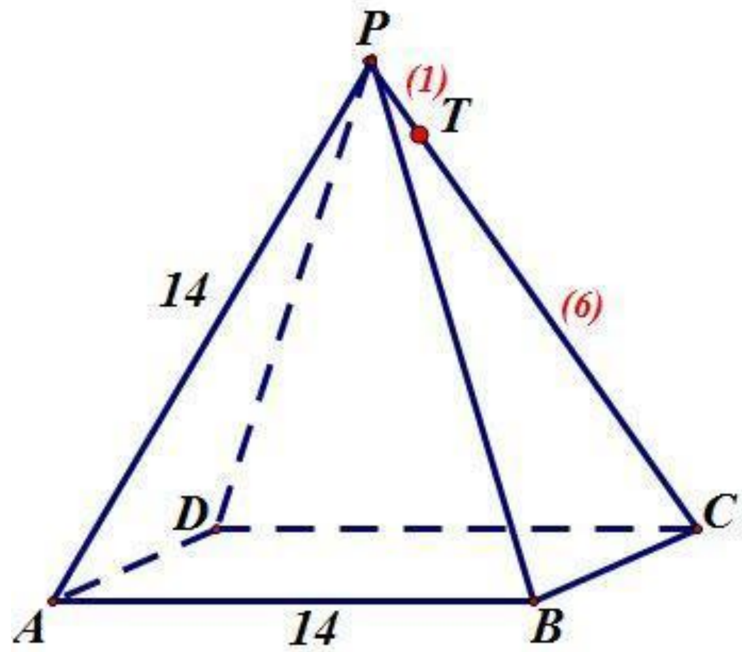
Подготовка к ЕГЭ - 2014 по математике. Подробное решение задачи С2

Учитель математики МБОУ СОШ № 143 г. Красноярска
Князькина Т. В.

