

Лекция 4. Спектральные приборы и измерения в лазерной физике

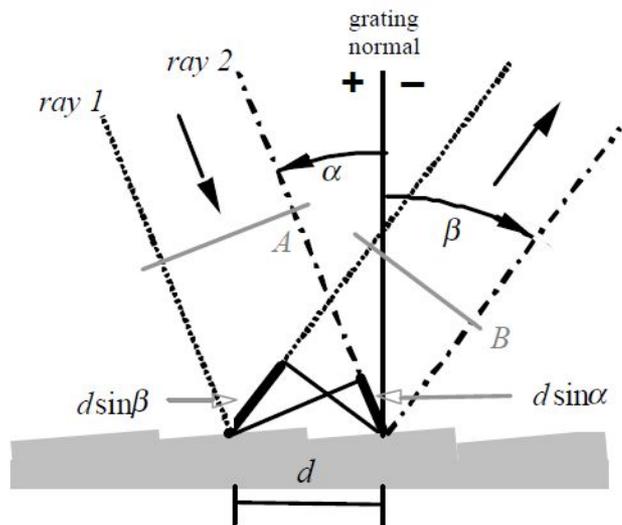
План лекции

- Основные понятие и характеристики спектрального прибора
- Уравнение дифракционной решётки
- Аберрации спектральных приборов и способы освещения входной щели
- Спектральные приборы (спектрометры, спектрографы и монохроматоры) и критерии выбора
- Регистрация спектров и выбор системы регистрации
- Применения дифракционных решёток
- Стретчеры и компрессоры

Основные понятия и характеристики спектрального прибора

- Дифракционная решётка
- Длина волны блеска
- Область энергетической эффективности дифракционной решётки
- Область дисперсии
- Угловая и линейная дисперсия
- Разрешающая способность
- Спектральная область решётки в зависимости от числа штрихов

Уравнение дифракционной решётки



Дифракционная решетка – это оптический элемент, состоящий из большого числа регулярно расположенных штрихов, нанесенных на плоскую или вогнутую поверхность. Решетки могут быть прозрачными или отражательными. Кроме того, различают амплитудные и фазовые дифракционные решетки.

$$\Delta s = AB + AC = d \cdot (\sin \alpha + \sin \beta)$$

- Разность хода между соседними пучками, идущими под углом β

$$\gamma = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} \cdot (\sin \alpha + \sin \beta)$$

- Соответствующая разность фаза

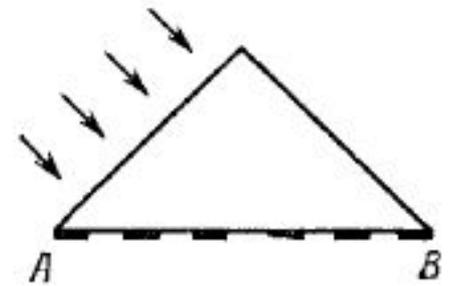
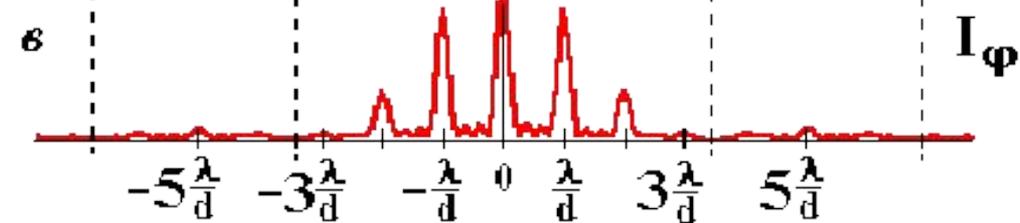
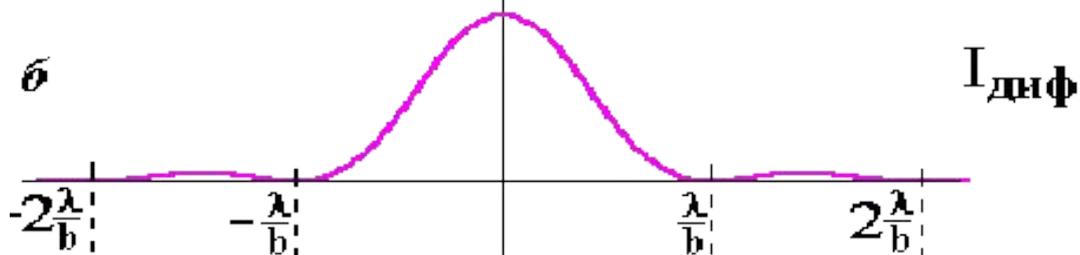
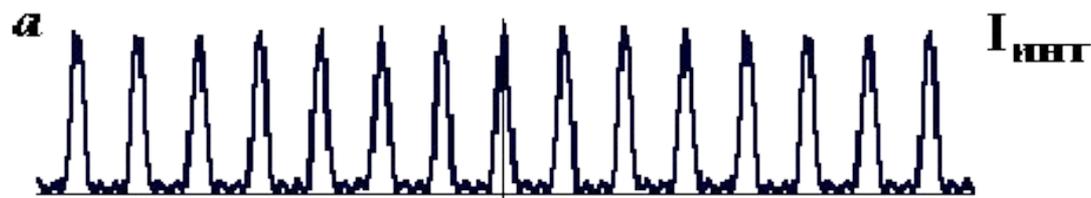
$$I_N \sim \left(\frac{\sin \frac{N \cdot \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right)^2$$

-интерференционная часть

Главные максимумы образуются в направлениях, когда разность хода между соседними пучками равна полному числу длин волн

$$d \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) = m \cdot \lambda$$

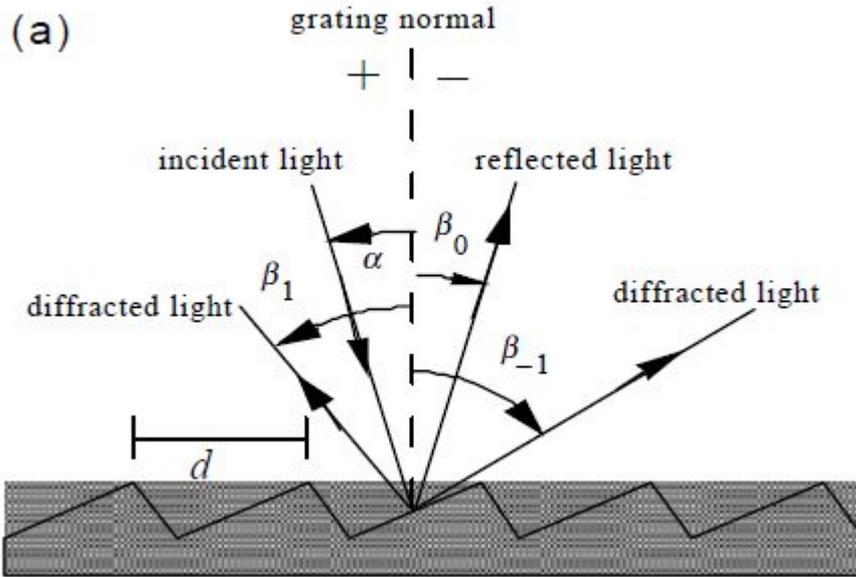
- уравнение решётки для света, падающего на решётку перпендикулярно штрихам



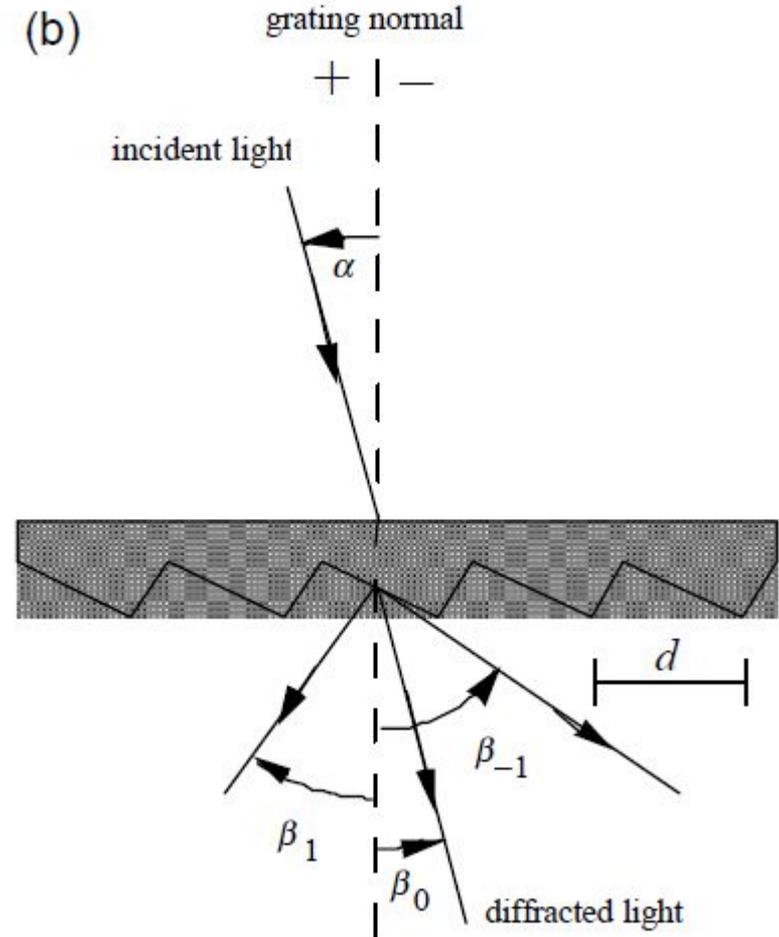
$$I_{\varphi} = A_{\varphi} A_{\varphi}^* = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N \delta}{\sin \delta} \right)^2$$

$$I_{\text{диф}} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad I_{\text{инт}} = \left(\frac{\sin N \delta}{\sin \delta} \right)^2$$

Правило знаков для порядков дифракции



Решётка на отражение



Решётка на пропускание

Коническая дифракция

$$m\lambda = d \cos \varepsilon (\sin \alpha + \sin \beta)$$

Модифицированное уравнение диф. решётки, если плоскость падения составляет с плоскостью, перпендикулярной поверхности решётки, угол ε

Если $\varepsilon=0$, то тогда уравнение для решётки вырождается в стандартное для in plane diffraction

Если $\varepsilon \neq 0$, тогда дифрагированные пучки будут лежать располагаться не в плоскости, а в конусе, а дифракция в этом случае будет называться «конической».

Littrow configuration И МОНОХРОМАТОР

Специальный, но часто использующийся случай, когда свет дифрагированный от решётки распространяется по тем же углом что и вошёл, то есть $\alpha = \beta$. Тогда уравнение для решётки трансформируется в следующее:

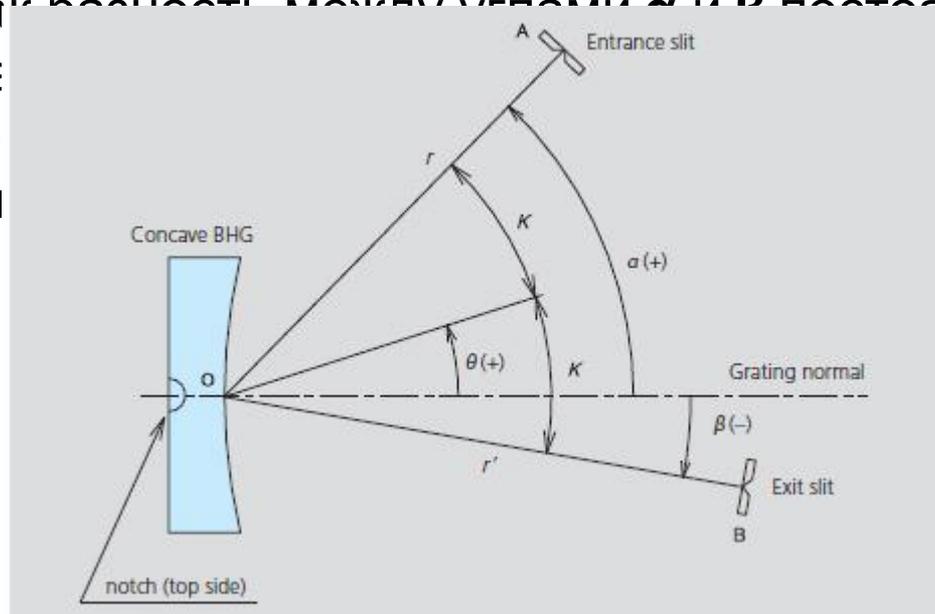
$$m\lambda = 2d \sin \alpha, \quad \text{in Littrow}$$

Уравнение решетки для применения к монохроматорам используют в более удобном виде. Так как расстояние между углами α и β постоянна при вращении решетки и эта постоянная зависит от конструкции монохроматора. Если ϕ – углом поворота решетки, то

$$2K = \alpha - \beta = \text{constant}$$

$$2\phi = \alpha + \beta$$

$$m\lambda = 2d \cos K \sin \phi$$



а при
ется
дят к

Уравнение диф.решётки для монохроматора

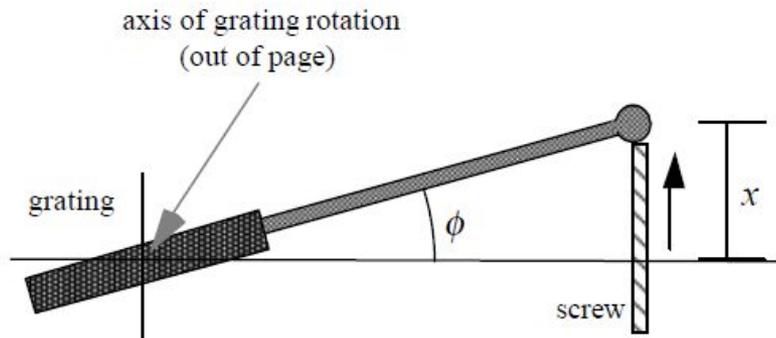
Уравнение решетки для применения к монохроматорам используют в более удобном виде. Так как разность между углами α и β постоянна при вращении решетки и эта разность известна θ , она определяется конструкцией монохроматора, то от двух переменных α и β переходят к одной φ – углу поворота решетки от нулевого порядка.

$$\alpha = \varphi + \frac{\theta}{2} \quad \beta = \varphi - \frac{\theta}{2}$$

Угол φ – поворота решётки по отношению к положению нулевого порядка

$$2 \cdot d \cdot \sin \varphi \cdot \cos \frac{\theta}{2} = k \cdot \lambda$$

Угол $\theta/2$ – половинный угол при решётке между падающим и дифрагированным лучом



«Синусный» механизм вращения решётки $x \sim \sin \varphi$

Дифракционные порядки

$$-2d < m\lambda < 2d \quad m - \text{целочисленное}$$

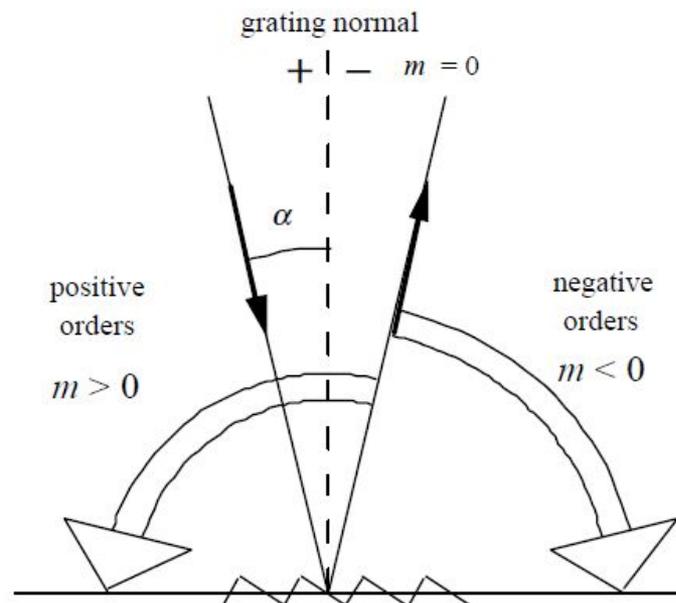
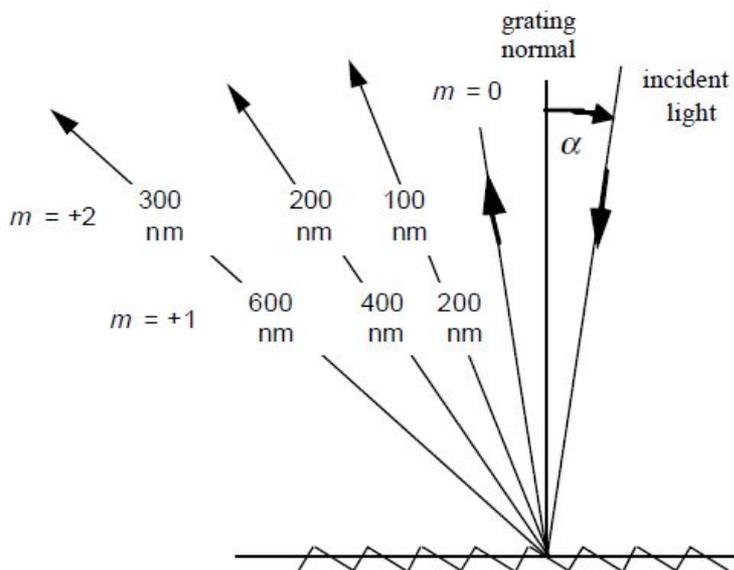
$\lambda/d \ll 1$ гарантирует существование многих дифракционных порядков

$\beta > -\alpha$ for positive orders ($m > 0$),

$\beta < -\alpha$ for negative orders ($m < 0$),

$\beta = -\alpha$ for specular reflection ($m = 0$)

Дифракционные порядки с $m > 0$ лежат против часовой стрелки относительно $m = 0$. $m < 0$ – дифракционные порядки лежат справа.



