

**Информационные технологии  
автоматизированного проектирования  
Часть 1**

**Лекция 6**

## Лекция 6

# АЛГОРИТМЫ РАЗМЕЩЕНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ МОДУЛЕЙ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЕЙ ИЕРАРХИИ

- 1 Классификация алгоритмов размещения
- 2 Алгоритмы назначения
- 3 Алгоритмы случайного поиска
- 4 Итерационные алгоритмы
- 5 Непрерывно-дискретные методы размещения
- 6 Особенности алгоритмов размещения при многоцелевой оптимизации модулей

# Вопрос 1 Классификация алгоритмов размещения

# Алгоритмы размещения

Непрерывные  
методы

Непрерывно-  
дискретные методы

Дискретные  
методы

Градиентные  
методы  
оптимизации

Построение  
динамических  
моделей

Алгоритмы  
назначения

Алгоритмы  
случайного поиска

Итерационные  
алгоритмы



# Дискретные алгоритмы

Модель коммутационного пространства представляют в виде множества **фиксированных координат позиций**. Задача размещения сводится к сравнению различных вариантов, закрепления элементов в этих позициях и выбору того из них, который обеспечивает экстремальное значение целевой функции  $F$ .

Для нахождения **глобального экстремума**  $F$  необходим полный перебор всех возможных вариантов размещения, т. е. для оптимального размещения  $n$  элементов в  $k$  позициях следует осуществить  $C_k^n n!$  перестановок, что уже при  $n = 10$  практически невозможно, так как минимальное число вариантов размещения ( $k = n$ ) оказывается равным **3 628 000**.

Поэтому дискретные методы оптимизации позволяют отыскивать обычно только локальные экстремумы целевой функции.

# Непрерывно-дискретные алгоритмы

Задание фиксированного набора посадочных мест не обязательно. Размещение элементов осуществляется на непрерывной плоскости.

Представляют наибольший интерес для конструкций, содержащих разногабаритные элементы (ППП + гибридные ИМС + дискретные элементы)

**Задача размещения решается в два этапа:**

- 1) определяют координаты местоположения центров элементов, при которых целевая функция  $F$  имеет экстремальное значение;
- 2) полученные координаты «округляются» в фиксированные целочисленные значения координатной сетки, нанесенной на поверхность коммутационной платы.

# Вопрос 2 Алгоритмы назначения



## 2.1 Алгоритмы линейного назначения

Основаны на комбинаторно-аналитическом алгоритме Штейнберга.

Алгоритм метода:

- Пусть имеется некоторое начальное размещение конструктивных элементов.
- По матрице связности  $C$  выделяем максимальное внутренне устойчивое подмножество  $R_i$ , т. е. максимальную совокупность несвязных между собой элементов.
- Из начального размещения исключаем элементы, принадлежащие  $R_i$ .
- Для всех элементов из подмножества ищем такие позиции из числа свободных, которые соответствуют минимуму целевой функции  $F$ .

## 2.1 Алгоритмы линейного назначения

Так как элементы подмножества  $R_i$  не связаны друг с другом, то на выбор позиции для любого оказывают влияние только связи  $r_j$  с элементами подмножества  $R \setminus R_i$ , где  $R$  - множество конструктивных элементов, размещаемых на плате.

- После нахождения оптимального размещения всех элементов выделяем следующее внутренне устойчивое подмножество и т.д.

## 2.1 Алгоритмы линейного назначения

Условием окончания поиска на  $z$ -ом шаге является незначительное уменьшение целевой функции при оптимизации размещения очередного внутренне устойчивого подмножества:

$$\frac{F^{z-1} - F^z}{F^{z-1}} \leq \varepsilon$$

где  $F^{z-1}$  и  $F^z$  - значения целевой функции на  $(z-1)$ - и  $z$ -м шагах;  $\varepsilon$  - порог чувствительности алгоритма

### Недостатки алгоритма:

1. большой объем требуемой памяти
2. возможность нахождения только локального экстремума целевой функции (глобальный оптимум ищется лишь для внутренне устойчивого подмножества).

## 2.2 Алгоритмы квадратичного назначения

Основаны на использовании методов **нелинейного программирования**.

Наибольшее распространение получили алгоритмы, основанные на **методе ветвей и границ**.

