Алгебра

Логарифмы

Джон Непер

Шотландский математик -изобретатель логарифмов.

В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знаменитый труд “Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.

Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.

План:

- Определение.
- Свойства.
- Десятичные и натуральные логарифмы.
- Логарифмическая функция, ее свойства и график.
- Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Определение логарифма:

- *Логарифмом положительного числа b по основанию a*, где a>0, a≠1, называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.
- Основное логарифмическое тождество:

  $a^{\log_a b} = b$, где b>0, a>0

- Действие нахождения логарифма называется *логарифмированием.*

Свойства логарифмов:

- $Log_a(bc)=log_a b+ log_a c$
- $Log_a (b/c)= log_a b-log_a c$
- $Log_a b^r=rlog_a b$
- $Log_a b=log_c b/log_c a$
- $Log_a b=1/log_b a$
- $a^{logbc}= c^{logba}$
- $Log_{ar} b=1/r\ log_a b$
- $a^{logab}= b$

Десятичные и натуральные логарифмы:

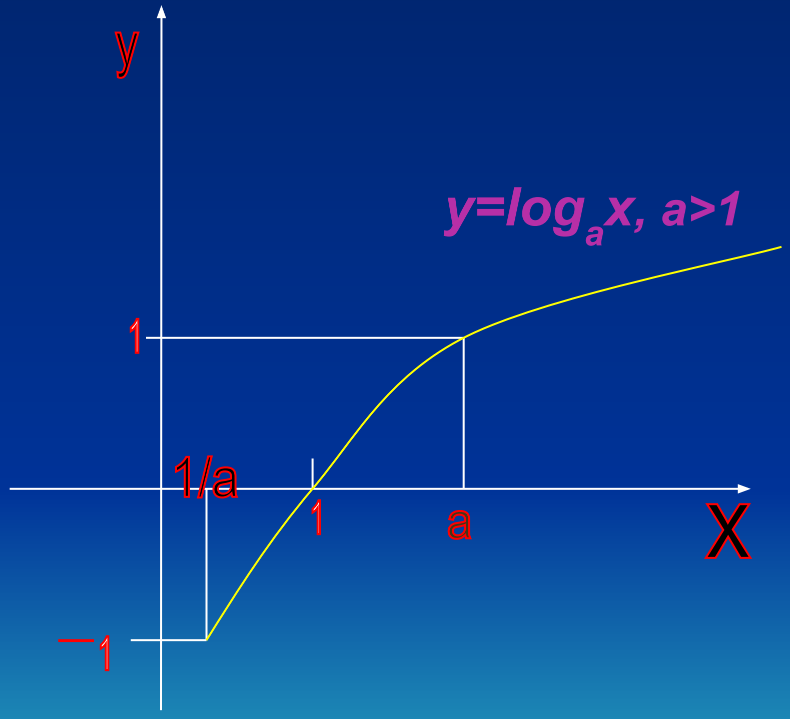
- *Десятичным логарифмом числа* называют логарифм этого числа по основанию 10. Записывается lgb
- *Натуральным логарифмом числа* называют логарифм этого числа по основанию е, где е-иррациональное число, приближенно равное 2,7. При этом записывается lnb

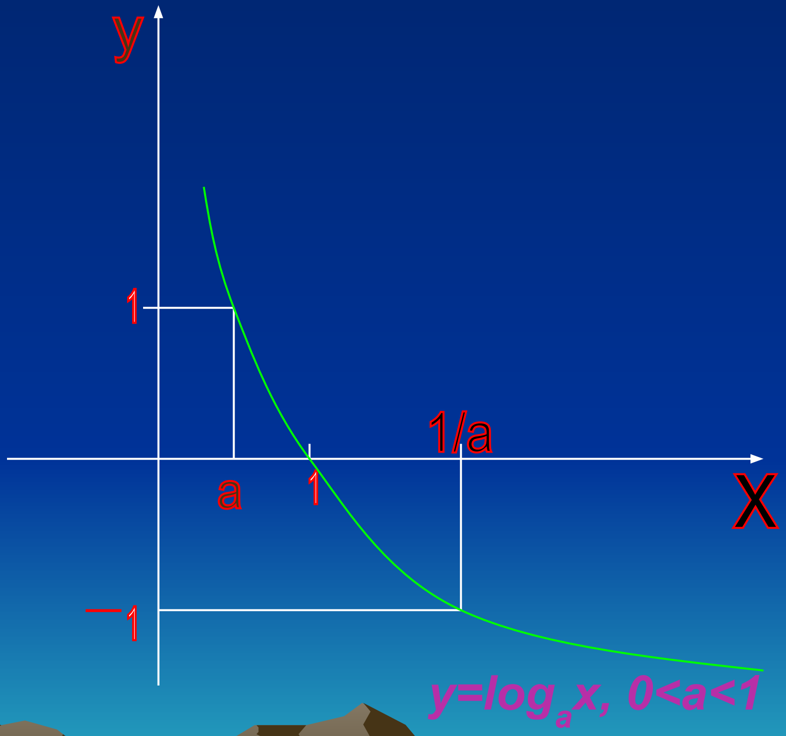
Логарифмическая функция.

- ***Логарифмическая функция: $y=\log_a x$ Свойства:***

1. *Множество значений логарифмической функции -множество всех положительных чисел*
2. *Множество значений логарифмической функции-множество R всех действительных чисел.*
3. *Логарифмическая функция $y=\log_a x$ является возрастающей на промежутке $x>0$, если $a>1$, и убывающей, если $0<a<1$*
4. *Если $a>1$, то функция $y=\log_a x$ принимает положительные значения при $x>1$, отрицательные при $0<x<1$. Если $0<a<1$, то функция $y=\log_a x$ принимает положительные значения при $0<x<1$, отрицательные при $x>1$.*
5. *Логарифмическая функция $y=\log_a x$ и показательная функция $y=a^x$, где $a>0$, $a\neq1$, взаимно обратны.*

Логарифмическая функция
и её график:





Логарифмические уравнения

Решить уравнение:

$Log_2(x+1) + Log_2(x+3) = 3$

Решение:

Используя свойство логарифма, получаем:

$Log_2(x+1)(x+3) = 3$

Из этого равенства по определению логарифма получаем:

$(x+1)(x+3) = 8$.

Теперь раскроем скобки и решим квадратное уравнение $x^2+4x-5=0$, откуда $x_1=1$, $x_2=-5$

При $X_2=-5$ числа $(x+1$ и $x+3)<0$, следовательно $x=-5$ не является корнем уравнения.

Ответ. $X=1$

Решение систем:

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1, \\ 4y^2 + x - 12 = 0. \end{cases}$$

Решение:

Из первого уравнения выразим x через y:

$\log_2 x/y = \log_2 2$, $x/y = 2$, $x = 2y$. Подставив $x = 2y$ во второе уравнение системы, получим $4y^2 + 2y - 12 = 0$, откуда $y_1 = {}^3/_2$, $y_2 = -2$. Найдем значения x: $x_1 = 3$, $x_2 = -4$. Проверка показывает, что -4 и -2 – постороннее решение.

Ответ. X=3, y= $^3/_2$.

Логарифмические неравенства:

- Решить неравенство:

$\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \le 1$

Решение:

О.о. X>3.

Используя свойства логарифма, получаем:

$\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$. Логарифмическая функция с основанием 2 является возрастающей, поэтому при x>3 неравенство $\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$ выполняется при $(x-3)(x-2) \le 2$. Это неравенство можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-3)(x-2) \le 2 \\ X > 3 \end{cases}$$

Швецов Руслан Иб-12