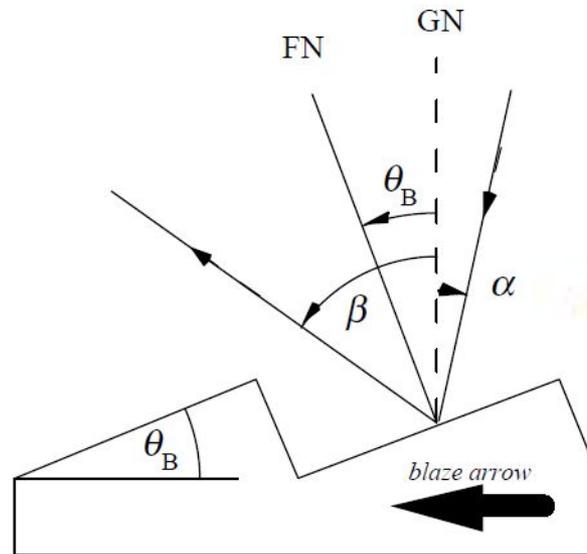
Длина волны блеска

Отражательная способность дифракционных решеток зависит от угла наклона штрихов – изменяя угол наклона грани штриха можно совместить центр дифракционного максимума функции I_D с интерференционным главным максимумом функции I_N

$$d \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) = m \cdot \lambda$$

$$\alpha + \beta_{\max} = 2 \cdot \psi$$

угол блеска



$$m\lambda = 2d \sin \theta_B$$

$$\lambda_{Blaze} = \frac{2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

λ_1 и λ_2 – граничные длины волн спектрального диапазона

Помогает правильно выбрать решётку для данного спектрального диапазона!

Примеры

Пример 1. Исследуемый диапазон 400...1200нм, т.е. $\lambda_1=400\text{нм}$, $\lambda_2=1200\text{нм}$. Тогда из формулы (8): $\lambda_{\text{Blaze}}=600\text{нм}$. Выберите решетку с блеском 600нм.

Пример 2. Исследуемый диапазон 600...1100нм. Расчет по формуле (8) дает с округлением 776 нм. Решетки с таким блеском в предлагаемом списке нет. Выбирается решетка с блеском, ближайшим к найденному, т.е. 750нм.

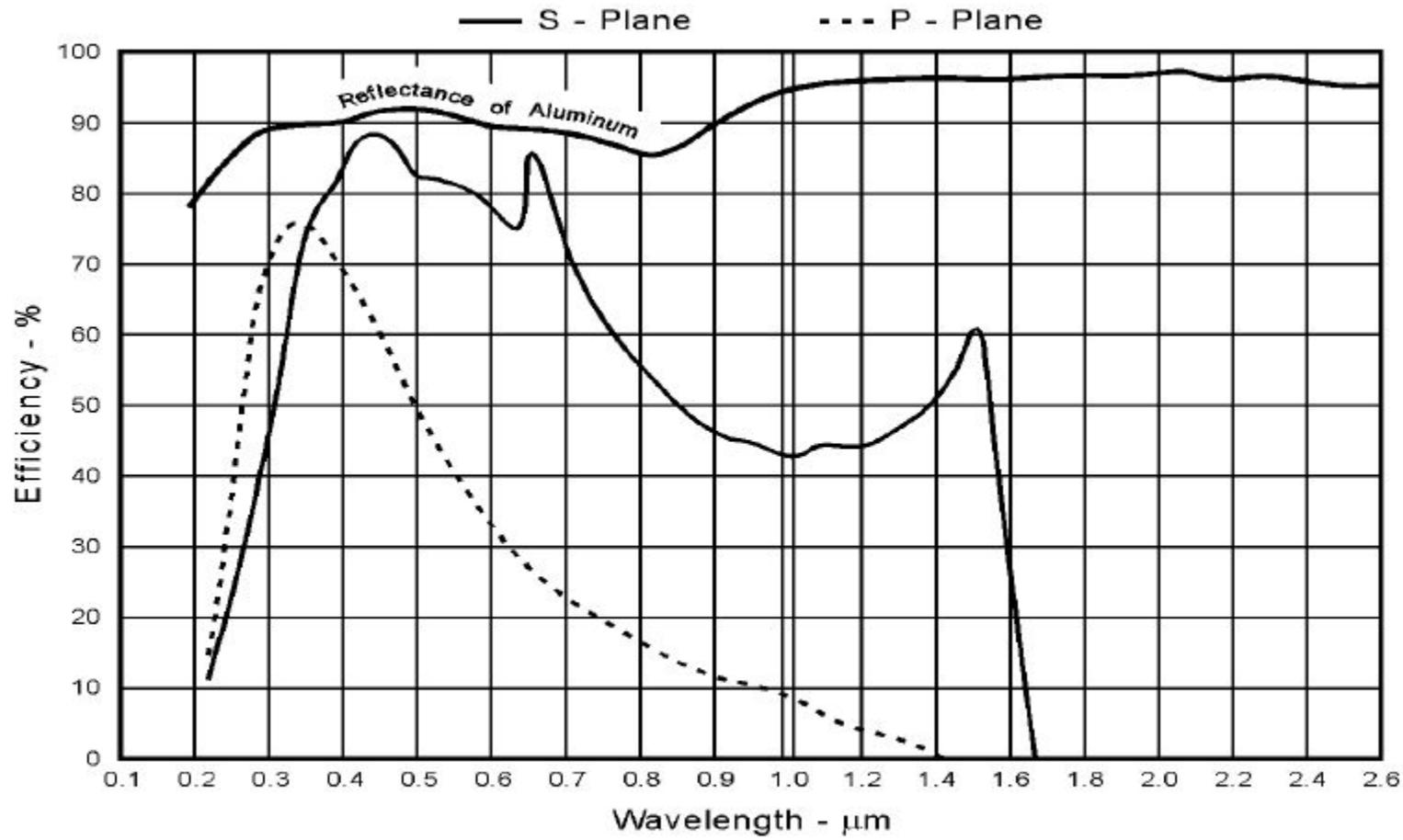
Область энергетической эффективности диф. решёток

Область, где коэффициент отражения решётки не менее 0.405, НАЗЫВАЕТСЯ

$\Delta\lambda_E$

Для $\Delta\lambda$

$\Delta\lambda$



здает

$\lambda_1 = \frac{2}{3} \lambda_{Blaze}$ $\lambda_2 = \frac{1}{3} \lambda_{Blaze}$

Область свободной дисперсии

Область дисперсии – спектральный интервал, в котором спектр данного порядка не перекрывается спектрами соседних порядков. Следовательно, имеет место однозначная связь между углом дифракции и длиной волны.

$$k \cdot \lambda_2 = (k + 1) \cdot \lambda_1$$

$$\Delta\lambda_D = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{k}$$

Для первого порядка:

$$\Delta\lambda_D = \lambda_1$$

$$\lambda_2 = 2 \cdot \lambda_1$$

Наиболее важный параметр для эшеллет решёток, поскольку они работают в высоких порядках и поэтому имеют очень малую область свободной дисперсии.

Чтобы совместить область дисперсии с областью энергетической эффективности дифракционной решетки, необходимо чтобы выполнялось условие:

$$\lambda_{Blaze} = \frac{4}{3} \cdot \lambda_1 = \frac{2}{3} \cdot \lambda_2$$

Пример

Пример. Если $\lambda_{Blaze} = 600nm$, тогда $\lambda_1 = \frac{3}{4}\lambda_{Blaze} = 450nm$, а

$$\lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_{Blaze} = 900nm .$$

Таким образом, для данной решетки в диапазоне от 450 нм до 900 нм область дисперсии совмещена с областью энергетической эффективности.

Угловая дисперсия

$$D = \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\beta} = \frac{m}{d} \sec\beta = Gm \sec\beta, \quad \text{угловая дисперсия}$$

Это означает, что чем больше штрихов на мм тем больше угловая дисперсия, то есть разделение по длинам волн больше.

Однако отношение m/d не может быть выбрано независимо от других параметров. Это сразу становится понятно, если выражение для угловой дисперсии записать следующим образом:

$$D = \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\lambda \cos\beta} \quad \text{Функция от угла падения и дифракции}$$

$$D = \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{2}{\lambda} \tan\beta \quad \text{конфигурация Littrow}$$

Линейная дисперсия

Для заданной длины волны в m -ом порядке (что соответствует углу дифракции β) линейная дисперсия для дифракционной решётки это произведение угловой дисперсии на эффективную фокальную длину $r'(\beta)$

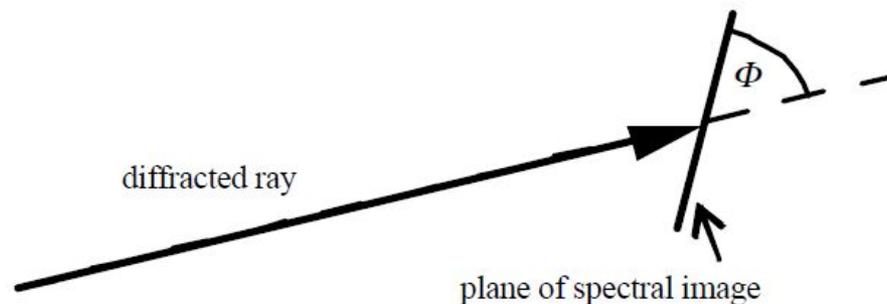
$$r' D = r' \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{mr'}{d \cos \beta} = \frac{mr'}{d} \sec \beta = Gmr' \sec \beta.$$

$$r' \Delta\beta = \Delta l$$

Изменение расстояния между двумя близкими спектральными компонентами в плоскости изображения

$$P = \frac{d \cos \beta}{mr'}$$

Обратная линейная дисперсия (нм/мм)



В этом случае для того, чтобы рассчитать правильно обратную линейную дисперсию необходимо её умножить на фактор $1/\sin(\Phi)$

Разрешающая способность

Теоретическая разрешающая способность R решётки это мера способности разделить спектральные линии с усредненной длиной волны λ . Она часто выражается в безразмерном виде как

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$\Delta\lambda$ - это предельное спектральное разрешение, разница в длинах волн при которых отдельные линии ещё могут быть разрешимы (аппаратная функция любого спектрального прибора)

$$R = N \cdot d \cdot \cos \beta \cdot \frac{d\beta}{d\lambda}$$

Для решетки шириной аппаратной функции является ширина главных максимумов интерференционной функции, тогда

$$R = mN$$

N – полное количество штрихов, засвеченных на поверхности диф.решётки

$$R = \frac{W(\sin \alpha + \sin \beta)}{\lambda}$$

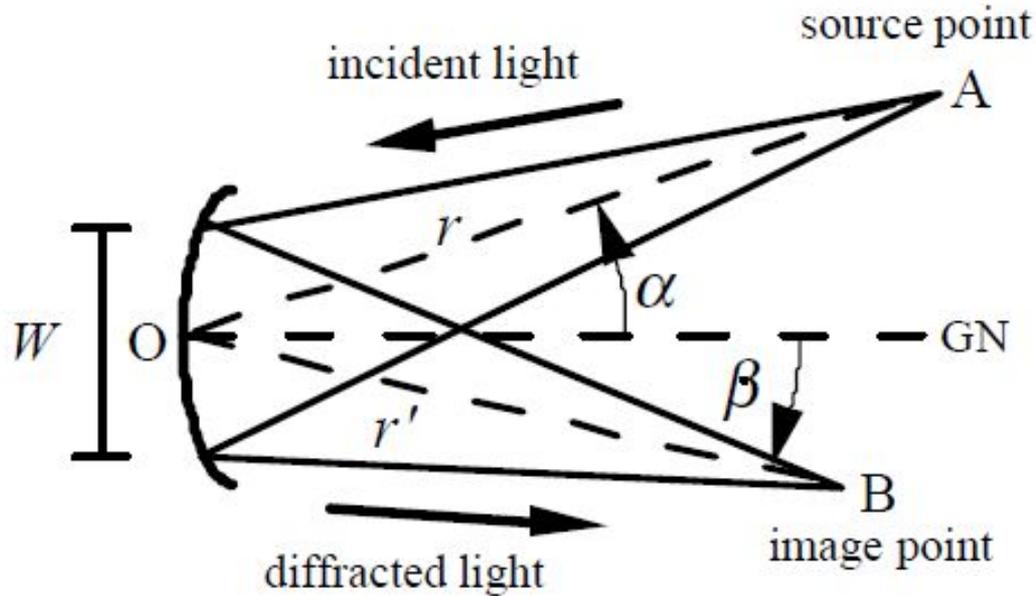
$W = N \times d$

$$R_{\text{MAX}} = \frac{2W}{\lambda}$$

не зависит от порядка дифракции и количества засвеченных штрихов

Практическая разрешающая способность ограничена спектральной шириной линии, излучаемой источником. По этой причине разрешающая способность >500000 чаще всего не используется, за исключением случаев, когда нужно знать спектральную ширину линии, эффект Зеемана, сдвиги линий.