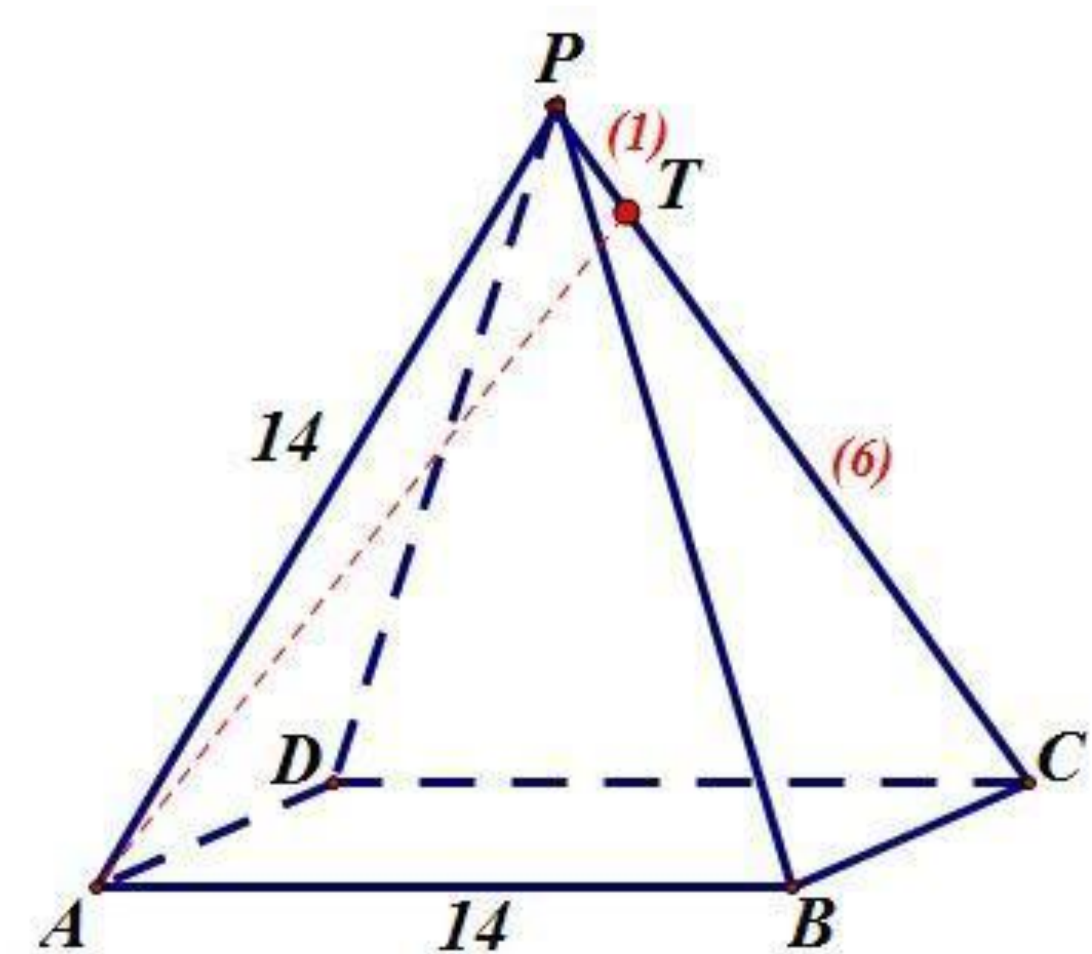
Решим подробно задачу типа задания С2



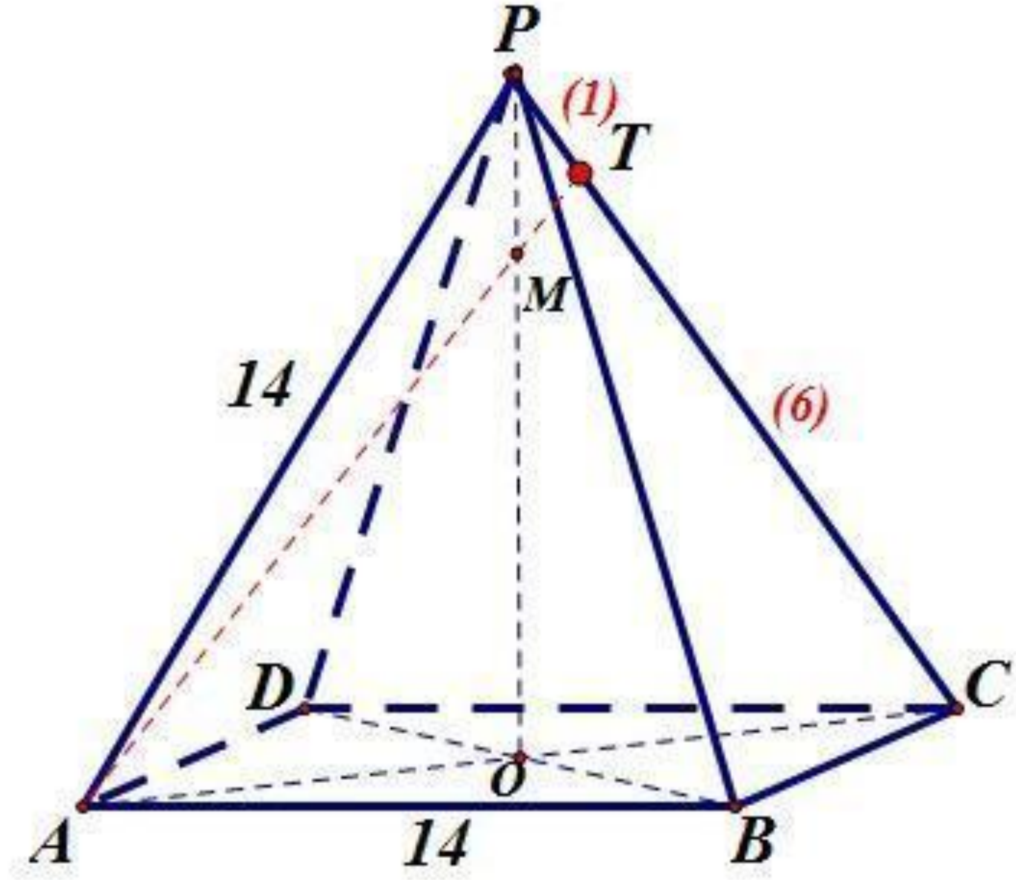
- **На ребре PC правильной четырехугольной пирамиды PABCD с вершиной P взята точка T так, что PT:TC=1/6. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через прямую AT параллельно прямой BD, если PA=AB=14.**

- **1. Построим сечение.**

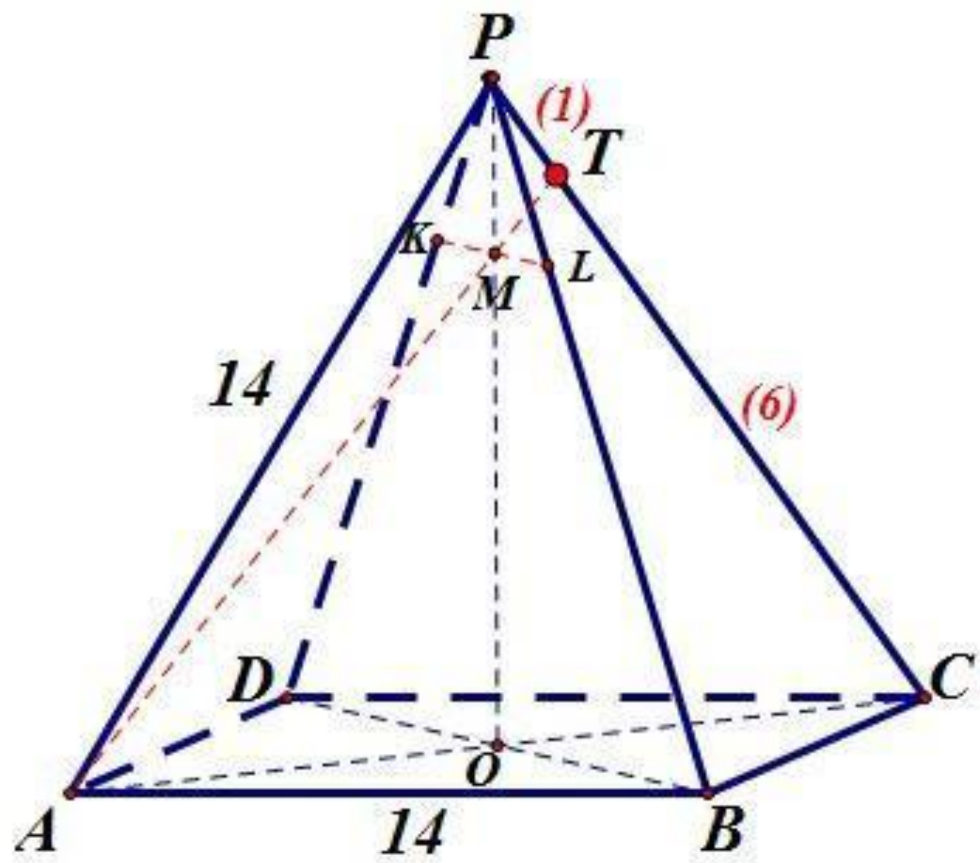
Точки А и Т принадлежат плоскости сечения, соединим их:



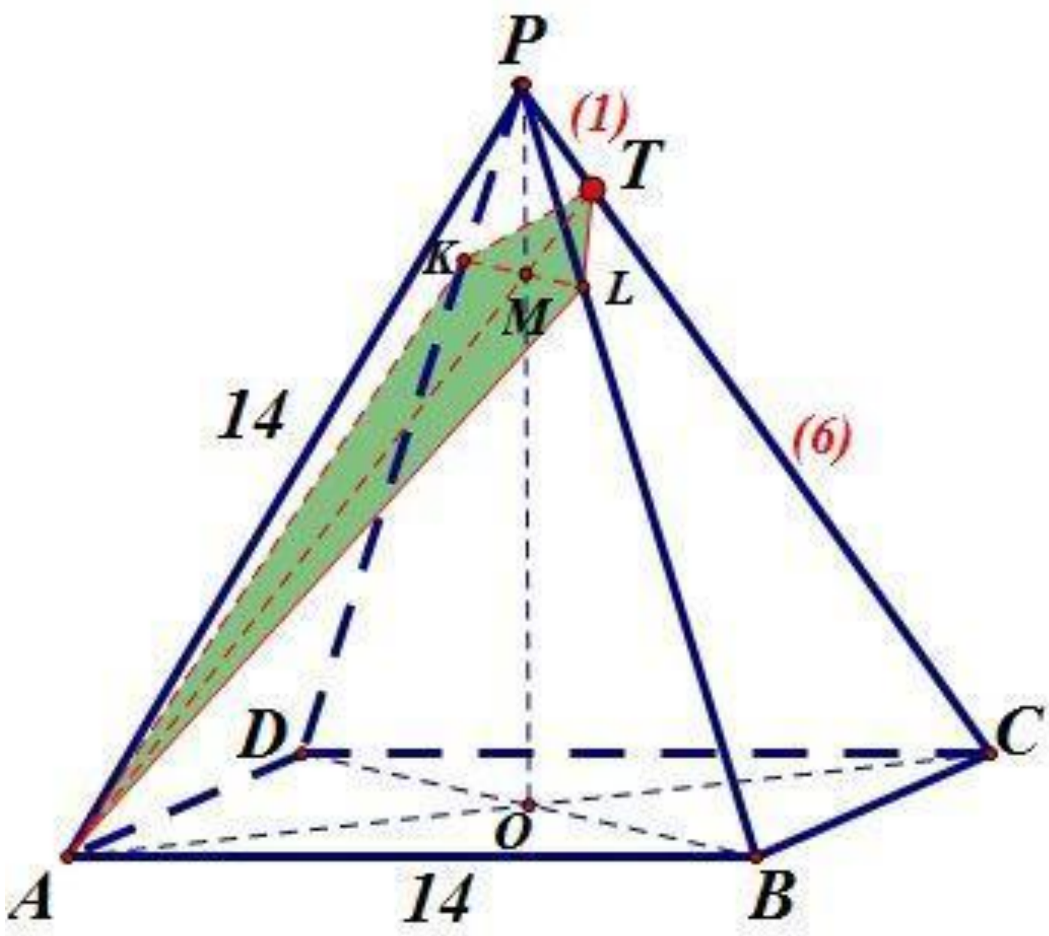
• Точка О – точка пересечения диагоналей основания пирамиды. РО – высота пирамиды. М – точка пересечения высоты пирамиды и прямой АТ



- Проведем через точку M прямую KL , параллельную DB . Точка K – точка пересечения этой прямой с ребром PD , а точка L – с ребром PB:

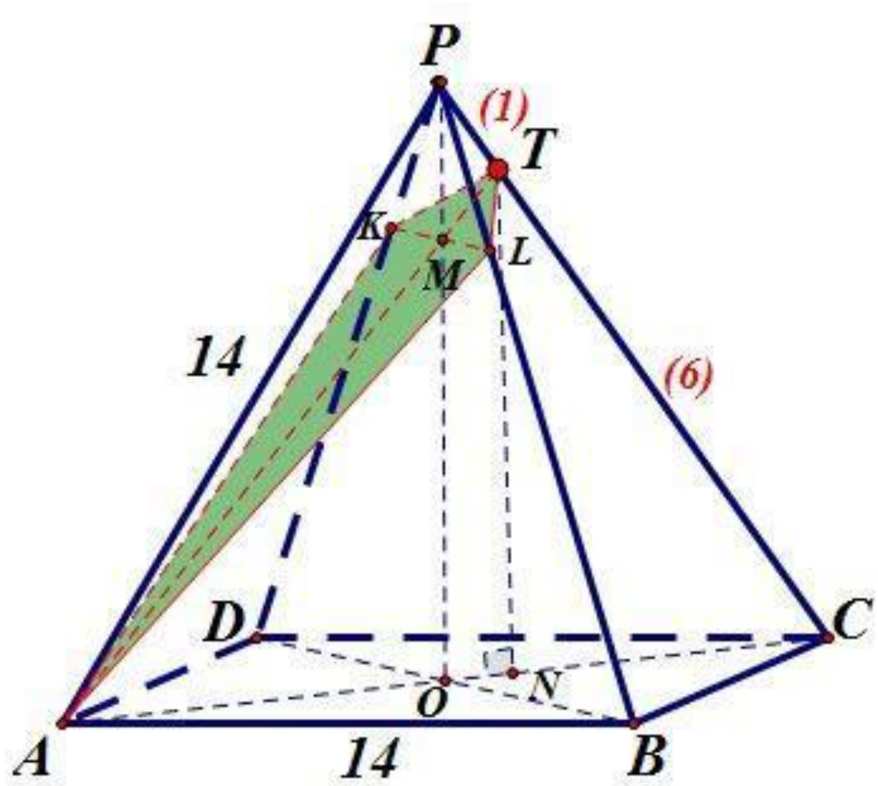


- Через пересекающиеся прямые KL и AT проведем плоскость. Четырехугольник AKTL – искомое сечение:



2. Найдем площадь четырехугольника AKTL .

- Докажем, что его диагонали перпендикулярны. Опустим перпендикуляр из точки T на основание призмы. Точка N – основание перпендикуляра.

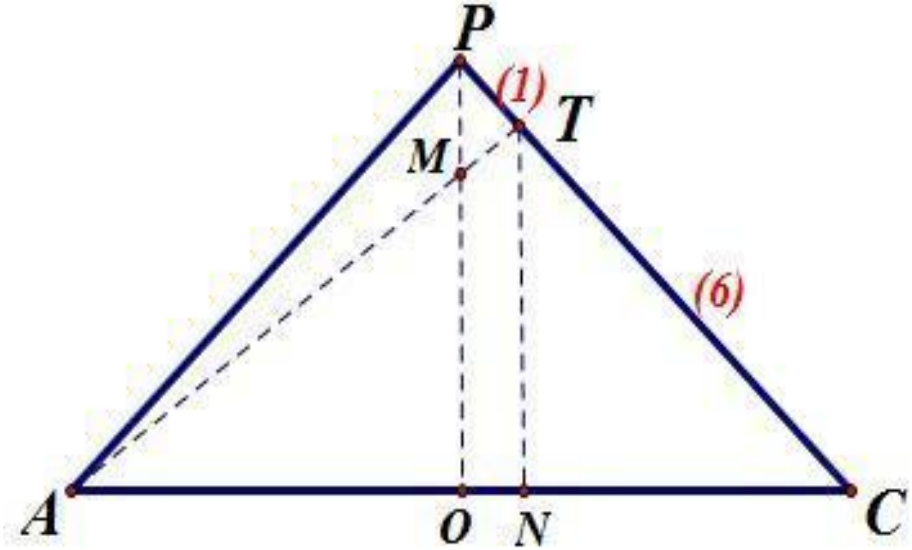


- AN – проекция наклонной AT.
- AN перпендикулярна DB , так в основании нашей правильной пирамиды лежит квадрат, а диагонали в квадрате перпендикулярны. По теореме о трех перпендикулярах AT также перпендикулярна DB. Но KL||DB – по построению, следовательно, AT перпендикулярна KL .
- Найдем диагонали нашего сечения.
- $\triangle$ APC= $\triangle$ABC по трем сторонам, следовательно, $\triangle$ APC – прямоугольный.

