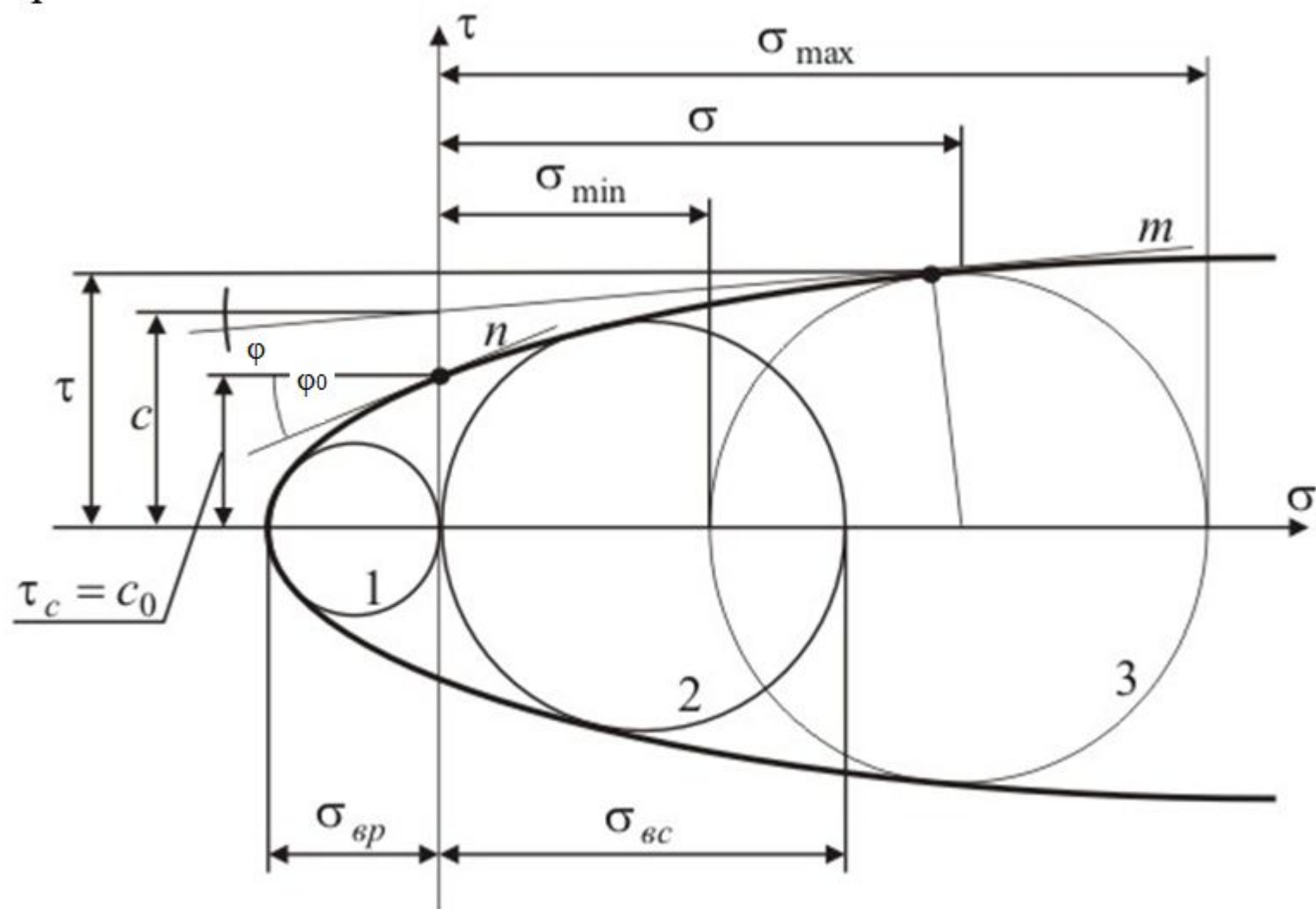
Положение огибающей кривой относительно начала координат характеризует степень хрупкости или вязкости пород.

Ниже приведены огибающие кривые для сыпучих, хрупких и пластичных горных пород.



Огибающие кривые для различных материалов: а – сыпучих; б – хрупких; в – пластичных.

- Проводят испытание образца на растяжение, сжатие и при объемном сжатии, строят огибающую кривую (рисунок ниже). Основные параметры, определяемые по паспорту прочности:
- предельное сопротивление чистому сдвигу (срезу) τ_c (сцепление C_0) и соответствующий угол внутреннего трения φ_0 (коэффициент внутреннего трения $\operatorname{tg} \varphi_0$);
- условное сцепление C при различных напряжениях σ , τ и соответствующий угол внутреннего трения (коэффициент внутреннего трения $\operatorname{tg} \varphi$), эти параметры – переменные величины.
- К огибающей кривой в точке ее пересечения с осью τ переводим касательную n . Координата точки пересечения касательной n с осью τ определяет предельное сопротивление материала при чистом сдвиге, угол между горизонтальной линией и касательной n – угол внутреннего трения.