Фокальное число (F/Number)



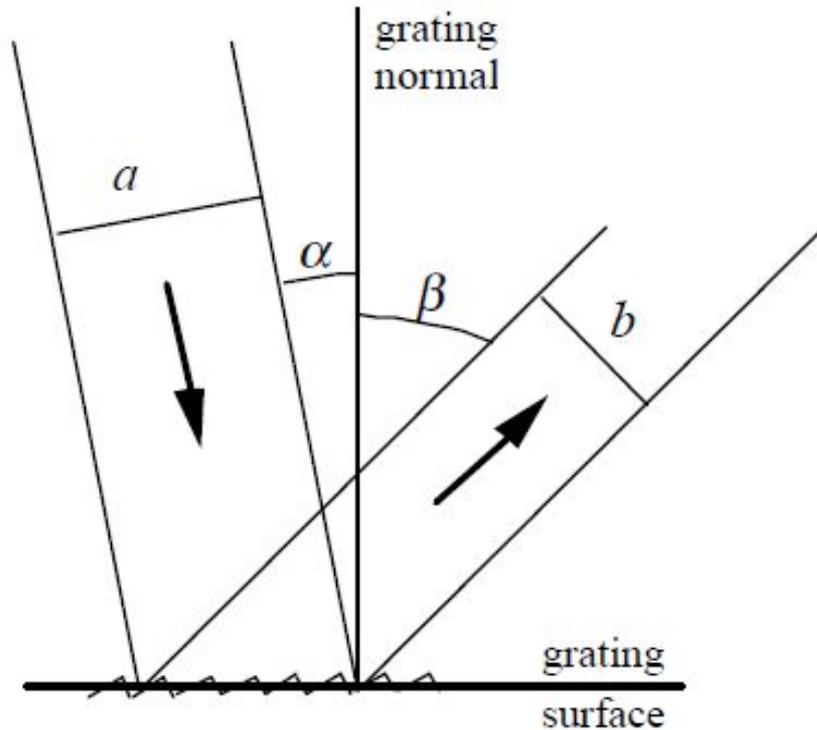
$$f/\text{no}_{\text{INPUT}} = \frac{r}{W}$$

$$f/\text{no}_{\text{OUTPUT}} = \frac{r'(\lambda)}{W}$$

Выбор параметров спектрального прибора должен быть таким, чтобы максимизировать F-number (снизить aberrации в оптической системе) при максимизации собираемого света на выходной щели.

Анаморфотное увеличение

Для коллимированных пучков:



$$\frac{b}{a} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

Увеличение разное для разных длин волн, как видно из этого выражения. Для фиксированной длины волны увеличение определяется конфигурацией, в которой используется решётка. Увеличение отсутствует только в Littrow configuration или для $m=0$.

Спектральная область решётки в зависимости от числа штрихов

Для каждой дифракционной решетки с периодом d существует предельная максимальная длина волны λ_{MAX}

Она определяется из уравнения решетки при $k=1$ и $\alpha=\beta=90^\circ$ и равна

$$\lambda_{MAX} = 2 \cdot d$$

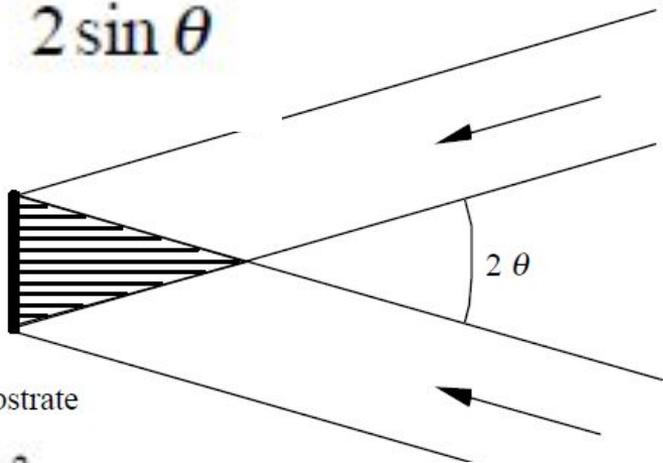
Поэтому при работе в различных областях спектра используются решетки с различным числом штрихов:

- для УФ области: 3600-1200 штр/мм;
- для видимой области: 1200-600 штр/мм;
- для ИК области: менее 300 штр/мм.

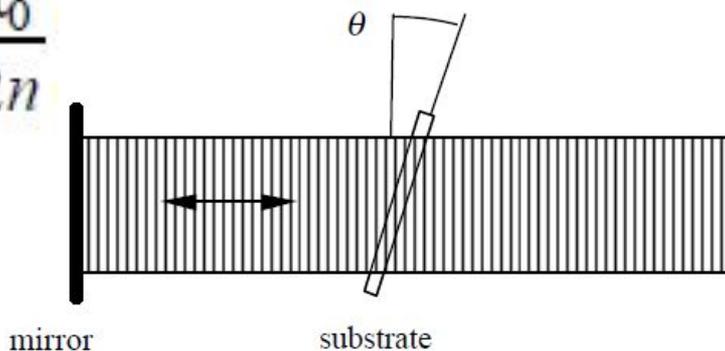
Разновидности дифракционных решёток

- Нарезные (ruled)
- Голографические (holographic)

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$



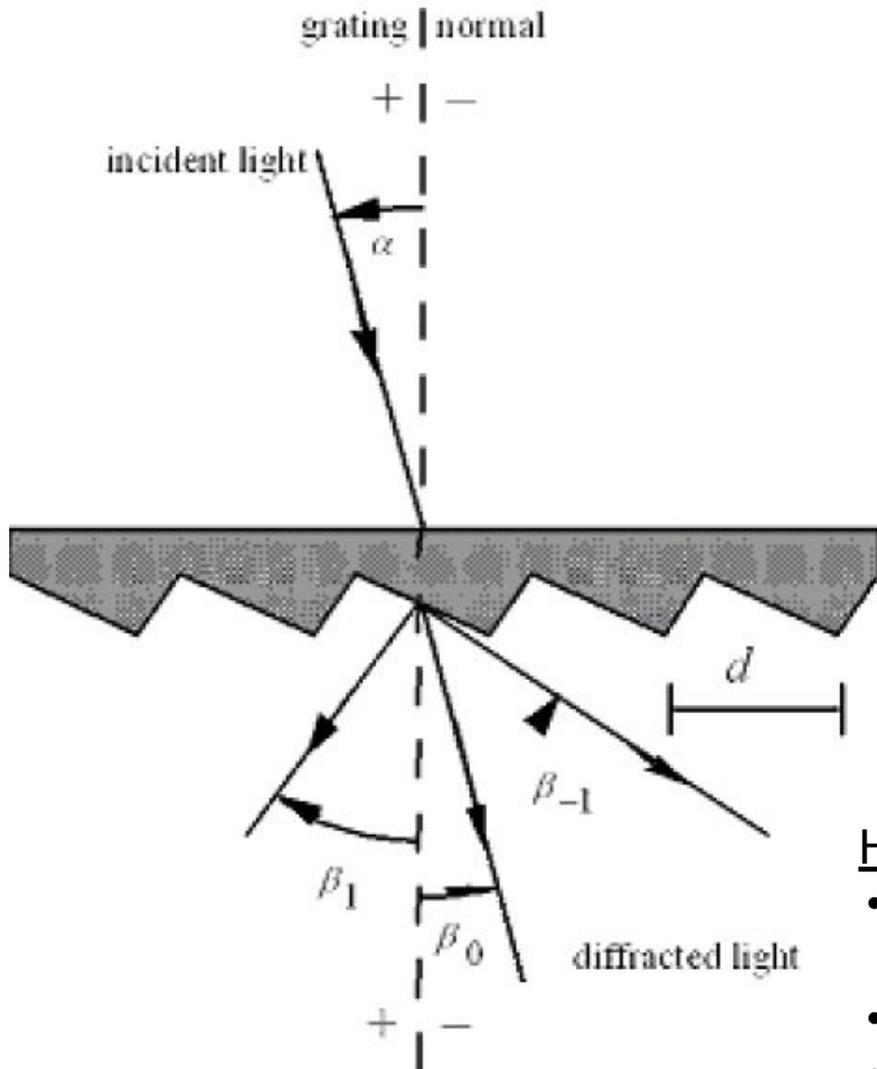
$$h = \frac{\lambda_0}{2n}$$



Отличия:

- Дифракционная эффективность может быть выше у нарезных решёток
- Рассеянного света меньше в голографических
- Голографическая решётка имеет в большинстве своём синусоидальный профиль штриха
- Малую плотность штрихов проще получить в нарезной решётке, а в голографической соответственно большую плотность
- Процесс производства нарезной решётки может занимать недели
- Размер мастер решётки ограничивается для голографической записи размером используемых

Transmission gratings



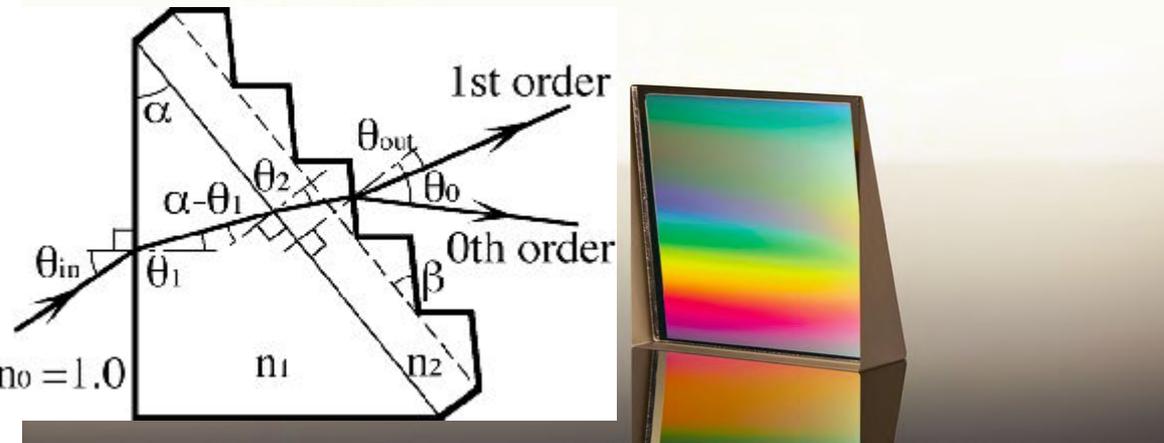
Особенности:

- требование к высокому качеству материала подложки (без пузырей и различных включений, плоскопараллельность поверхностей и т.д.)
- используемая плотность штрихов 1200 штр./мм
- Их проще чистить, но у них из-за материала подложки ограниченный спектральный диапазон использования
- Углы не могут быть слишком большие из-за полного внутреннего отражения
- Максимальная эффективность ограничивается 80%

Недостатки по сравнению с отр.решётками:

- Не могут работать в УФ диапазоне из-за поглощения
- Меньшая разрешающая способность
- Спектральные приборы основанные на отражательной решётки более компактны

Гризм (GRISM)



GRating and prISM=GRISM
(призма Carpenter)

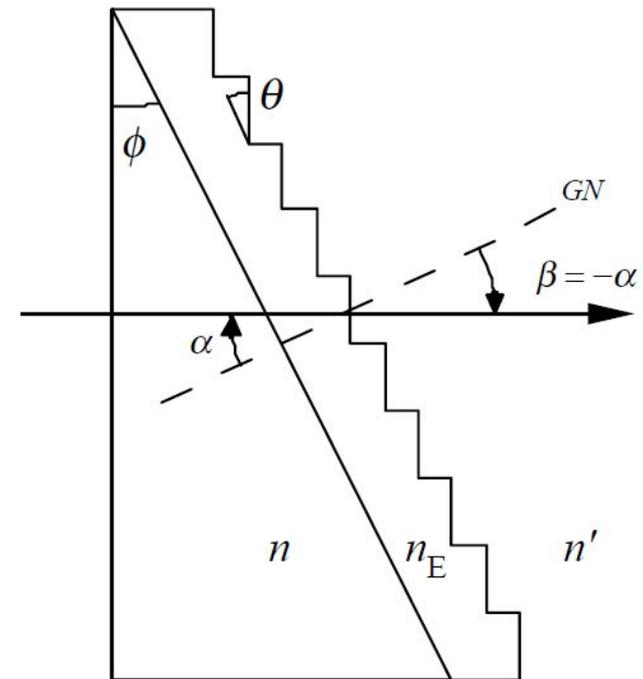
Обычно решётка на
прохождение реплицируется
или создаётся в самом
материале призмы.

$$m\lambda = d (n \sin \alpha + n' \sin \beta)$$

$$m\lambda = d (n-1) \sin \phi$$

Особенность:

- Возможность реализации бесщелевой спектроскопии прямого наблюдения, как в астрономии
- Используется в широком диапазоне длин волн от 115 нм до 30 мкм



Эшелетт решётка

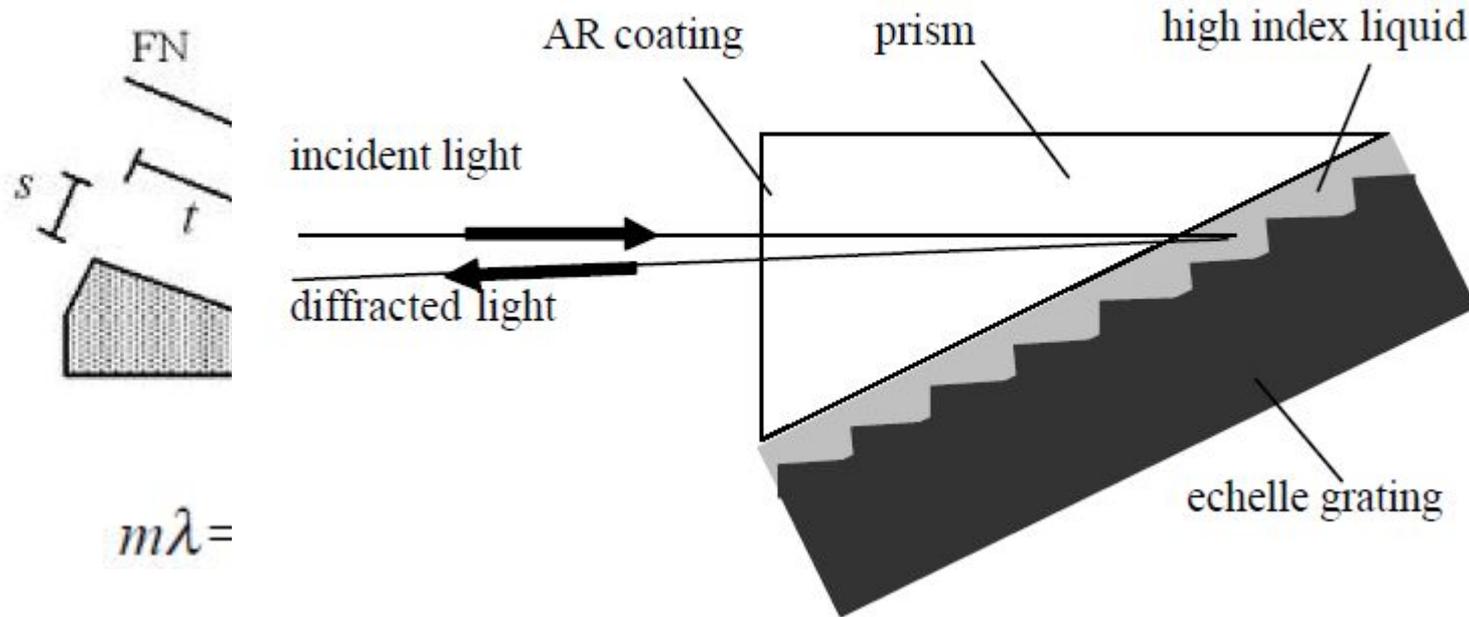
IGN

Специального типа решётка с большим периодом (большим

штрихами) и их порядках

х дифракции. Для высоких разрешающая достигать к большого

взвешиваемая длина



$$m\lambda =$$

$$l = \frac{r'\lambda}{s}$$

$$F_\lambda = \frac{r'}{2t}$$

Область свободной дисперсии

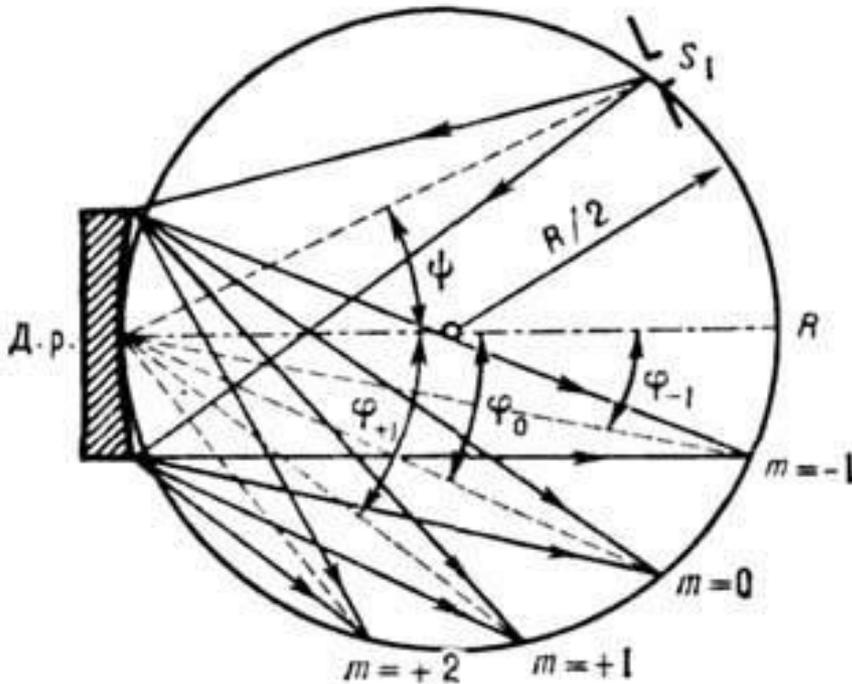
$$R \text{ number} = \tan \theta = \frac{t}{s}$$

$$r' \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = \frac{mr'}{d \cos \beta} = \frac{mr'}{s} = \frac{r'}{s} \left(\frac{2t}{\lambda} \right)$$