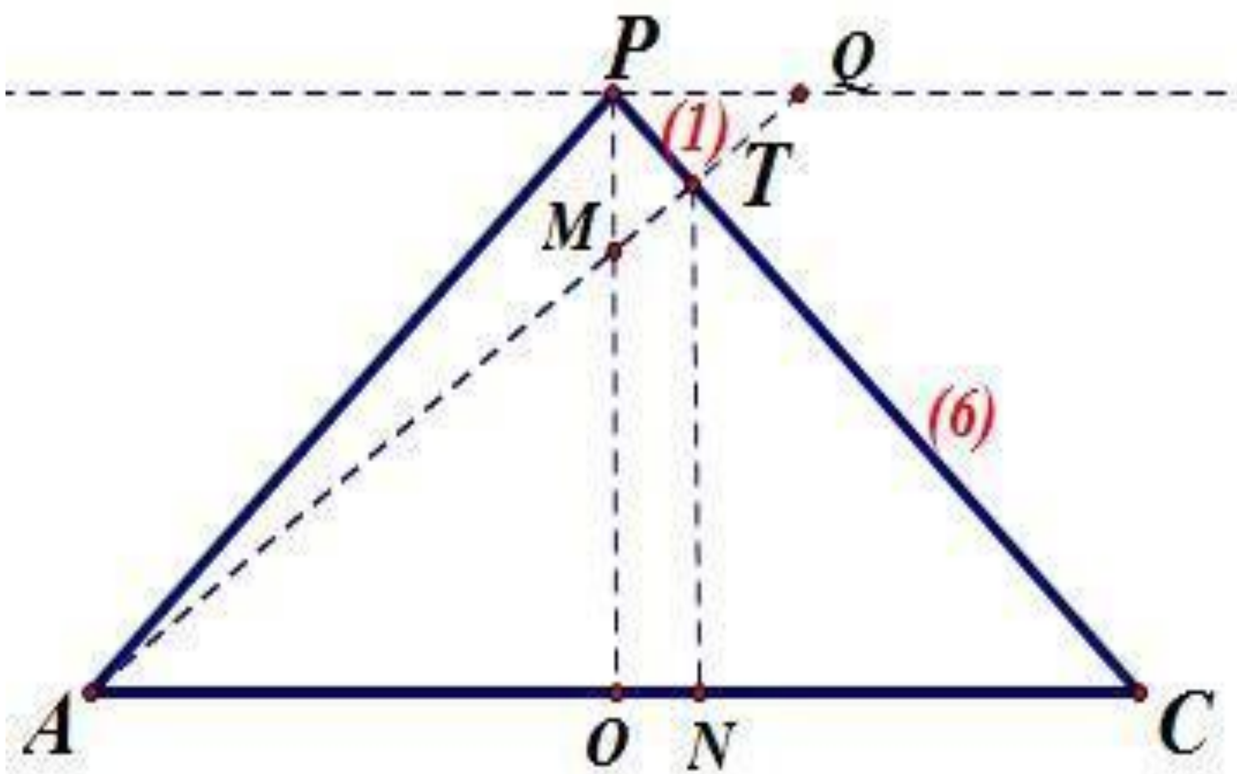
- PT=1/7,PC=14/7=2
- По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника APT получим:

$$AT=\sqrt{14^2+2^2}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$$

Чтобы найти длину отрезка KL , найдем, в каком отношении точка M делит отрезок PO. Вынесем треугольник APC «со всем фаршем»:

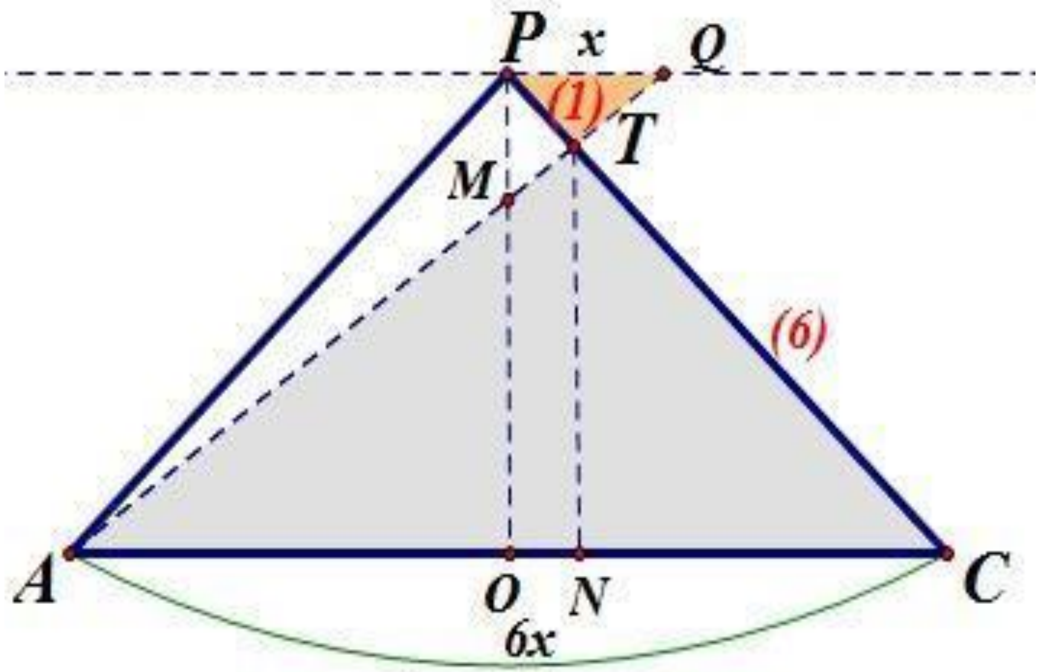


- Проведем через точку P прямую PQ параллельно прямой AC и продолжим прямую AT до пересечения с ней.