### **Недостатки алгоритма:**

1. необходимость качественного начального размещения
2. сравнительно большие затраты машинного времени, не позволяющие решать задачи большой размерности

### **Достоинства алгоритма:**

1. возможность получения глобального экстремума
2. наличие типовых программ решения задач квадратичного назначения

# Вопрос 3 Алгоритмы случайного поиска

## 3.1 Алгоритмы слепого поиска

- Выбирают наугад какую-либо позицию монтажной плоскости из числа незанятых и на ней закрепляют (по порядку, начиная с первого) подлежащий размещению элемент.
- операцию продолжают до тех пор, пока все конструктивные элементы не будут установлены.
- Для полученного размещения вычисляют значение целевой функции, например суммарную взвешенную длину соединений.
- Аналогично проводят второе, третье и т. д. случайные размещения элементов, начиная с закрепления второго, третьего и т. д. элементов.
- Вычисленное для каждого варианта размещения значение целевой функции сравнивают с наилучшим результатом, достигнутым на предыдущих шагах. Если имеет место улучшение значения целевой функции, то данное размещение запоминают, в противном случае — отбрасывают как неудачное

## 3.1 Алгоритмы слепого поиска

### **Достоинства алгоритма:**

Алгоритмы не накладывают никаких ограничений на свойства области допустимых значений параметров и целевую функцию, позволяя проводить оптимизацию одновременно по нескольким показателям качества

### **Недостатки алгоритма:**

Для нахождения глобального экстремума требуется просмотреть огромное число вариантов размещения, практически равное полному регулярному перебору

## 3.1 Алгоритмы слепого поиска

Сокращение вариантов  $q$  возможно при отыскивании не оптимального, а близкого к нему размещения, для которого значение целевой функции  $F$  отличается от оптимального  $F^*$  на величину, не превосходящую некоторую заранее заданную погрешность  $\varepsilon$ .

Путем экстраполяции функции

$$\left| F^* - F_q \right| \leq \varepsilon$$



## 3.2 Алгоритмы случайного блуждания

алгоритм не отличается от предыдущего за исключением:

- учитываются характерные особенности оптимизируемой функции. Например, можно воспользоваться тем обстоятельством, что при оптимальном расположении элементов на плате вероятность установки сильно связанных между собой элементов в соседние позиции выше, чем в удаленные.
- для повышения вероятности попадания связанных элементов в соседние позиции перед каждой очередной установкой элемента выявляют те позиции, в которых располагаются связанные с ним элементы. Все свободные позиции нумеруются в порядке возрастания их расстояния от данных позиций для наиболее вероятного попадания устанавливаемого элемента в позицию с меньшим номером.
- затем производят перенумерацию оставшихся незанятых позиций, принимая во внимание связи следующего закрепляемого элемента и т.д.

## 3.3 Комбинированные алгоритмы случайного поиска

комбинация метода случайного поиска и какого-либо регулярного метода

### **Достоинства алгоритма:**

1. простота учета конкретных конструкторско-технологических ограничений,
2. возможность проводить оптимизацию одновременно по нескольким показателям качества,
3. наличие типовых программ, обеспечивающих случайный поиск

### **Недостатки алгоритма:**

1. требование одинаковых геометрических размеров размещаемых элементов (условие регулярности)
2. быстрый рост затрат машинного времени при повышении точности нахождения глобального экстремума целевой функции.

# Вопрос 4 Итерационные алгоритмы

## Вопрос 4 Итерационные алгоритмы

### Основные этапы итерационных алгоритмов:

1. Преобразование очередного размещения.
2. Вычисление целевой функции размещения
3. Выбор наилучшего варианта размещения по п. 2.
4. Переход к следующей итерации и правило остановки.

Как правило, итерационный процесс заканчивается, как только разность значений целевой функции между  $(z-1)$  и  $z$ -й итерациями не превосходит некоторой заранее заданной величины  $\varepsilon$ :

$$\frac{F^{z-1} - F^z}{F^{z-1}} \leq \varepsilon \quad F^{нач} > F^{(1)} > F^{(2)} > \dots$$

## 4.1.1 Алгоритмы парных перестановок

- а) выбирают первый по порядку КЭ,
- б) меняют его местами со всеми остальными, рассчитывая для всех вариантов значение показателя качества.
- в) сравнивают полученные результаты, включая и исходное размещение.
- г) в качестве исходной принимают ту схему размещения, которой соответствует наилучшее значение целевой функции.
- д) после того, как найдена наилучшая перестановка для 1-го модуля, аналогичную процедуру выполняют для 2. 3 ... КЭ.

### Достоинства:

1. алгоритм обладает быстрой сходимостью
2. алгоритм прост в программировании

## 4.1.2 Алгоритмы групповых перестановок

Возможен не только обмен двух КЭ, но и целых групп элементов.

### Недостаток:

сложность вычисления приращений целевой функции не окупается точностью полученного размещения.

По экспертным данным эффект от циклических перестановок 3-х элементов и размещения полученного по алгоритму парных перестановок составляет всего лишь несколько процентов.

### Достоинства:

перспективно использовать для улучшения качества размещения, полученного другими способами

## 4.2 Алгоритмы последовательной установки

### Сущность:

в последовательном закреплении заданного набора конструктивных элементов на коммутационной плате относительно ранее установленных.