Линейная дисперсия эшелетта

Вогнутая дифракционная решётка

Круг Роуланда



Особенности:

- Не требуют в отличие от плоских решёток коллиматорного и фокусирующего зеркал – дифракционная решётка выполняет роль диспергирующего и фокусирующего элемента
- Источник света и спектр оказываются расположенными на окружности сферрич.поверхности диф.решётки
- Круг Роуланда – линия дисперсии
- Угловая дисперсии такая же как у плоской решётки, а линейная дисперсия отличается
- Обладает астигматизмом, который может быть скомпенсирован либо заменой формы подложки на тороидальную или неравномерным нанесением

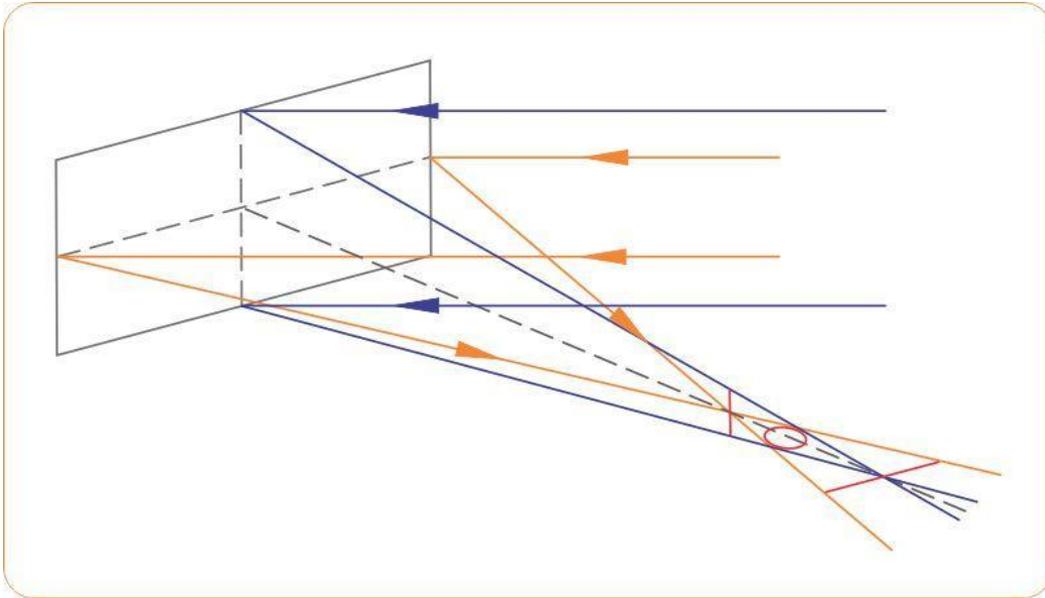
Аберрации в спектральных приборах

Идеальная оптическая система дает точечное изображение точки. В параксиальной области оптическая система близка к идеальной. Но при конечной ширине пучков и удалении источника от оптической оси нарушаются правила параксиальной оптики и изображение искажается. При конструировании оптической системы аберрации приходится исправлять.

- **Сферическая аберрация** (Распределение освещенности в пятне рассеяния при сферической аберрации таково, что в центре получается острый максимум при быстром уменьшении освещенности к краю пятна)
- **Кома** (Изображение точки при наличии комы имеет вид несимметричного пятна, освещенность которого максимальна у вершины фигуры рассеяния)
- **Астигматизм** (Обусловлен неодинаковой кривизной оптической поверхности в разных плоскостях сечения)
- **Кривизна поля** (Отклонение поверхности наилучшей фокусировки фокальной плоскости)
- **Дисторсия** (Дисторсия заключается в искажении изображения вследствие неодинакового линейного увеличения различных частей изображения)
- **Хроматическая аберрация** (Вследствие дисперсии света проявляются

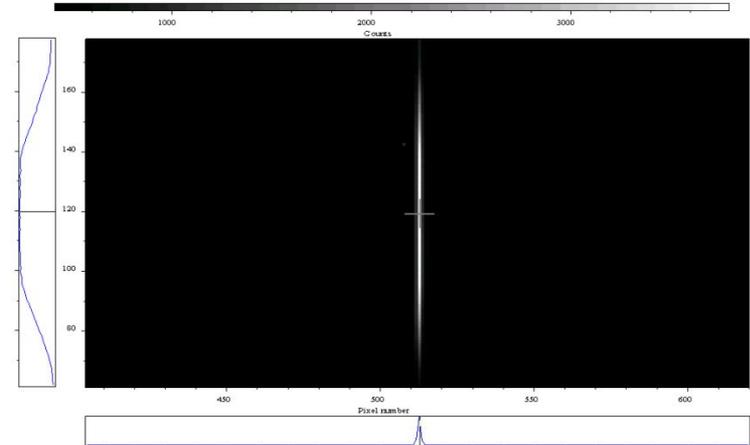
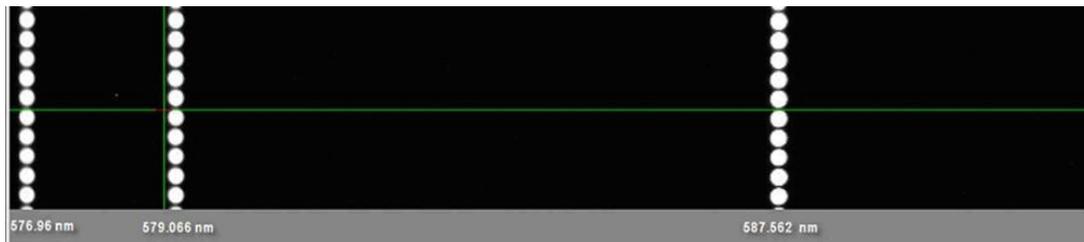
Астигматизм и его компенсация

Проявление астигматизма при использовании вогнутого внеосевого зеркала



Астигматизм это aberrация внеосевых пучков, при которой точки фокуса для меридиональной и сагиттальной плоскостей не совпадают. По мере увеличения относительного отверстия астигматизм

Спектральное изображение оптического волокна диаметром 200 мкм в фокальной плоскости монохроматора-спектрогарфа MS7504 (без компенсации астигматизма). Ширина входной щели: 25 мкм.



Освещение входной щели

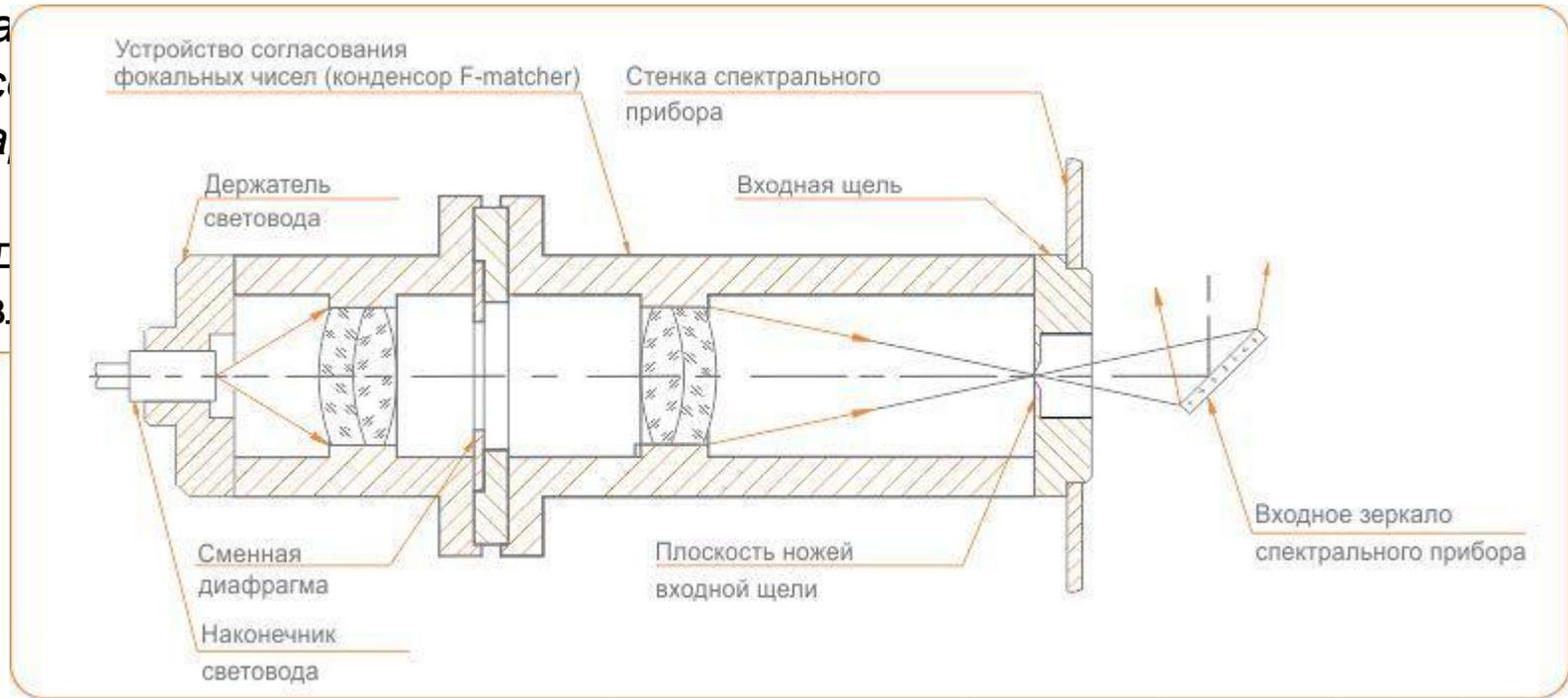
- Когерентное и некогерентное освещение

Если основным требованием является достижение максимального разрешения, то апертуру дифракционной решетки заполняют когерентным светом в плоскости, перпендикулярной щели. Если требуется обеспечить

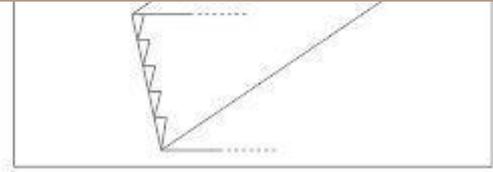
максимального

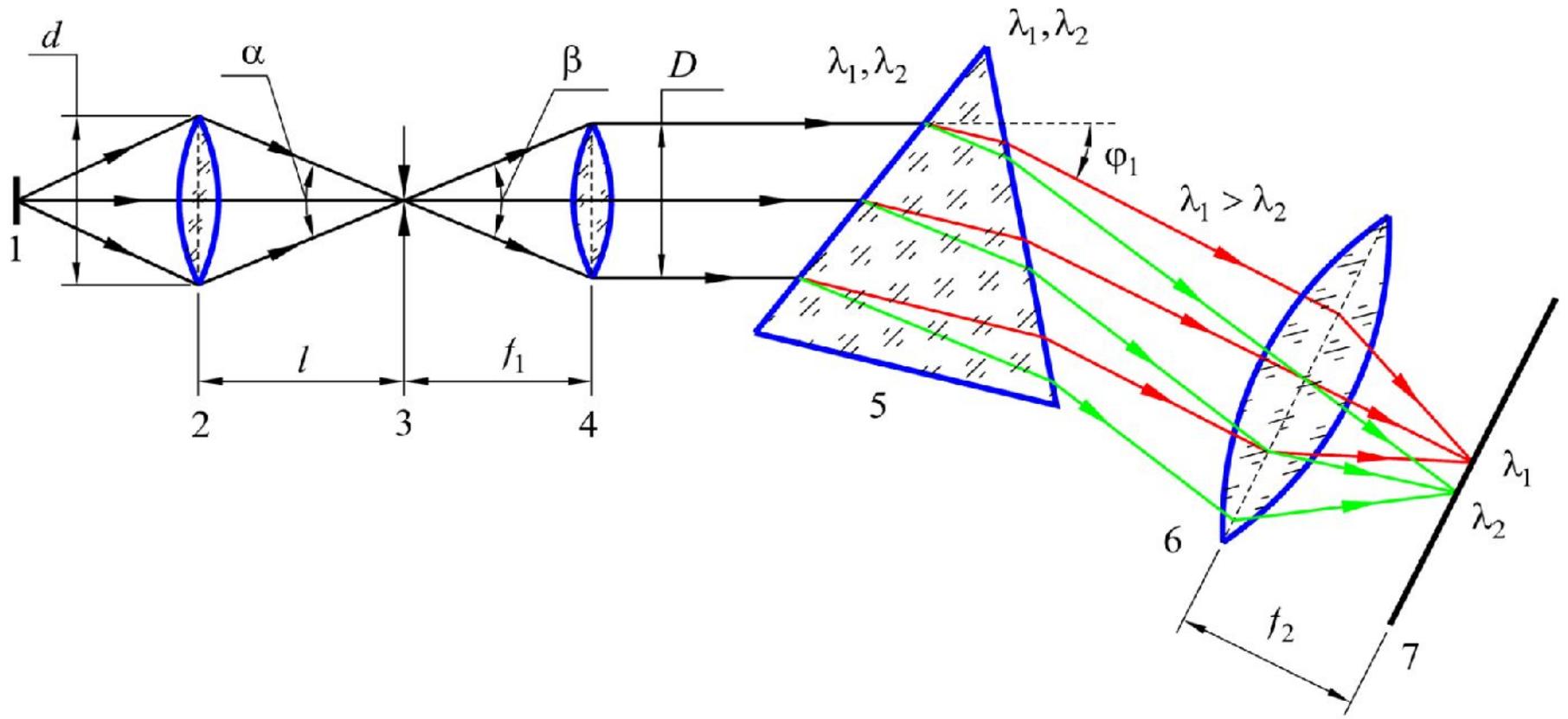
максимального
освещения
падения
• Однородное
явление
с