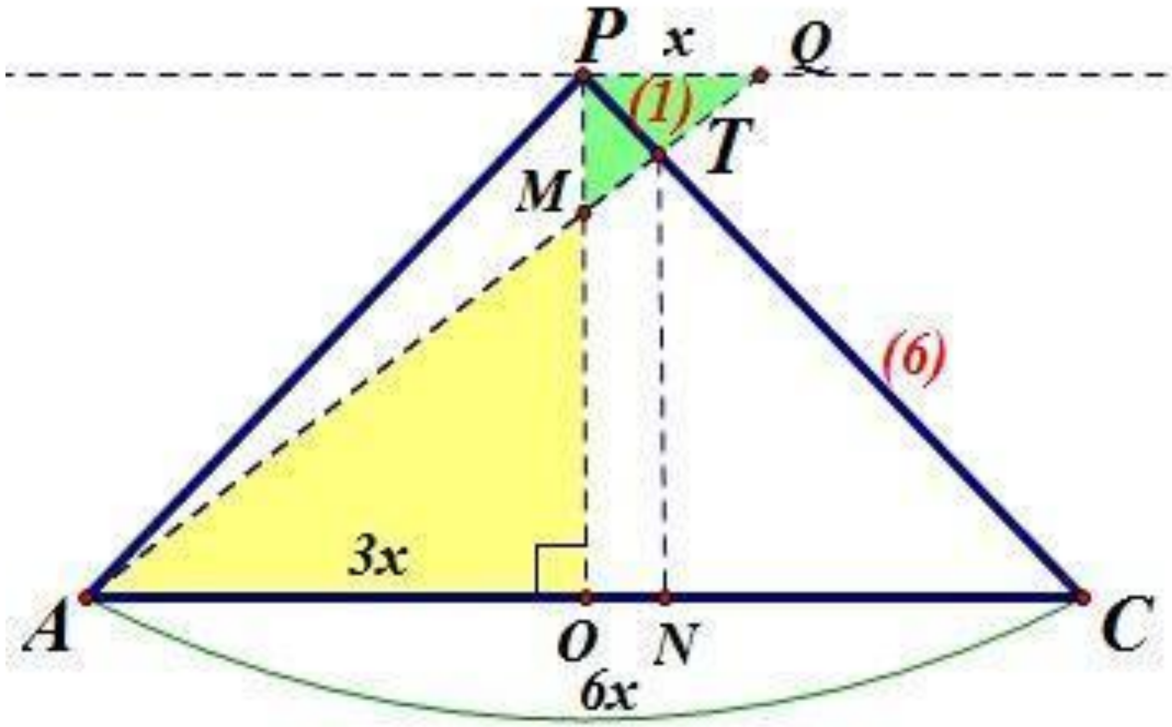


$\triangle$ PQT подобен $\triangle$ ATC, и $\frac{AC}{PQ} = \frac{TC}{PT} = 6$.

Обозначим PQ=x, тогда AC=6x



- Теперь рассмотрим подобные треугольники AMO и PMQ :

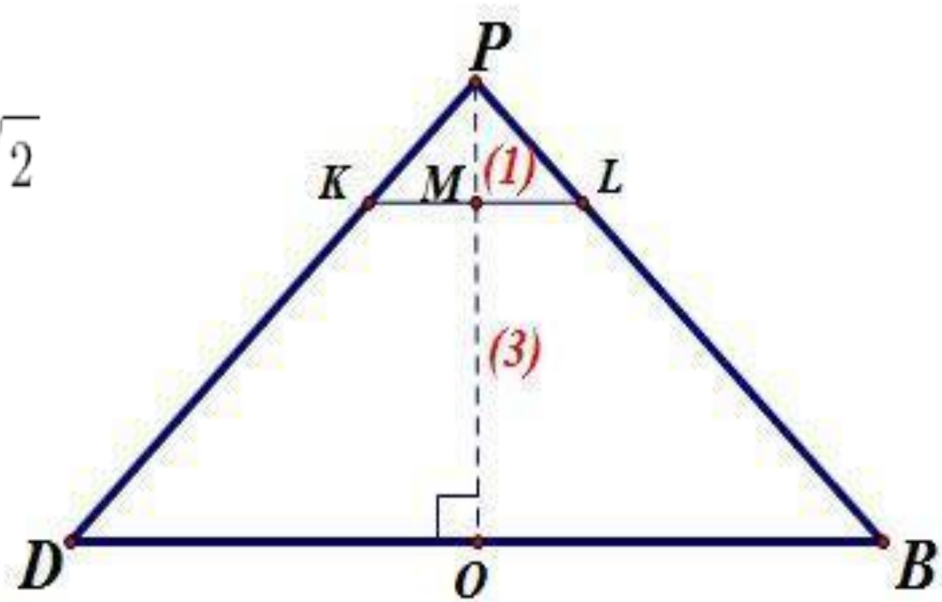


$AO = \frac{1}{2} AC = 3x$,следовательно $\frac{PM}{MO} = \frac{PQ}{AO} = \frac{1}{3}$

- Рассмотрим треугольник DPB, в котором KL||DB :