В качестве первоначально закрепленных на плате элементов обычно выбирают разъемы, которые искусственно «раздвигают» до краев платы

Основаны на допущении что для получения оптимального размещения необходимо в соседних позициях располагать элементы, максимально связанные друг с другом.

Возможно размещение разногабаритных (с кратными размерами) конструктивных элементов

## 4.2 Алгоритмы последовательной установки

### Достоинство:

являются в настоящее время самыми быстро действующими.

### Недостаток:

по качеству— хуже других итерационных.



## 4.3 Параллельные алгоритмы на основе метода обратного размещения

Суть:

выполняется предварительная оценка каждого размещенного элемента  $x_i$  и каждого места печатной платы  $t_i$ .

После этого элементы размещаются одновременно.

Пусть заданы матрица связей  $C$  и длин  $D$ :

$$C = \left\| c_{ij} \right\|_{n \times n} \quad D = \left\| d_{ij} \right\|_{m \times m}$$

$$m \geq n$$

## 4.3 Параллельные алгоритмы на основе метода обратного размещения

Предварительно для каждого элемента  $x_i$  по матрицам  $C$  и  $D$  находим суммарное число связей этого элемента с остальными:

$$c_i = \sum_{j=1}^n c_{ij},$$

$$i = 1, 2 \boxtimes n$$

$$d_i = \sum_{j=1}^m d_{ij},$$

$$i = 1, 2 \boxtimes m$$

Позиции в центральной части платы имеют меньшее  $d_i$  чем на периферии, поэтому центральные позиции наиболее благоприятны для размещения элементов с большим значением  $c_i$ .

## 4.3 Параллельные алгоритмы на основе метода обратного размещения

1. Упорядочивают элементы по возрастанию характеристики  $c_i$
2. Упорядочивают места печатной платы по убыванию характеристики  $d_i$
3. Определяется размещение, где каждый соответствующий элемент  $c_i$  закрепляется за соответствующим местом  $d_i$

## 4.3 Параллельные алгоритмы на основе метода обратного размещения

### Пример

Задана монтажная плата

t1	t2	t3	t4	t5	t6
----	----	----	----	----	----

и матрицы связей и длин

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 8 & 9 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 10 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 & 7 \\ 8 & 10 & 3 & 0 & 7 & 8 \\ 9 & 5 & 4 & 7 & 0 & 11 \\ 4 & 6 & 7 & 8 & 11 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

## 4.3 Параллельные алгоритмы на основе метода обратного размещения

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 8 & 9 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 10 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 & 7 \\ 8 & 10 & 3 & 0 & 7 & 8 \\ 9 & 5 & 4 & 7 & 0 & 11 \\ 4 & 6 & 7 & 8 & 11 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Пример

$$C \Rightarrow \begin{aligned} C_1 &= 25 \\ C_2 &= 24 \\ C_3 &= 17 \\ C_4 &= 36 \\ C_5 &= 36 \\ C_6 &= 36 \end{aligned}$$

$$D \Rightarrow \begin{aligned} D_1 &= 15 \\ D_2 &= 11 \\ D_3 &= 9 \\ D_4 &= 9 \\ D_5 &= 11 \\ D_6 &= 15 \end{aligned}$$

1)  $C_i = 3, 2, 1, 4, 5, 6$

2)  $D_i = 1, 6, 2, 5, 3, 4$

3) Размещаем 3 элемент в 1 ячейке...

$3 \rightarrow 1,$

$2 \rightarrow 6,$

$1 \rightarrow 2,$

$4 \rightarrow 5,$

$5 \rightarrow 3,$

$6 \rightarrow 4.$

# Вопрос 5 Непрерывно-дискретные методы размещения

Задание фиксированного набора посадочных мест не обязательно. Размещение элементов осуществляется на непрерывной плоскости.

Представляют наибольший интерес для конструкций, содержащих разногабаритные элементы

(ППП + гибридные ИМС + дискретные элементы)

**Задача размещения решается в два этапа:**

- 1) определяют координаты местоположения центров элементов, при которых целевая функция  $F$  имеет экстремальное значение;
- 2) полученные координаты «округляются» в фиксированные целочисленные значения координатной сетки, нанесенной на поверхность коммутационной платы.

## 5.1 Алгоритмы, использующие градиентные методы

Решение задачи сводится к минимизации целевой функции  $F$ .

Так как целевая функция является многомерной, то градиент аналитически выражают в виде

Для нахождения минимального значения целевой функции  $F$  используют пошаговый градиентный метод. Движение по координатам осуществляют до тех пор, пока на очередной итерации частные производные не будут меньше некоторой фиксированной величины (погрешности).