,
к



$$\theta = \left(\frac{d_k}{f_k} \right)$$





Конфигурации монохроматоров

Схема Монка-Джиллисона

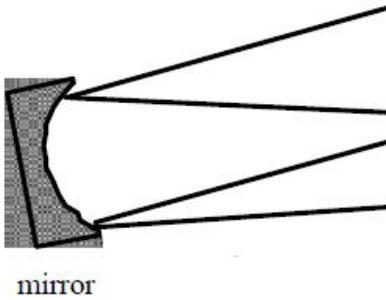


Схема Литтроу

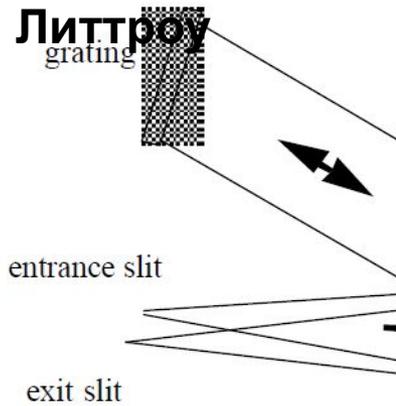


Схема Черни-Тернера

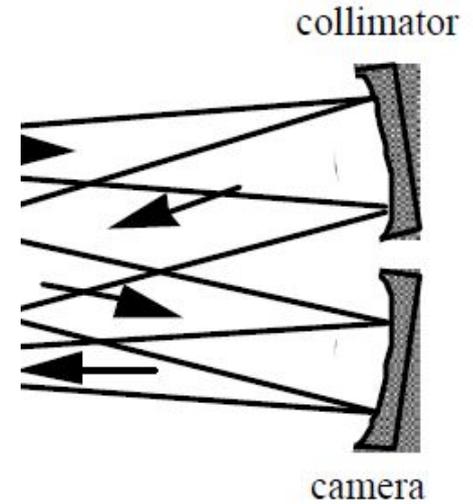
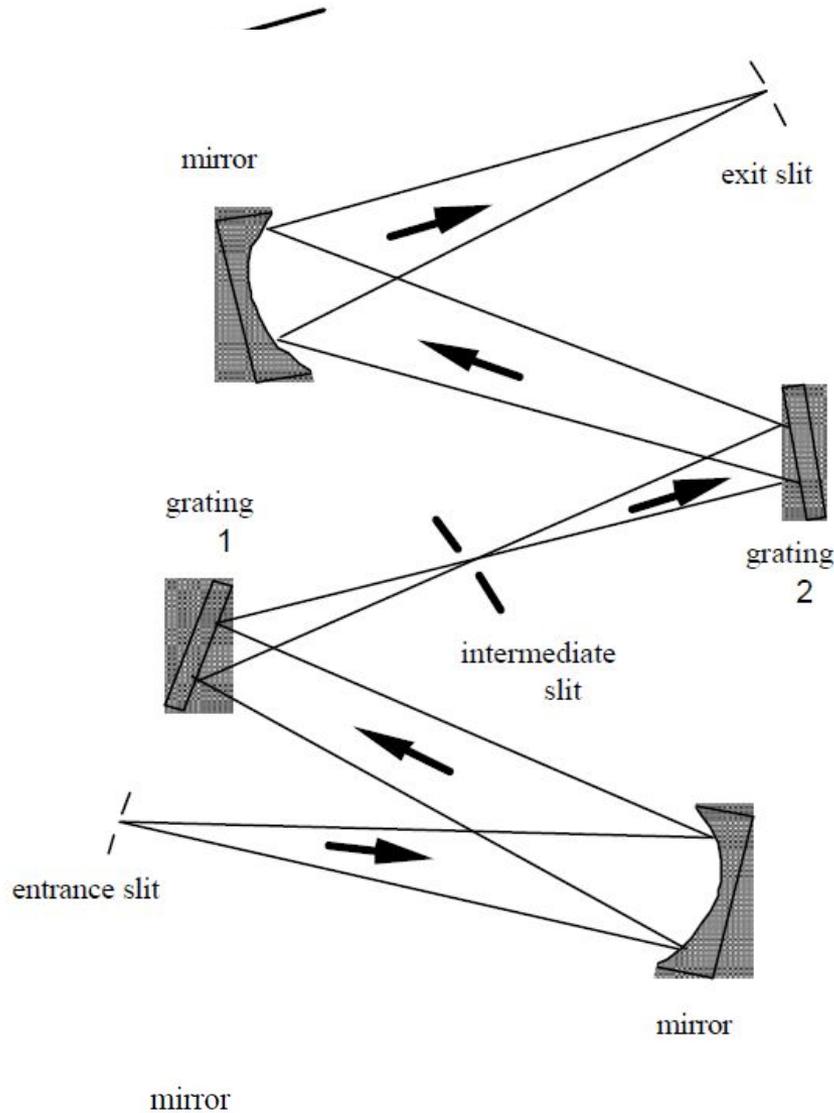
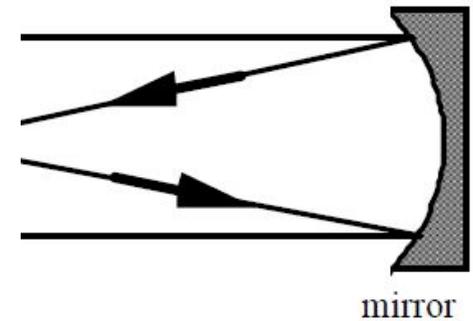


Схема Рорта-Фасти



Спектральные приборы

- **Монохроматоры**

Монохроматоры предназначены для выделения излучения в пределах заданного спектрального интервала. Оптическая система монохроматора включает в себя входную щель, коллиматорный объектив, дифракционную решетку, фокусирующий объектив и выходную щель, которая выделяет излучение, принадлежащее узкому интервалу длин волн. В монохроматорах всегда имеется возможность сканирования спектра путем поворота дифракционной решетки вручную либо с помощью специального механизма.

- **Спектрографы**

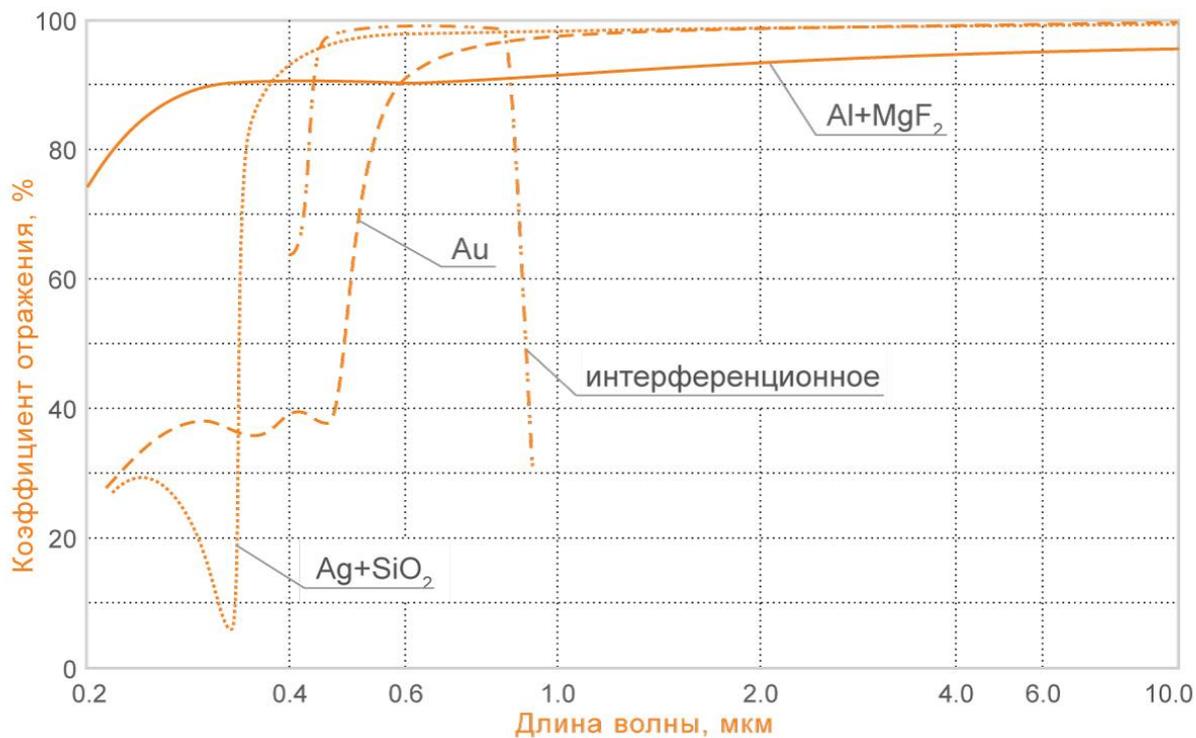
Спектрографы предназначены для одновременной регистрации относительно широкой области спектра. В отличие от монохроматоров, в фокальной плоскости фокусирующего объектива вместо выходной щели устанавливается многоэлементный приемник (фотодиодная линейка, ПЗС линейка, ПЗС матрица и др.), позволяющий регистрировать оптическое излучение в пределах определенного поля. Спектрографы используются преимущественно в ультрафиолетовой (УФ), видимой и ближней инфракрасной (ИК) областях спектра, что обусловлено имеющимися в настоящее время многоэлементными приемниками излучения (190 – 2600 нм).

- **Спектрографы с встроенной системой регистрации называются спектрометрами**

Основные характеристики спектральных приборов

- рабочий спектральный диапазон
- светосила и относительное отверстие
- дисперсия и разрешающая способность
- уровень рассеянного света
- компенсация астигматизма

Рабочий спектральный диапазон



Определяется:

- Оптикой внутри спектрального прибора и соответствующим покрытием
- Параметрами диф. решёток (в первую очередь углом блеска)
- Рабочий спектральный диапазон, в котором эффективность решетки составляет не менее 40 процентов относительно эффективности на длине волны в угле блеска
- Угол разворота решётки

Примеры

Пример 1.

Угол разворота решетки 1200 штр/мм в монохроматор-спектрографе MS3501 составляет 0 - 1290 нм. При использовании решетки с длиной волны в угле блеска 250 нм ее рабочий диапазон длин волн составит от 170 до 500 нм (диапазон, в котором эффективность решетки составляет не менее 40 процентов относительно эффективности на длине волны в угле блеска). Рабочий же спектральный диапазон прибора составит 180 - 500 нм, т.к. излучение с длинами волн короче 180 нм будет поглощаться воздухом.

Пример 2.

Угол разворота решетки 1800 штр/мм в MS3501 составляет 0-860 нм. При использовании решетки с длиной волны в угле блеска 750 нм ее рабочий диапазон длин волн составит от 500 до 1500 нм. Рабочий же спектральный диапазон прибора составит 500 - 860 нм, т.к. длинноволновая граница рабочего спектрального диапазона прибора будет ограничена не рабочим диапазоном самой решетки (500 - 1500 нм), а максимальным углом разворота решетки в приборе.

Светосила и относительное отверстие

Светосила спектрального прибора характеризует освещенность, создаваемую в фокальной плоскости фокусирующего объектива, или поток излучения, падающий на приемник излучения. Энергия излучения, проходящего через спектральный прибор и попадающего на приемник излучения, определяется относительным отверстием коллиматорного и фокусирующего объективов.

Объектив с круглым входным отверстием:

$$\text{относительным отверстием} \quad \varepsilon = \frac{d}{f} \quad \text{фокальным числом} \quad \frac{1}{\varepsilon}$$

Объектив с квадратным входным отверстием:

$$\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{ah}}{f}$$

Например, если фокусное расстояние коллиматорного зеркала составляет 380 мм, а его размеры - 70x70 мм, то относительное отверстие $\varepsilon=1/4.8$, а фокальное число равно 4.8.

Дисперсия и разрешающая способность

Для дифракционной решетки угловая и обратная линейная дисперсия

$$D = \frac{kN}{\cos \varphi'}$$

$$\frac{d\lambda}{dl} = \frac{\cos \delta}{f_2 D}$$

Разрешающая способность

$$k = \frac{\lambda}{d\lambda}$$

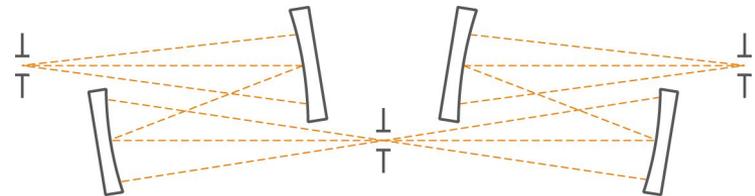
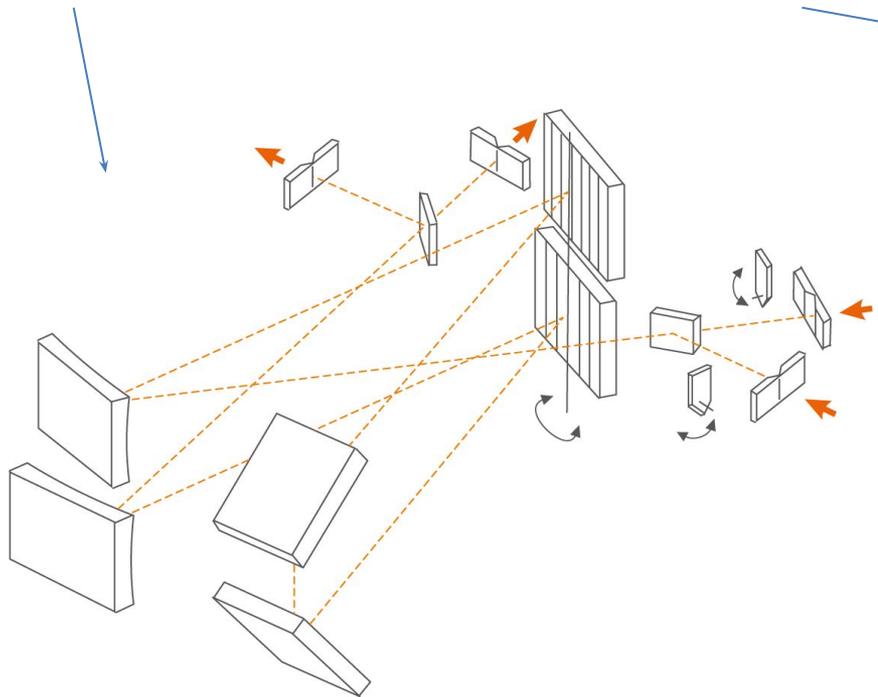
$$k = \frac{\lambda}{b_1} \frac{dl}{d\lambda}$$

b_1 - наименьшее расстояние между двумя разрешаемыми монохроматическими линиями.