Треугольник KPL подобен треугольнику DPB, следовательно $\frac{KL}{DB}=\frac{PM}{PO}=\frac{1}{4}$

$$KL=\frac{1}{4}DB=\frac{\sqrt{14^2+14^2}}{4}=3{,}5\sqrt{2}$$

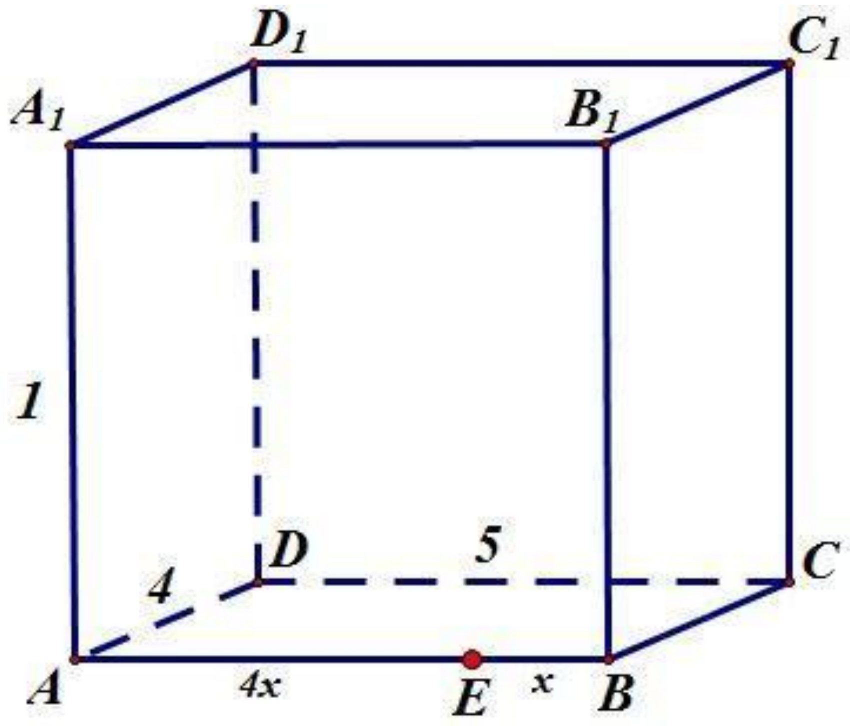


$$S=\frac{1}{2}\times AT\times KL=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}\times 3{,}5\sqrt{2}=35$$

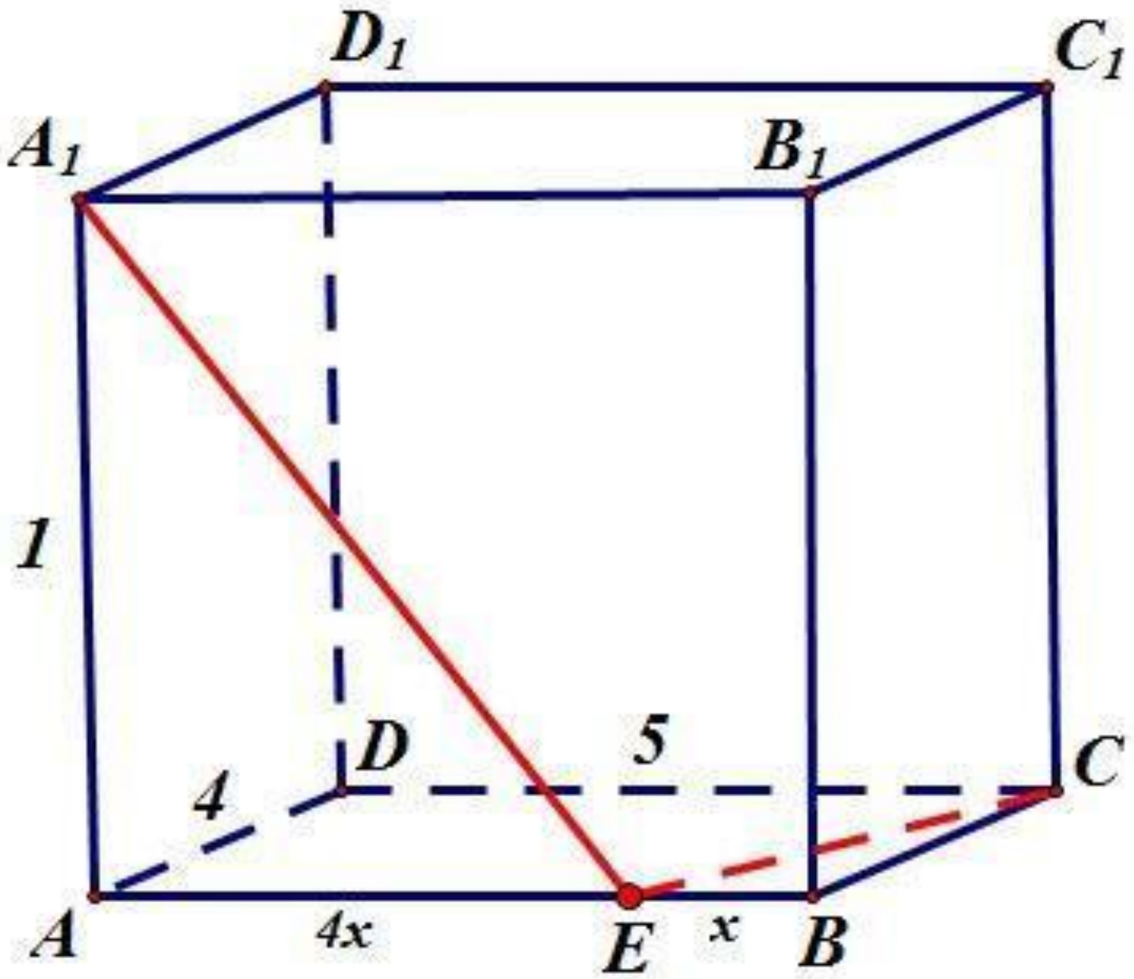
Ответ: 35

Решим ещё одну задачку.

