Алгебра

9 клас

Матеріали до уроків

За підручником
«Алгебра. 9 клас»
Ю.І. Мальованого,
Г.М. Литвиненко,
Г.М. Возняк

Готуємося до уроку

2011 рік

Мультимедійні технології на уроках алгебри

Використано матеріали Бібліотеки електронних наочностей “Алгебра 7-9 клас”.

Робота вчителя СЗОШ І- ІІІ ступенів

№ 8 м. Хмельницького Кравчук Г.Т.

Зміст

Для роботи виберіть потрібну тему, в якій слід вказати тему уроку.

Для переходу між слайдами: 1 клік миші, або використати кнопки керування діями

назад на початок

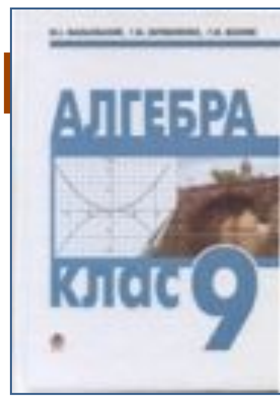
вперед на кінець

на 1 слайд повернутися

(додому)

Тема 1

Числові нерівності. Властивості числових нерівностей



1. Поняття числової нерівності.
2. Властивості числових нерівностей
3. Розв’язування вправ. Самостійна робота
4. Почленне додавання і множення числових нерівностей.
5. Розв’язування вправ. Самостійна робота
6. Застосування властивостей числових нерівностей для оцінювання значення виразу

Властивості числових нерівностей

- Властивості 1-6. Доведення
- Найпростіші властивості нерівностей. Приклади
- Транзитивність відношень “більше”, ”менше”. Властивості нерівностей. Приклади
- Множення нерівності на число. Приклади

Пригадайте. Чи правильні твердження:

1) Якщо $c>d$, то $c-d>0$
2) Якщо $c-d>0$, то $c>d$?

\+

\-

1) У якому випадку добуток двох чисел додатний?
2) Який знак має частка додатного і від'ємного чисел?

$a \times b$

$\frac{a}{b}$

Властивість 1

Якщо a>b, то b<a.

Доведення.

Для того, щоб довести, що b < a, треба показати, що b - a < 0.

З умови a > b випливає, що a - b > 0, тобто a - b — додатне число.

Звідси: *-(a-b) = -a + b = b-a— число від'ємне, тобто*

b - a < 0.

Отже, b < a, за означенням.

Цю властивість називають **властивістю *оборотності***.

Властивість 2

Якщо $a > b$, $b > c$, то $a > c$.

Доведення.

Якщо $a > b$, то $a - b > 0$; якщо $b > c$, то $b - c > 0$.

Сума двох додатних чисел $a-b$ і $b-c$ є додатним числом:

$(a-b) + (b-c) = a-b + b - c = a- c > 0$

Звідси випливає, що $a > c$.

Розглянуту властивість називають **властивістю *транзитивності***.

Властивість 3

Якщо $a > b$ та c — будь-яке число,

то $a + c > b + c$.

Якщо до обох частин правильної нерівності додати одне і те саме число, то отримаємо правильну нерівність того самого смислу.

Доведення.

Для доведення утворимо різницю чисел $a + c$ та $b + c$ і покажемо, що вона є додатним числом:

$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$.

Оскільки, за умовою, $a > b$, то $a - b > 0$.

Отже, $a + c > b + c$.

Властивість 4

Якщо $a>b$ та $c > 0$, то $ac > bc$.

Якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне і те саме <u>додатне число</u>, то отримаємо правильну нерівність того самого смислу.

Доведення.

Для доведення досить показати, що $ac - bc > 0$.

$ac-bc = c(a-b)$;

$c > 0$, за умовою,

$a - b > 0$, бо $a > b$.

Добуток двох додатних множників (c та $a - b$) є додатним числом:

$c(a - b) = ac - bc > 0$.

Отже, $ac > bc$.

Властивість 5

Якщо $a > b$ та $c < 0$, то $ac < bc$.

Якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне і те саме <u>від'ємне число</u>, то отримаємо правильну нерівність протилежного смислу.

Доведення.