Уровень рассеянного света

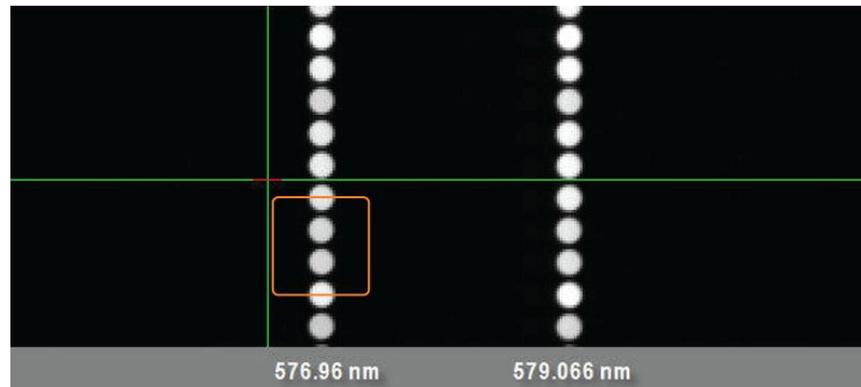
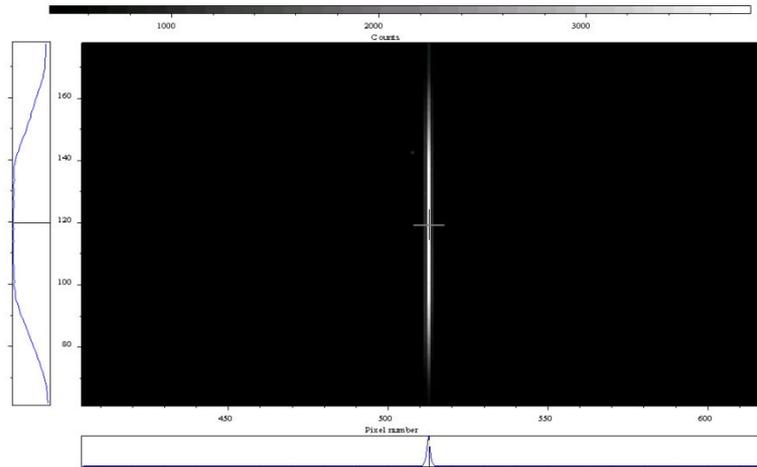
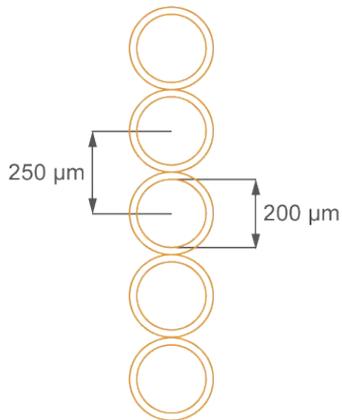
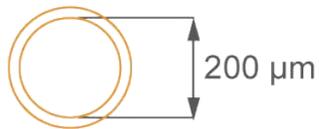
Во всех монохроматорах на выходную щель всегда попадает, помимо разложенного в спектр излучения, еще и некоторое количество паразитного (рассеянного) излучения других длин волн. Объяснить это можно многократным отражением света от оптических деталей, бликами на их оправках и внутренних стенках прибора, рассеянием света на поверхностях оптических деталей.

Для снижения уровня рассеянного света применяются монохроматоры с двойной дисперсией и двойные монохроматоры



Компенсация астигматизма (Imaging)

Из большого количества aberrаций, присущих оптическим системам, важно остановиться на астигматизме, т.к. эта aberrация характерна для всех «классических» спектральных приборов.



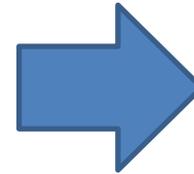
Разновидности систем регистрации спектров

В зависимости от типа используемого приемника излучения, различают следующие типы систем регистрации: **интегральные** и **с построением изображения**.

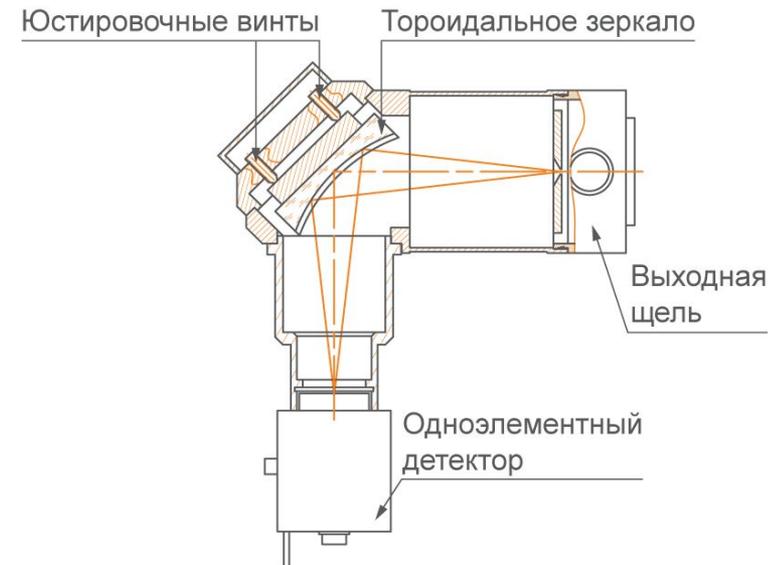
- К интегральным системам регистрации относятся системы, в которых в качестве приемников излучения используются детекторы, преобразующие в электрический сигнал весь поток излучения (интегральный световой поток), без определения распределения энергии излучения по длинам волн. К такому типу детекторов относятся фотоэлектронные умножители (ФЭУ), фотодиоды и другие типы аналогичных детекторов.
- К системам с построением изображения относятся системы, в которых в качестве приемников излучения используются линейные или матричные многоэлементные фотоприемники. Такие системы регистрации применяются в тех случаях, когда кроме собственно измерения количества энергии оптического излучения производится и определение распределения энергии излучения по длинам волн.

Особенности интегральной системы регистрации спектров

- Для регистрации спектров с помощью интегральных систем регистрации приемник излучения устанавливается непосредственно за выходной щелью спектрального прибора. Ширина выходной щели определяет спектральную полосу излучения, прошедшего через монохроматор, которая рассчитывается как произведение ширины щели на величину обратной линейной дисперсии монохроматора.
- В качестве приемников излучения интегральных систем регистрации наиболее часто используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ) и фотодиоды
- Для детекторов с малой приёмной площадкой (менее 5 мм) за выходной щелью ставят тороидальное или параболическое зеркало для



Для «протаскивания» анализируемого спектра излучения через выходную щель диф. решётка вращается



Регистрация спектров с помощью систем регистрации с построением изображения

При регистрации спектров с помощью систем регистрации с построением изображения приемник излучения устанавливается в фокальной плоскости спектрального прибора. Выходная щель в этом случае не используется, а дифракционная решетка устанавливается в положении, при котором в фокальной плоскости формируется заданный спектральный интервал длин волн.

В системах регистрации с построением изображения используются линейные

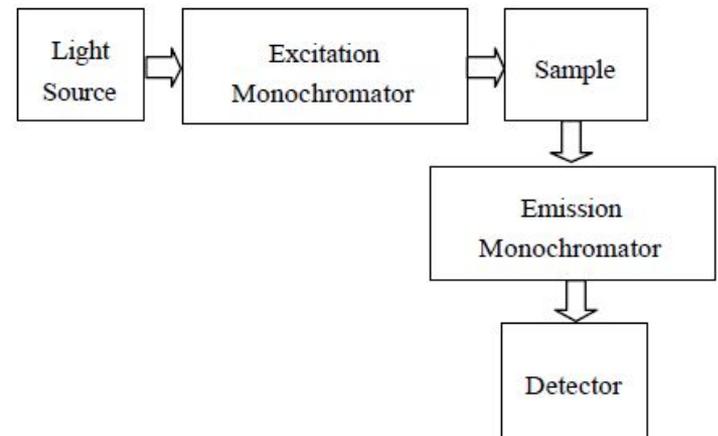
Например, для монохроматор-спектрографа MS3501 с решеткой 1200 штр/мм обратная линейная дисперсия (средняя) равна 2.37 нм/мм. При регистрации спектра с помощью цифровой камеры HS103H-2048/64, ширина одного пикселя которого равна 14 мкм, спектральная полоса, регистрируемая одним пикселем, будет равна $2.37 \text{ [нм/мм]} \times 0.014 \text{ [мм]} = 0.033 \text{ [нм]}$. Принимая во внимание, что общее количество пикселей этого детектора равно 2048, можно рассчитать спектральный интервал длин волн, регистрируемый всем детектором: $2048 \times 0.033 \text{ [нм]} = 68 \text{ [нм]}$.

Преимущества и недостатки:

- Скорость регистрации выше, для регистрации слабых сигналов необходимо увеличивать время экспозиции, определенное преимущество при регистрации излучения от импульсных источников
- Спектральный диапазон как для линейных, так и для матричных сенсоров ограничивается 200-1100 нм, 900 – 2500 нм – очень дорогие

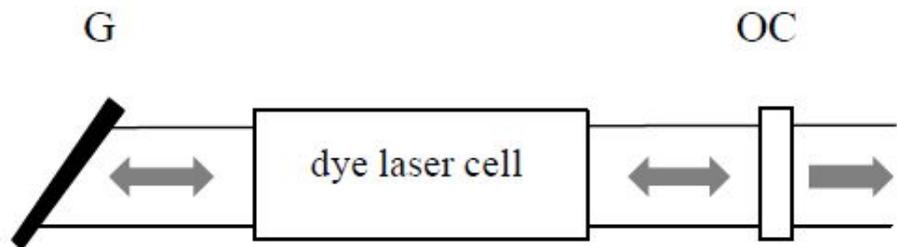
Применение дифракционных решёток

- Атомная и молекулярная спектроскопия
- Флуоресцентная спектроскопия
- Колориметрия
- Рамановская спектроскопия
- Перестройка длины волны в лазерах
- Стретчирование и компрессия ультракоротких лазерных импульсов
- Спектральные фильтры
- Волоконно-оптические технологии
- Делители пучка (при нормальном падении на решётку и прямоугольном штрихе)

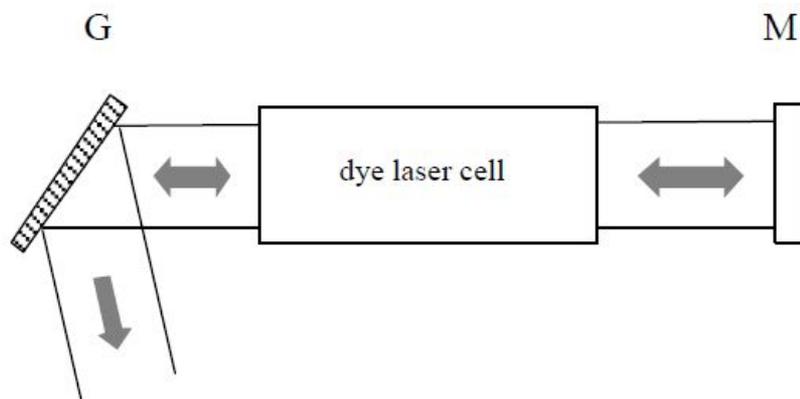


$$|\sin \beta| > 1 \text{ for all } \lambda > \lambda_c$$

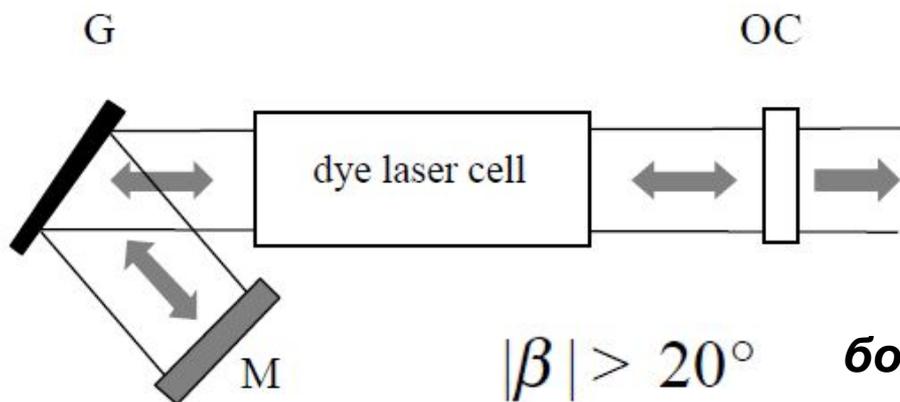
Перестройка длины волны в лазерах



Конфигурация Littrow или «скользящего» падения для перестройки длины волны в лазерах на красителях



Дифракционная решётка в качестве выходного спектрально селективного зеркала



Литман-Метклафф конфигурация, без расширителей пучка – высокое разрешение

$$|\beta| > 20^\circ$$

большие эффективности

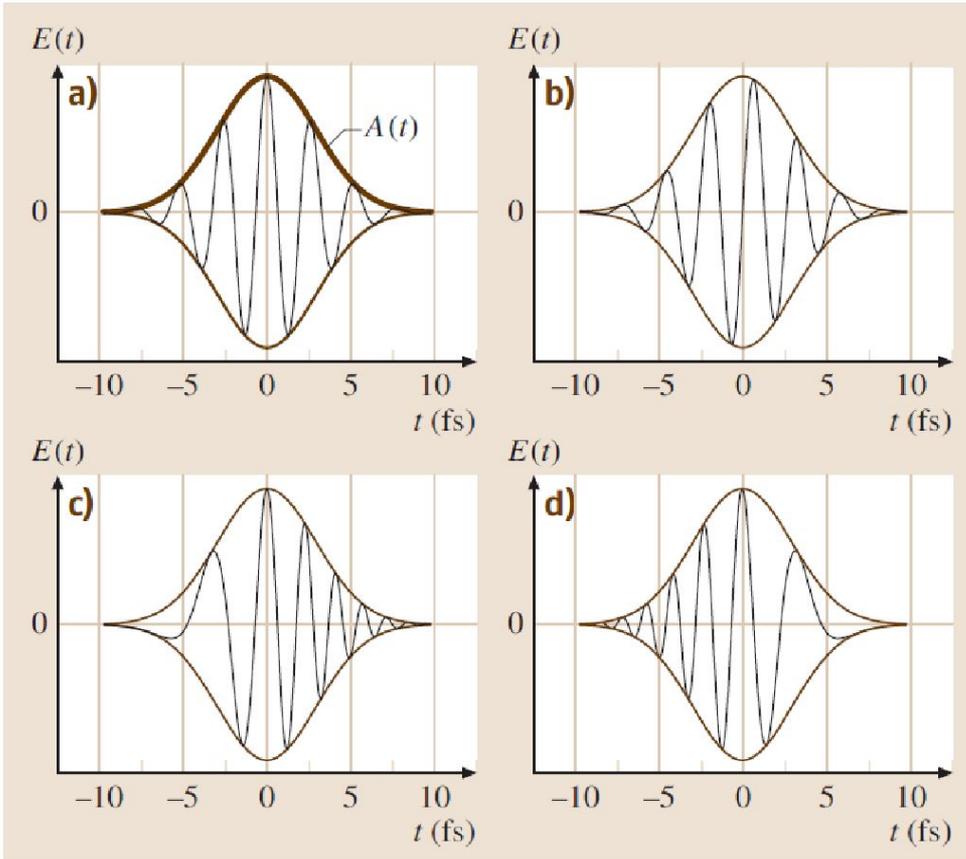
Стретчеры и компрессоры

“Огибающая” и “набивка”

$$\lambda = 800 \text{ нм}$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$\varphi_0 = -\pi/2$$



положительный
«чирп»

отрицательный «чирп»

$$E(t) = A(t) \cos(\Phi_0 + \omega_0 t)$$

Полная фаза импульса:

$$\Phi(t) = \Phi_0 + \omega_0 t + \Phi_a(t)$$

Мгновенная частота:

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\Phi_a(t)}{dt}$$

В линейной оптике напрямую повлиять на временную форму импульса невозможно! Только через влияние на спектр!