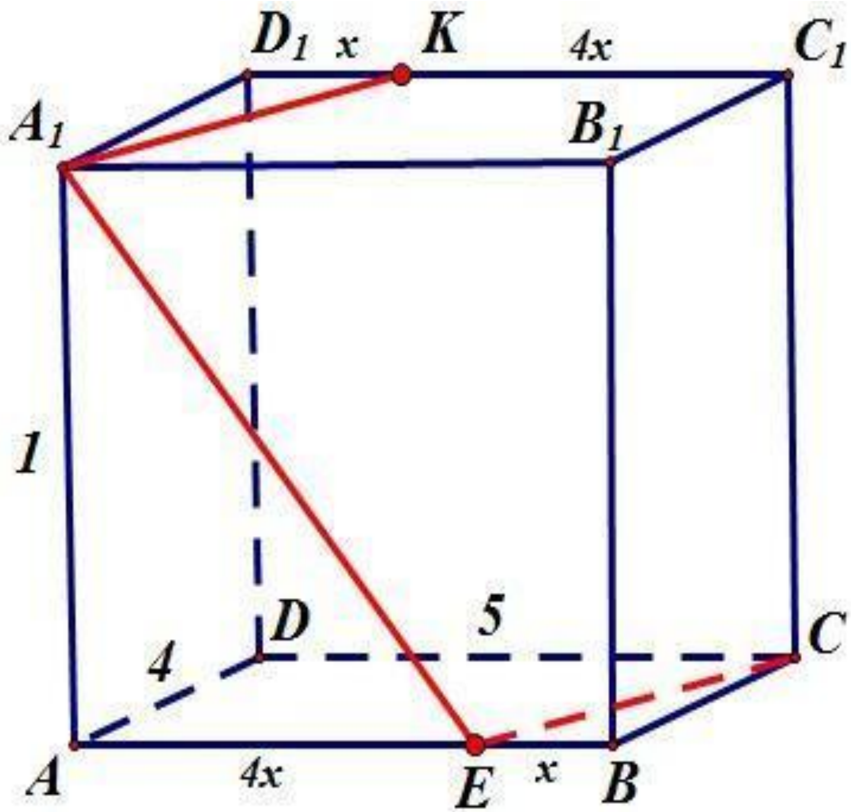
- **на ребре AB прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что AE:EB=4:1 . Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ECA_1, если AB=5, AD=4,AA_1=1**
-



- **1.** Построим сечение. Соединим точки, лежащие в одной грани:



- Через точку A_1 проведем прямую, параллельную EC (Линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны между собой): $A_1K||EC$



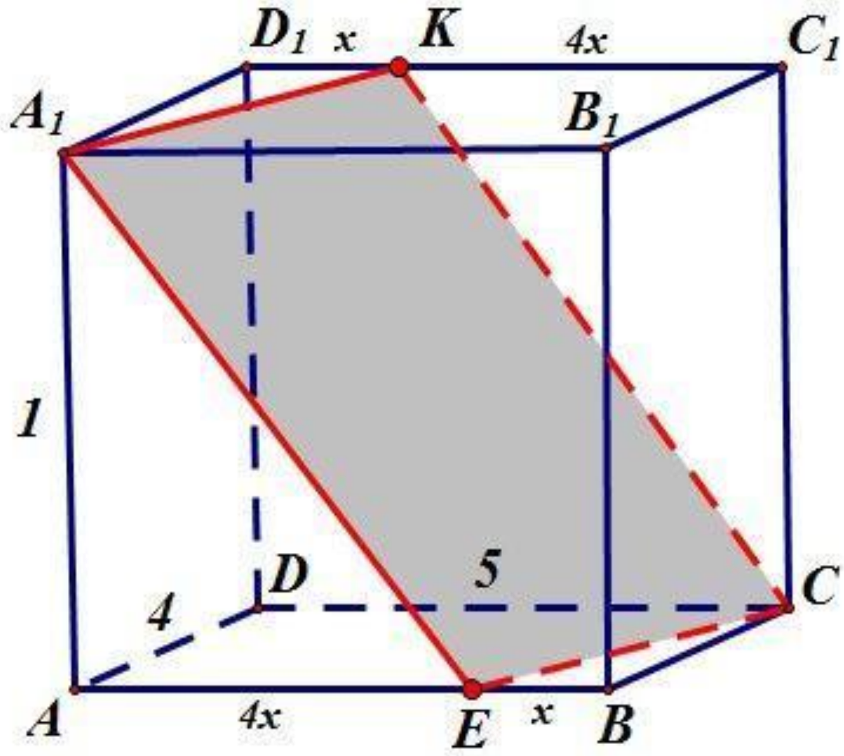
A_1KCE– искомая плоскость.

2. Найдем площадь параллелограмма A_1KCE .

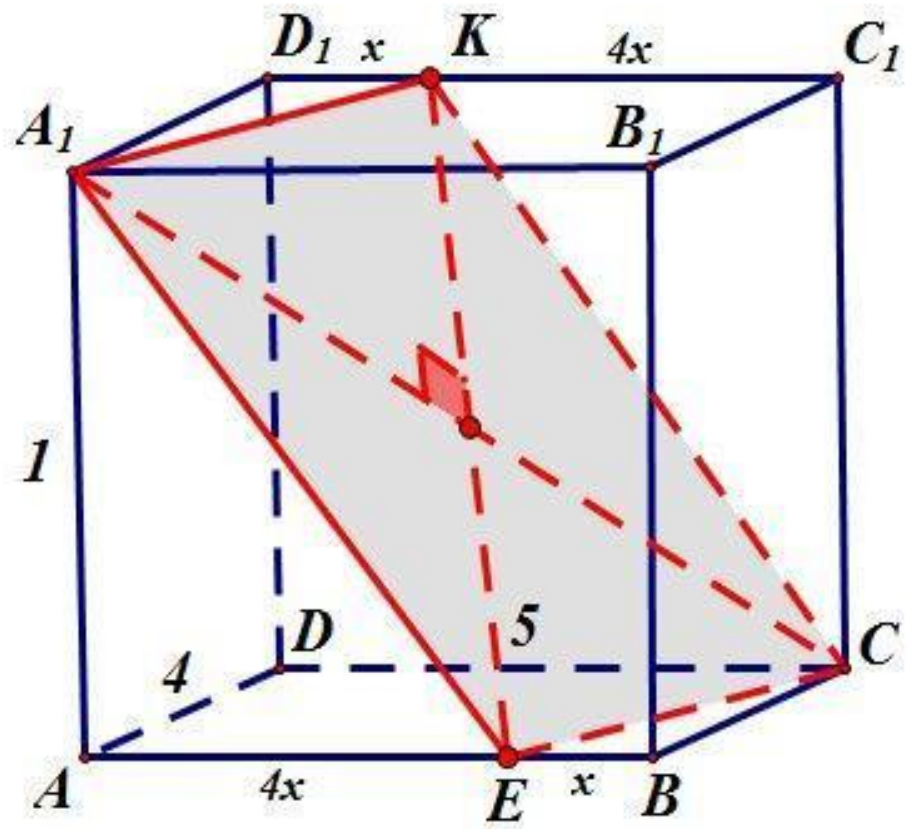
Докажем, что параллелограмм A_1KCE – ромб.

$x+4x=5$, $x=1$,следовательно: $D_1K=EB=1$, $KC_1=AE=4$.