Покажемо, що $ac - bc < 0$.

$ac - bc = c(a - b)$;

$c < 0$, за умовою,

$a - b > 0$, бо $a > b$.

Добуток від'ємного (c) і додатного ($a - b$) чисел є від'ємним числом.

Отже, $c(a - b) = ac - bc < 0$. Звідси: $ac < bc$.

Властивість 6

Якщо a>0, b>0 і a>b, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Доведення.

Оскільки a > 0, b > 0, то ab > 0 і обернене число $\frac{1}{ab}$ *>0.*

Якщо a > b і $\frac{1}{ab}$ >0, то з властивості 4 випливає, що

$$a \cdot \frac{1}{ab} > b \cdot \frac{1}{ab}, \text{тобто } \frac{1}{b} > \frac{1}{a}, \text{або } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

Нерівності

Найпростіші властивості нерівностей

Якщо до обох частин правильної нерівності додати одне й те саме число, то дістанемо правильну нерівність.

Якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне й те саме додатне число, то дістанемо правильну нерівність.

Якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне й те саме від'ємне число і змінити знак нерівності на протилежний, то дістанемо правильну нерівність.

Приклад №1

Нехай $a>b$, тоді

$a+3>b+3$, $a+(-8)>b+(-8)$

або

$a-8>b-8$.

Приклад №2

Нехай $c<d$, тоді

$c+12<d+12$,

$c-5<d-5$.

Приклад №3

Якщо $a>b$, то

$6\cdot a>6\cdot b$,

$-\frac{4}{5}\cdot a<-\frac{4}{5}\cdot b$.

Приклад №4

Якщо $c<d$, то

$\frac{7}{3}\cdot c<\frac{7}{3}\cdot d$, $-8\cdot c>-8\cdot d$.

Нерівності

Транзитивність відношень «більше», «менше». Властивості нерівностей.

Якщо $a<b$ *і* $b<c$ *, то* $a<c$ *. Якщо* $a>b$ *і* $b>c$ *, то* $a>c$ *.*

Нерівності з однаковими знаками можна почленно додавати.

Нерівності з однаковими знаками можна почленно множити, якщо їх ліві і праві частини - додатні числа. Тобто, якщо $a<b$ *,* $c<d$ *і* a *,* b *,* c *,* d *- додатні, то* $a \cdot c<b \cdot d$ *.*

Якщо a *- додатне число,* $a<b$ *і* n *- натуральне число, то* $a^n<b^n$ *.*

Якщо a *- додатне число і* $a<b$ *, то* $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ *.*

Якщо a *- додатне число і* $a<b$ *, то* $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ *.*

Приклад №1

Розглянемо правильні числові ненрівності $\frac{4}{9}<\frac{1}{2}$ та $\frac{7}{13}>\frac{1}{2}$; тоді $\frac{1}{2}<\frac{7}{13}$, $\frac{4}{9}<\frac{7}{13}$.

Приклад №2

Нехай $x<1$, $y<3$, тоді $x+y<4$.

Приклад №3

Нехай $x^2+1<11$, оскільки $3<5$, то $3\cdot(x^2+1)<11\cdot5$. Отже $3\cdot(x^2+1)<55$.

Приклад №4

Оскільки $10<10{,}24=3{,}2^2$, то $\sqrt{10}<3{,}2$.

Приклад №5

Оскільки $3<5$, то $\frac{1}{3}>\frac{1}{5}$.

Нерівності

Множення нерівності на число

Приклад №1

Відомо, що $a<b$. Запишіть правильну нерівність, яку дістанемо, якщо:

1) до обох частин нерівності додамо число -5 ;

2) обидві частини нерівності помножимо на 4 ;

3) обидві частини нерівності поділимо на -20 ;

Розв'язання

До обох частин нерівності додамо число -5 : $-5+a<-5+b$.

Обидві частини нерівності помножимо на додатне число 4 : $4\cdot(-5+a)<4\cdot(-5+b)$.

Розкриємо дужки в обох частинах нерівності. Отримаємо: $-20+4\cdot a<-20+4\cdot b$.