Математическое описание

Временное (Time domain)

$$E^+(t) = |E^+(t)| e^{i\Phi(t)}$$

$$= \sqrt{\frac{I(t)}{2\varepsilon_0 cn}} e^{i\Phi_0} e^{i\omega_0 t} e^{i\Phi_a(t)}$$

Абсолютное значение фазы

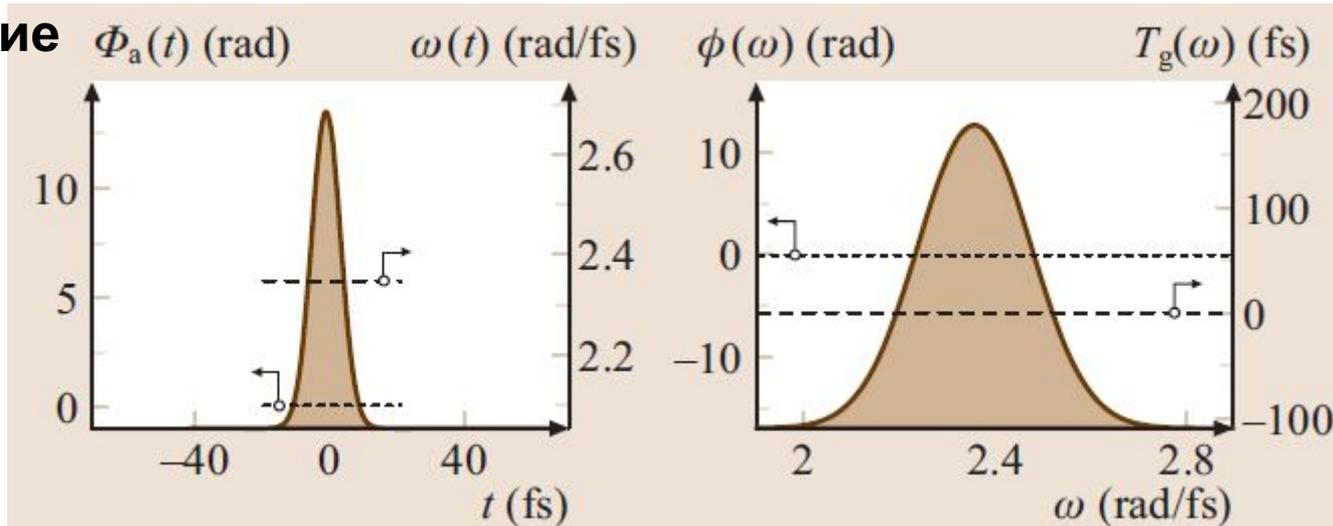
Несущая частота

Частотное (Frequency domain)

$$\tilde{E}^+(\omega) = |\tilde{E}^+(\omega)| e^{-i\phi(\omega)}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon_0 cn}} I(\omega) e^{-i\phi(\omega)}$$

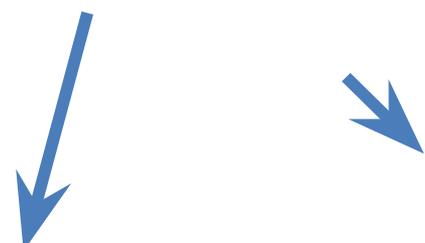
Фаза в частотном представлении



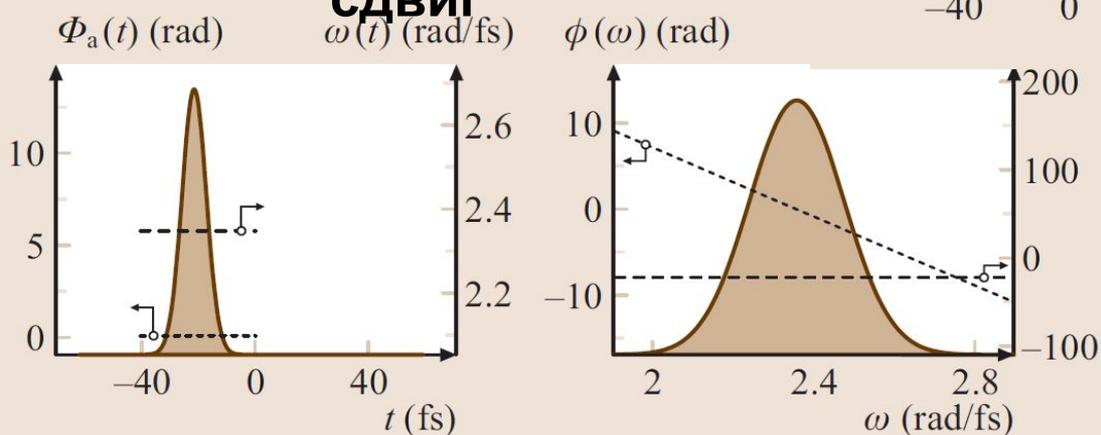
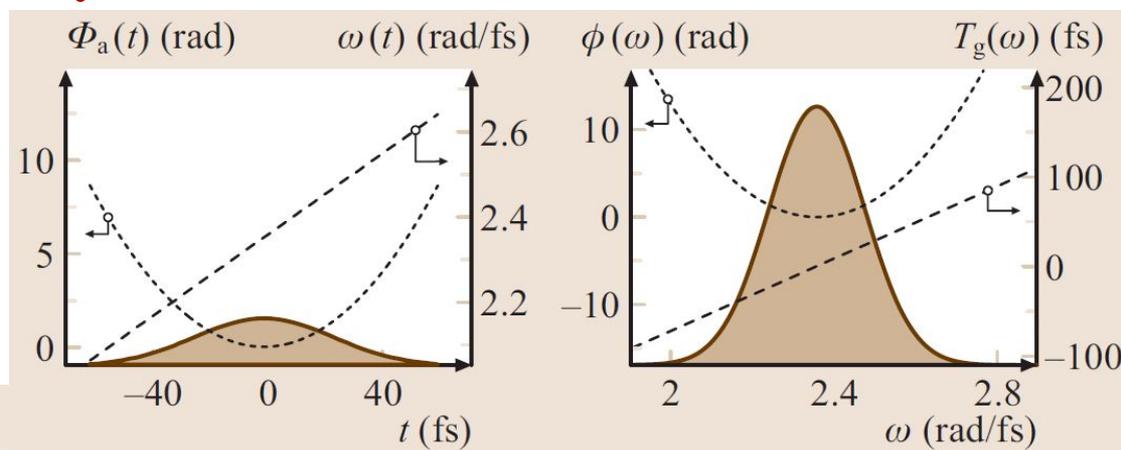
Разложение фазы в ряд Тейлора

$$\phi(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\phi^{(j)}(\omega_0)}{j!} \cdot (\omega - \omega_0)^j$$

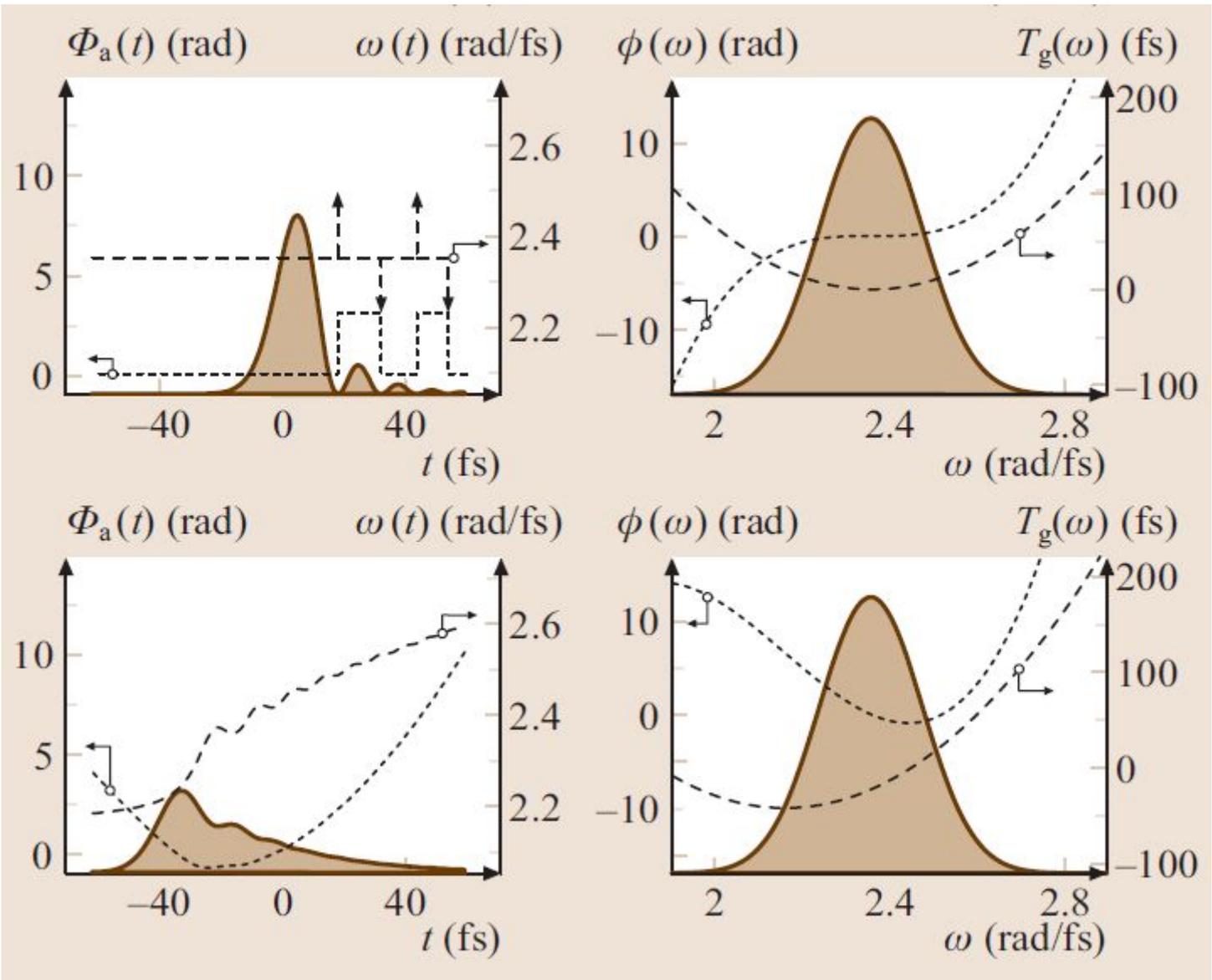
$$= \underbrace{\phi(\omega_0)}_{-\Phi_0} + \underbrace{\phi'(\omega_0)}_{\text{Чирп}} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \underbrace{\phi''(\omega_0)}_{\text{Временной сдвиг}} (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \underbrace{\phi'''(\omega_0)}_{\text{Боле высокие порядки}} (\omega - \omega_0)^3 + \dots$$



Временной сдвиг



Чирп



Управляя $\phi(\omega)$, можно изменять временную форму импульса!

представление для разных форм

Shape	$I(t)$	$I(\omega)$	$\Delta v \cdot At$	$\Delta t_{\text{intAC}} / \Delta t$
Gaussian			0.441	1.414
Hyperbolic sechant			0.315	1.543
Square			0.886	1.000
Single sided exponential			0.110	2.000
Symmetric exponential			0.142	2.421

),
D)

Δ

1

GDD и TOD для гауссовского импульса

$$\tilde{E}_{\text{out}}^+(\omega) = \frac{E_0 \Delta t}{2} \times \sqrt{\frac{\pi}{2 \ln 2}} e^{-\frac{\Delta t^2}{8 \ln 2} (\omega - \omega_0)^2} e^{-i \frac{1}{2} \phi''(\omega_0) (\omega - \omega_0)^2}$$

$$E_{\text{out}}^+(t) = \frac{E_0}{2\gamma^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{4\beta\gamma}} e^{i\omega_0 t} e^{i(at^2 - \varepsilon)}$$

$$\beta = \frac{\Delta t_{\text{in}}^2}{8 \ln 2} \quad \gamma = 1 + \frac{\phi''^2}{4\beta^2} \quad a = \frac{\phi''}{8\beta^2\gamma}$$

$$\Delta t_{\text{out}} = \sqrt{\Delta t^2 + \left(4 \ln 2 \frac{\phi''}{\Delta t}\right)^2}$$

$$\tilde{E}_{\text{out}}^+(\omega) = \frac{E_0 \Delta t}{2} \times \sqrt{\frac{\pi}{2 \ln 2}} e^{-\frac{\Delta t^2}{8 \ln 2} (\omega - \omega_0)^2} e^{-i \frac{1}{6} \phi'''(\omega_0) (\omega - \omega_0)^3}$$

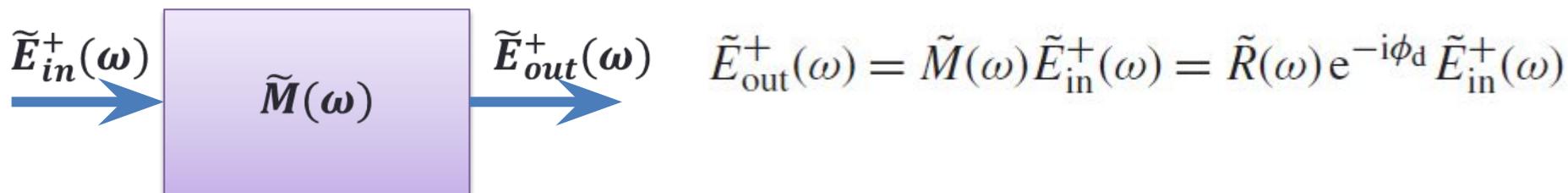
$$E_{\text{out}}^+(t) = \frac{E_0}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2 \ln 2}} \frac{\Delta t}{\tau_0} \text{Ai}\left(\frac{\tau - t}{\Delta \tau}\right) e^{-\frac{\ln 2}{2} \cdot \frac{2}{\tau_{1/2}} \tau - t} e^{i\omega_0 t}$$

$$\tau_0 = \sqrt[3]{\frac{|\phi'''|}{2}} \quad \phi^3 = 2(\ln 2)^2 \phi''' \quad \Delta \tau = \tau_0 \text{sign}(\phi''')$$

$$\tau = \frac{\Delta t^4}{16\phi^3} \quad \tau_{1/2} = \frac{\phi^3}{\Delta t^2}$$

$$2\sigma = \sqrt{\frac{\Delta t^2}{2 \ln 2} + 8(\ln 2)^2 \left(\frac{\phi'''}{\Delta t^2}\right)^2}$$

Передаточная функция оптической системы



$$\phi_d(\omega) = \phi_d(\omega_0) + \phi'_d(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\phi''_d(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\phi'''_d(\omega_0)(\omega - \omega_0)^3 + \dots$$

$$\begin{aligned} \phi_{op}(\omega) &= \phi(\omega_0) + \phi'(\omega_0)(\omega - \omega_0) \\ &+ \phi_d(\omega_0) + \phi'_d(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \underbrace{\frac{1}{2}\phi''_d(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2}_{\downarrow} + \underbrace{\frac{1}{6}\phi'''_d(\omega_0)(\omega - \omega_0)^3}_{\downarrow} + \dots \end{aligned}$$