## 5.1 Алгоритмы, использующие градиентные методы

### Достоинства:

- 1) сравнительно небольшие затраты машинного времени на отыскание экстремума целевой функции,
- 2) наличие стандартных программ для решения данного класса задач

### Недостатки:

- 1) возможность получения лишь локального экстремума;
- 2) низкая эффективность при пологом экстремуме, так как раньше времени приходим к условному решению;
- 3) большая неравномерность распределения элементов на плате до «округления» координат.

## 5.2 Алгоритмы, использующие динамические модели

Процесс размещения элементов на плате представляется **механической моделью**.

Элементы считаются материальными точками, на каждую из которых действуют силы притяжения и отталкивания.

Силы притяжения, действующие между любыми двумя материальными точками  $x_i$  и  $x_j$  пропорциональны числу электрических связей между данными конструктивными элементами.

Состояние равновесия такой системы соответствует минимуму суммарной длины всех соединений.

## 5.2 Алгоритмы, использующие динамические модели

Введение сил отталкивания материальных точек друг от друга и от границ платы исключает возможность слияния двух любых точек и способствует их равномерному распределению по поверхности монтажного поля.

Чтобы устранить возникновение в системе незатухающих колебаний, вводят силы сопротивления среды, пропорциональные скорости движения материальных точек.

Задача оптимального размещения элементов сводится к нахождению такого местоположения точек, при котором равнодействующие всех сил обращаются в нуль.

## 5.2 Алгоритмы, использующие динамические модели

Решение задачи осуществляют в три этапа:

- 1) используя критерий минимума суммарной взвешенной длины связей, производят размещение материальных точек на условном поле позиций без учета требования равномерности их распределения по поверхности и попадания точек в фиксированные позиции поля
- 2) на материальные точки начинают действовать силы притяжения и отталкивания. Под влиянием этих сил точки начинают перемещаться к положению равновесия системы, при котором обеспечивается приемлемая степень равномерности их размещения на поле позиций.
- 3) точки сдвигаются в фиксированные позиции платы при минимально возможных изменениях их

## 5.2 Алгоритмы, использующие динамические модели

### Достоинства:

- 1) возможность получения глобального экстремума целевой функции,
- 2) наличие стандартных программ для решения данного класса задач

### Недостатки:

- 1) трудоемкость метода и сложность его реализации (подбора коэффициентов для силовых связей);
- 2) необходимость фиксирования местоположения некоторого числа конструктивных элементов на плате для предотвращения большой неравно-мерности их размещения на отдельных участках платы

**Метод удобен при размещении разногабаритных элементов**

# Вопрос 6 Особенности алгоритмов размещения при многоцелевой оптимизации модулей

## 6.1 Использование единого функционала

Используется единый функционал  $F$ , но каждому показателю качества  $F_i$  свой весовой коэффициент  $k_i$  учитывающий его важность, а общий показатель эффективности представляют в виде взвешенной суммы (произведения) отдельных показателей.

### Достоинство:

- 1) Возможность варьирования весовыми коэффициентами
- 2) Простота реализации на компьютере

### Недостаток:

Трудность обоснования важности каждого показателя и значения конкретного значения весового коэффициента

## 6.2 Метод выбора ведущего показателя

использование принципа последовательной субоптимизации результатов, получаемых на каждом этапе поиска. Все показатели качества располагают в порядке важности и сначала отыскивают оптимальное решение по первому из них. Остальные показатели выступают в роли ограничений, затем определяют допустимую область в которой значение первого показателя отличается от оптимального на некоторую величину  $\varepsilon$  (на 5-10%) и в этой области ищут оптимальное решение по второму показателю и т.д.

### Достоинство:

Возможность учета в виде списка ограничений большого числа различных требований, предъявляемых к конструкции ЭА

### Недостаток:

Быстрый рост затрат машинного времени и объема памяти при расширении списка ограничений



## 6.3 Метод параллельной оптимизации по нескольким показателям

Заключается в оценке различных вариантов размещения одновременно по всем оптимизируемым показателям. Качество полученного размещения оценивается с помощью функционала:

$$L = \sum_{i=1}^n k_i \frac{F_i^0 - F_i^s}{F_i^0}$$

где  $k_i$  — коэффициент, учитывающий важность  $i$ -го показателя,  $n$  — число показателей,  $F$  — соответственно, значение текущего показателя качества и базового.

Если  $L > 0$ , то новое размещение считают лучшим и принимают за базовое, в противном случае его отбрасывают как неудачное.

## 6.3 Метод параллельной оптимизации по нескольким показателям

**Недостаток :**

Большие затраты машинного времени

**Достоинство :**

Возможность получения действительно оптимального решения по всем выбранным критериям качества

*Вопросы по прочитанному  
материалу?*

*Спасибо за внимание!*