Обидві частини нерівності поділимо на від'ємне число -20 , змінивши при цьому знак нерівності на протилежний:

$$-\frac{1}{20}\cdot(-20+4\cdot a)>-\frac{1}{20}\cdot(-20+4\cdot b).$$

Розкриємо дужки в обох частинах нерівності. Отримаємо: $1-\frac{1}{5}\cdot a>1-\frac{1}{5}\cdot b$.

Відповідь: $1-\frac{1}{5}\cdot a>1-\frac{1}{5}\cdot b$.

Нерівності

Множення нерівності на число

Приклад №2

Відомо, що $-4 \le t < 2$, оцініть значення виразу: $-t$.

Розв'язання

Помножимо всі частини нерівності на від'ємне число -1 , змінивши знаки нерівностей на протилежні. Отримаємо: $-2 < -t \le 4$.

Відповідь: $-2 < -t \le 4$.

Нерівності

Множення нерівності на число

Приклад №3

Відомо, що $-4 \leq t < 2$, оцініть значення виразу: $3 \cdot t + 7$.

Розв'язання

$3 \cdot t + 7$.

Помножимо всі частини нерівності на 3 . Отримаємо: $-12 \leq 3 \cdot t < 6$.

Додамо до всіх частин нерівності число 7 . Отримаємо: $-5 \leq 3 \cdot t + 7 < 13$.

Відповідь: $-5 \leq 3 \cdot t + 7 < 13$.

Множення нерівності на число

Приклад №4

Відомо, що $-4 \le t < 2$, оцініть значення виразу: $\frac{2}{5} \cdot t - \frac{1}{5}$.

Розв'язання

$\frac{2}{5} \cdot t - \frac{1}{5}$.

Помножимо всі частини нерівності на $\frac{2}{5}$. Отримаємо: $\frac{-8}{5} \le \frac{2}{5} \cdot t < \frac{4}{5}$.

Додамо до всіх частин нерівності число $-\frac{1}{5}$. Отримаємо: $-\frac{9}{5} \le \frac{2}{5} \cdot t - \frac{1}{5} < \frac{3}{5}$.

Відповідь: $-\frac{9}{5} \le \frac{2}{5} \cdot t - \frac{1}{5} < \frac{3}{5}$.

Множення нерівності на число

Приклад №5

Відомо, що $-4 \le t < 2$, оцініть значення виразу: $3-2 \cdot t$.

Розв'язання

$3-2 \cdot t$.

Помножимо всі частини нерівності на -2 . Оскільки виконується множення на від'ємне число, то знаки нерівностей треба змінити на протилежні.
Отримаємо: $-4 < -2 \cdot t \le 8$.

Додамо до всіх частин нерівності число 3 . Отримаємо: $-1 < 3-2 \cdot t \le 11$.

Відповідь: $-1 < 3-2 \cdot t \le 11$.

Множення нерівності на число

Приклад №6

Оцініть периметр квадрата зі стороною a , якщо $3{,}2<a<3{,}5$.

Розв'язання

$3{,}2<a<3{,}5$.

Периметр квадрата P дорівнює $4\cdot a$, де a - довжина сторони квадрата.
Помножимо всі частини заданих нерівностей на додатне число 4 . Отримаємо:

$12{,}8<4\cdot a<14$.

Відповідь: $12{,}8<P<14$.

Нерівності

Множення нерівності на число

Приклад №7

Оцініть периметр правильного шостикутника, вписаного в коло радіуса R , якщо

$2{,}7<R<2{,}8$.

Розв'язання

$2{,}7<R<2{,}8$.

Сторона правильного шостикутника, вписаного в коло радіуса R дорівнює R .
Тоді периметр шестикутника P дорівнює:

$P=6\cdot R$.

Помножимо всі частини заданих нерівностей на додатне число 6 . Отримаємо:

$16{,}2<6\cdot R<16{,}8$.

Відповідь: $16{,}2<P<16{,}8$.

Запитання для самоперевірки

1. Чи існує число, при додаванні якого до обох частин правильної нерівності отримаємо правильну нерівність протилежного смислу?

2. На яке число треба поділити обидві частини правильної нерівності, щоб отримати правильну нерівність протилежного смислу?