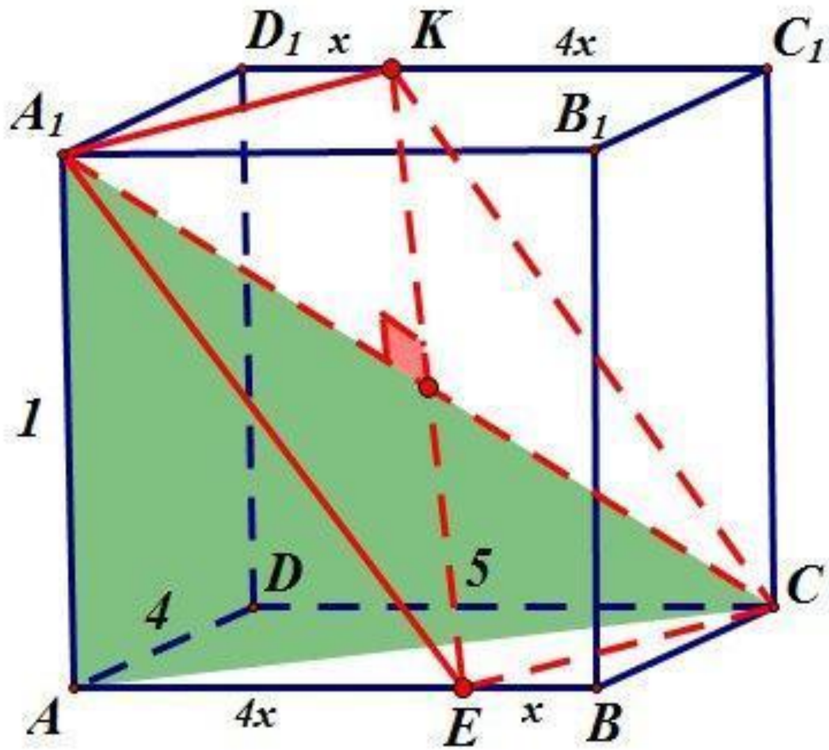
Получаем, $\Delta A_1D_1K=\Delta KC_1C=\Delta CBE=\Delta AA_1E$, отсюда $A_1K=KC=CE=A_1E$



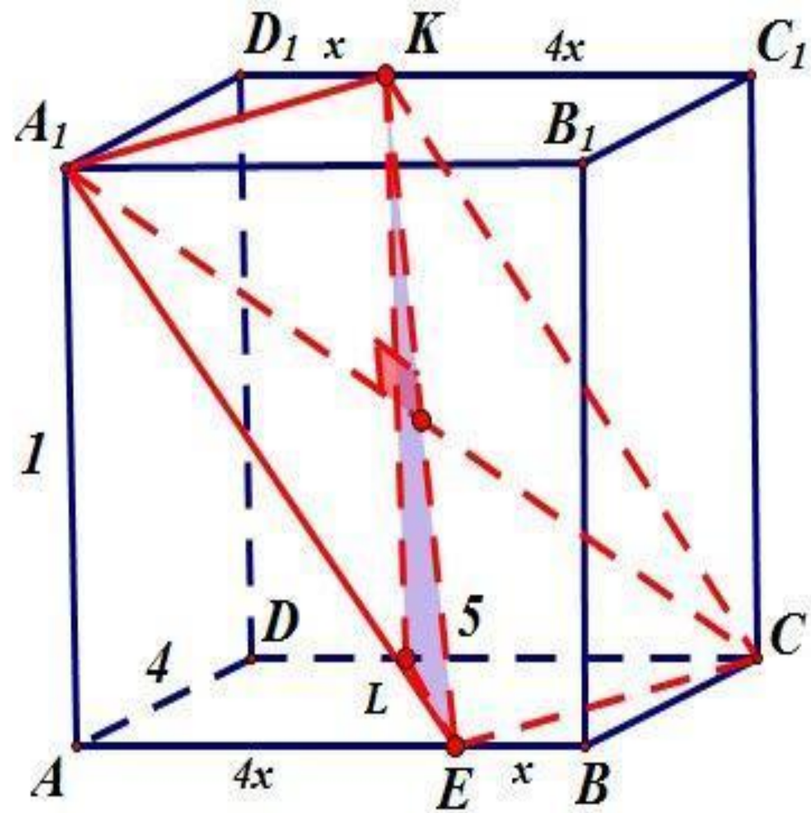
- Диагонали ромба перпендикулярны, то есть $A_1C \perp KE$



- Диагональ A_1C найдем из треугольника ACA_1



$$A_1C=\sqrt{4^2+5^2+1}=\sqrt{42}$$



- Диагональ KE

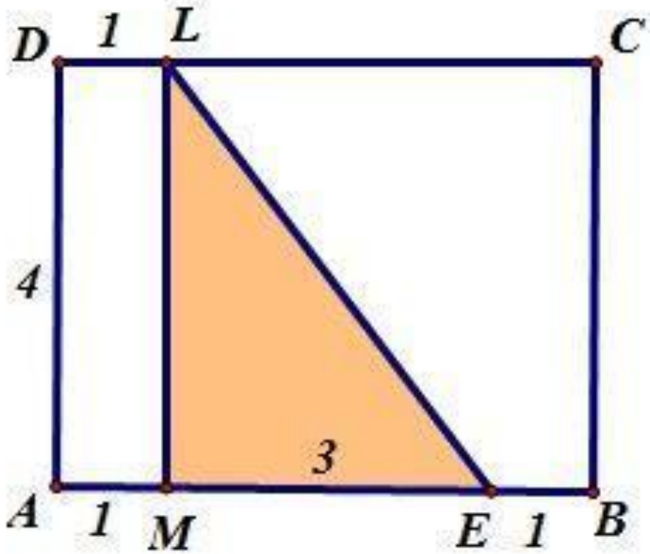
найдем из треугольника KLE :

-

- LE найдем из треугольника LME

$$LE=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

$$KE=\sqrt{5^2+1}=\sqrt{26}$$



- Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Итак, площадь сечения равна

$$\frac{1}{2}A_1C\times KE=\frac{1}{2}\sqrt{42}\sqrt{26}=\sqrt{273}$$

Ответ: $\sqrt{273}$