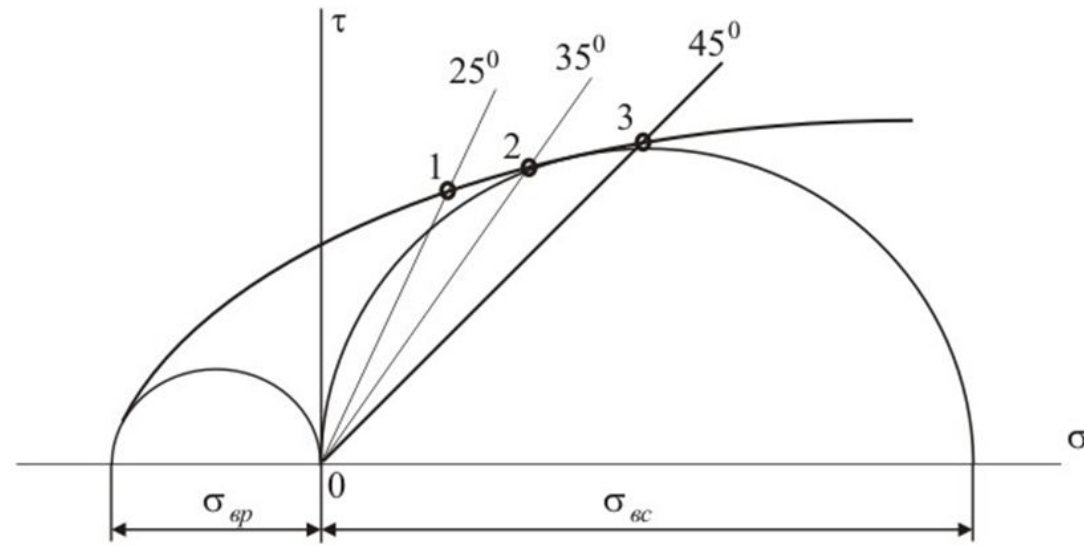


Паспорт прочности горной породы: 1 – круг одноосного растяжения; 2 – круг одноосного сжатия; 3 – круг при объемном сжатии.

Метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при объемном сжатии, одноосном сжатии и растяжении следующий.

Для построения паспорта используют результаты определения пределов прочности при объемном сжатии $\sigma_{сж}^o$ не менее чем при трех различных значениях бокового давления. По значению $\sigma_{сж}^o = \sigma_{max}$ и бокового давления $p = \sigma_{min}$ строят семейство полуокружностей радиусами $\frac{\sigma_{сж}^o - p}{2}$ с координатами центров $(\frac{\sigma_{сж}^o + p}{2}; 0)$.

Строят круги напряжений при одноосном растяжении и сжатии радиусами $\frac{\sigma_{сп}}{2}, \frac{\sigma_{сс}}{2}$ с координатами центров $(-\frac{\sigma_{сп}}{2}; 0)$ и $(\frac{\sigma_{сс}}{2}; 0)$. Проводят плавную кривую, огибающую все пять полуокружностей.



Паспорт прочности при испытании на растяжение, сжатие, сдвиг

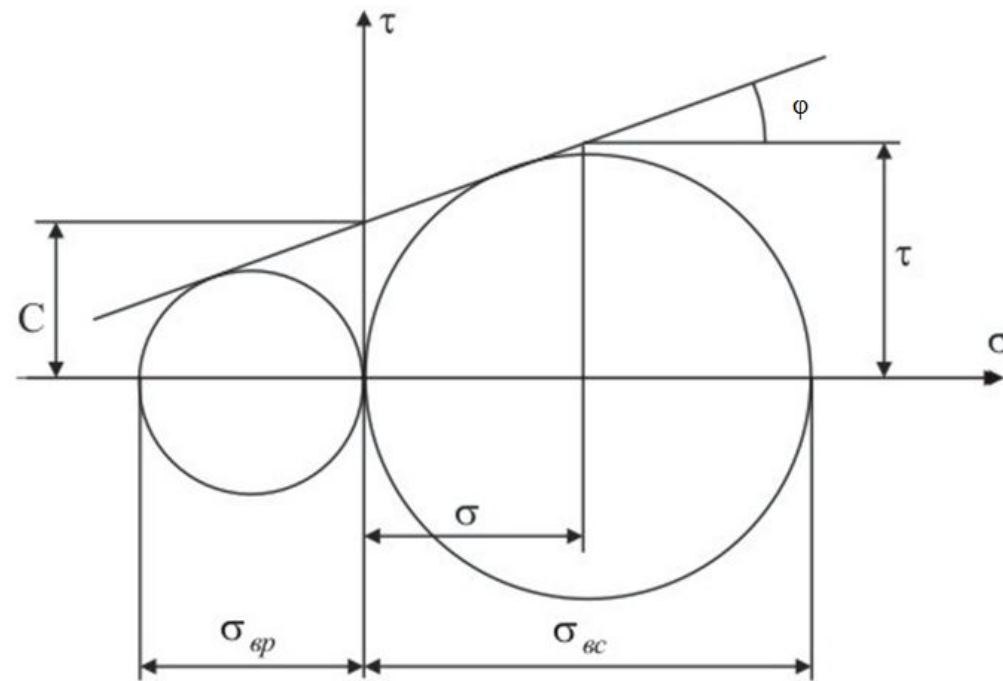
Метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при срезе со сжатием, одноосном сжатии и растяжении таков: по совокупности парных значений нормальных σ_α и касательных τ_α напряжений, определенных при испытании на срез в координатах σ , τ отмечают точки 1, 2, 3 соответствующие углам $\alpha = 25^\circ, 35^\circ, 45^\circ$ наклона призм.

Строят круги напряжений при растяжении и сжатии, проводят плавную кривую, огибающую полуокружности и проходящую через точки 1, 2, 4.

Упрощенный метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при одноосном сжатии и растяжении заключается в том, что на основании экспериментальных данных предела прочности при растяжении $\sigma_{вр}$ и сжатии $\sigma_{вс}$ строят предельные круги Мора.

К этим окружностям проводят касательную, которая будет являться огибающей предельных кругов Мора.

Уравнение этой прямой и есть паспорт прочности: $\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi$.



К упрощенному методу построения паспорта прочности горных пород

Расчетный метод построения паспорта прочности рассмотреть самостоятельно (см. соотв. лабораторную работу или по учебнику С.С. Гребенкина и др. «Механика горных пород, 2004 г.»)