Основная задача: минимизировать высокие порядки дисперсии

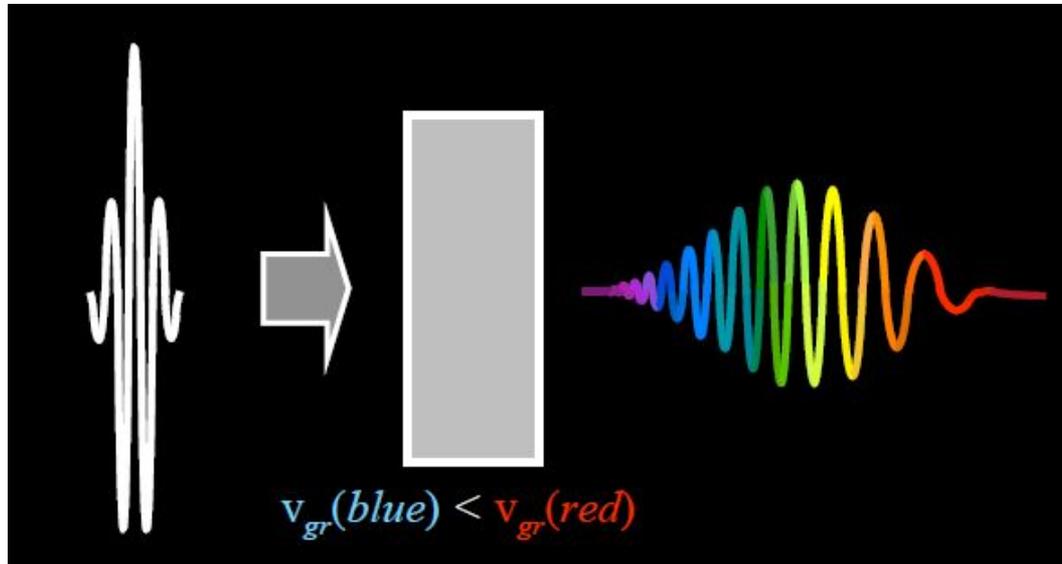
Прозрачная среда

Положительная
величина в видимом и
ближнем ИК диапазоне

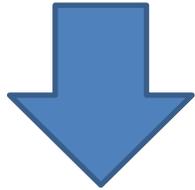
$$\phi_m(\omega) = k(\omega)L = \frac{\omega}{c}n(\omega)L$$

$$\text{GDD} = \phi_m'' = \frac{d^2\phi_m}{d\omega^2} = \frac{L}{c} \left(2\frac{dn}{d\omega} + \omega\frac{d^2n}{d\omega^2} \right) = \frac{\lambda^3 L}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2}$$

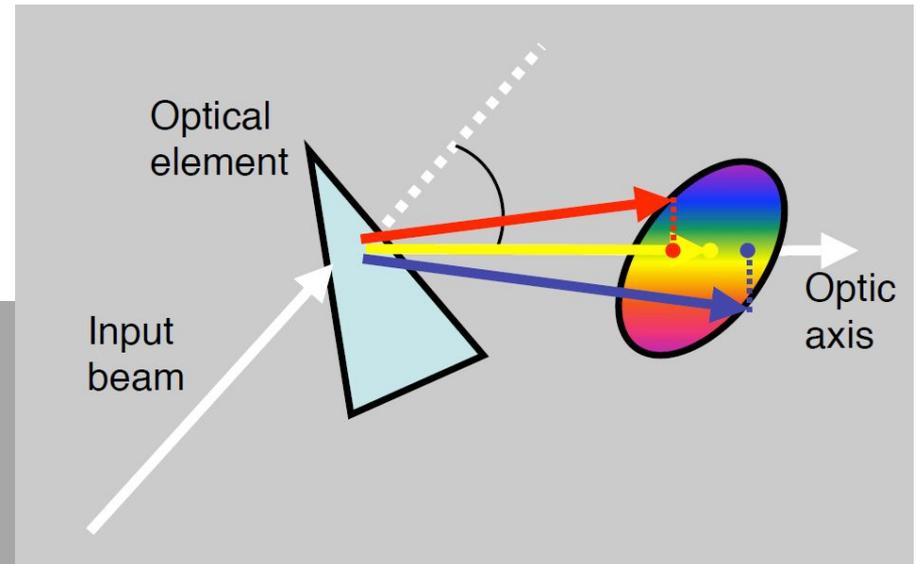
$$\text{TOD} = \phi_m''' = \frac{d^3\phi_m}{d\omega^3} = \frac{L}{c} \left(3\frac{d^2n}{d\omega^2} + \omega\frac{d^3n}{d\omega^3} \right) = \frac{-\lambda^4 L}{4\pi^2 c^3} \left(3\frac{d^2n}{d\lambda^2} + \lambda\frac{d^3n}{d\lambda^3} \right)$$



Угловая дисперсия



Отрицательное GDD !

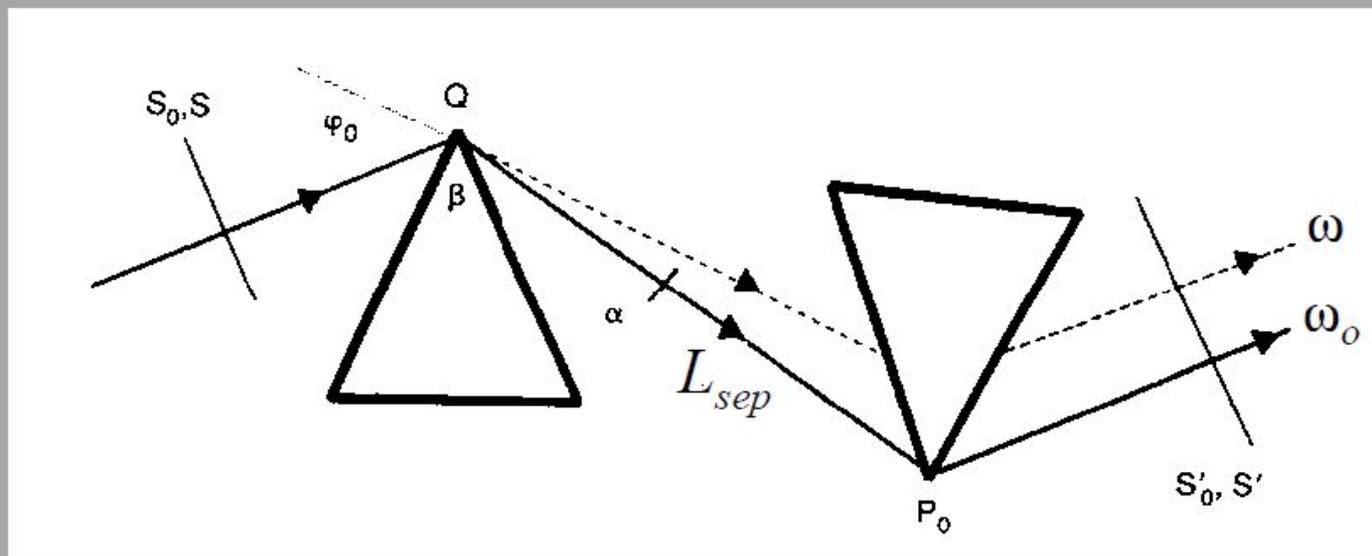


$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \vec{k}(\omega) \cdot \vec{r}_{\text{optic axis}} \\ &= k(\omega) z \cos[\theta(\omega)] \\ &= (\omega / c) z \cos[\theta(\omega)]\end{aligned}$$

$$d\varphi / d\omega = (z / c) \cos(\theta) - (\omega / c) z \sin(\theta) d\theta / d\omega$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = -\frac{z}{c} \sin(\theta) \frac{d\theta}{d\omega} - \frac{z}{c} \sin(\theta) \frac{d\theta}{d\omega} - \omega \frac{z}{c} \cos(\theta) \left(\frac{d\theta}{d\omega} \right)^2 - \omega \frac{z}{c} \sin(\theta) \frac{d^2\theta}{d\omega^2}$$

Призмный стретчер/компрессор



$$\left. \frac{d^2 \varphi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \approx -4L_{sep} \frac{\lambda_0^3}{2\pi c^2} \left(\left. \frac{dn}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \right)^2 + L_{prism} \frac{\lambda_0^3}{2\pi c^2} \left. \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right|_{\lambda_0}$$

Всегда
отрицательная
величина

Всегда
положительная
величина

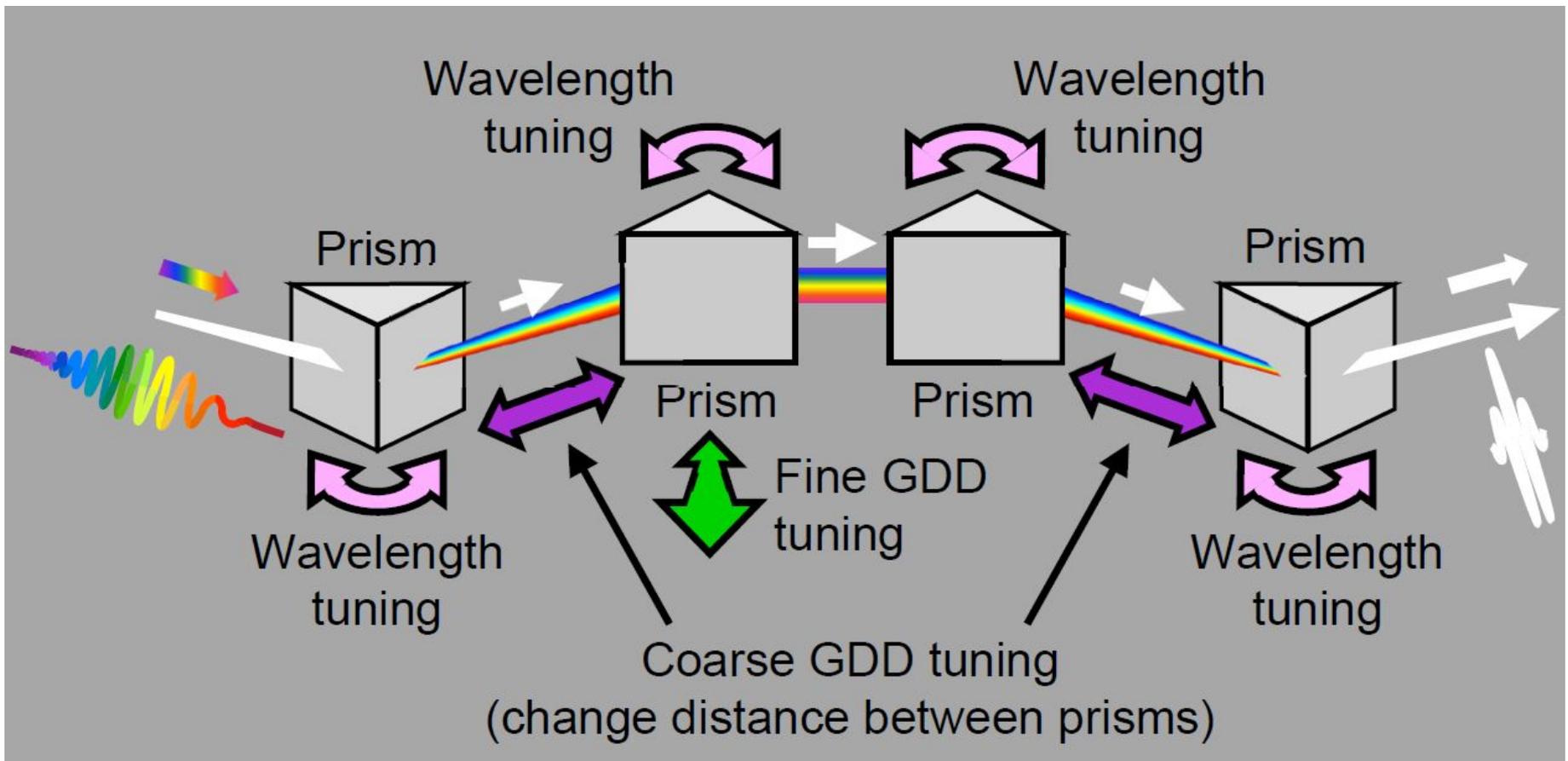
Изменяя L_{sep} и L_{prism} можно изменять GDD

Призмный компрессор

Плавленый кварц

$L_{\text{sep}} = 50 \text{ см}$ для 800 нм $GDD = -1000 \text{ фс}^2$

$L_{\text{prism}} = 8 \text{ мм}$ $GDD = 300 \text{ фс}^2$



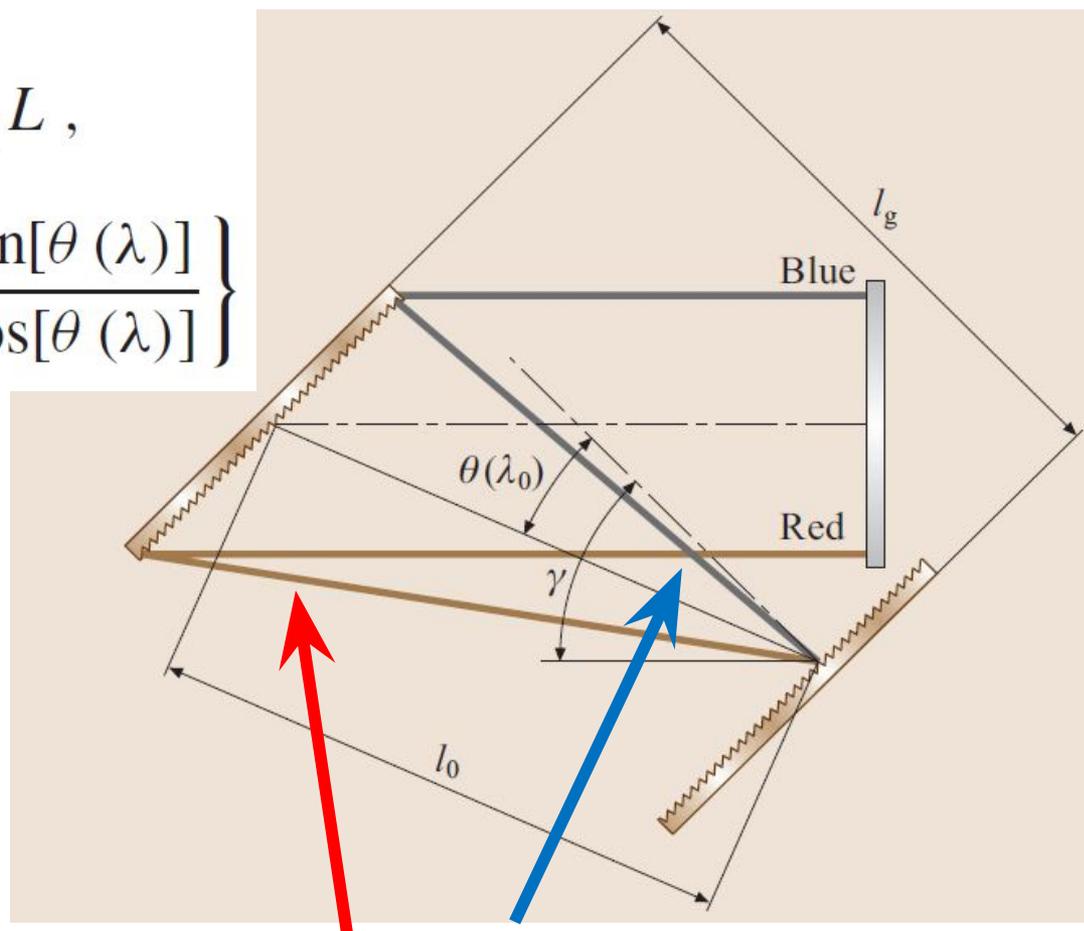
Компрессор на дифракционных решетках

$$\frac{d^2 \phi_g}{d\omega^2} = -\frac{\lambda^3}{\pi c^2 d^2} \frac{1}{\cos[\theta(\lambda)]^2} L,$$

$$\frac{d^3 \phi_g}{d\omega^3} = \frac{d^2 \phi_g}{d\omega^2} \frac{3\lambda}{2\pi c} \left\{ 1 + \frac{\lambda \tan[\theta(\lambda)]}{d \cos[\theta(\lambda)]} \right\}$$

Изменяя $L = l_0$ можно
изменять величину GDD
(по модулю)

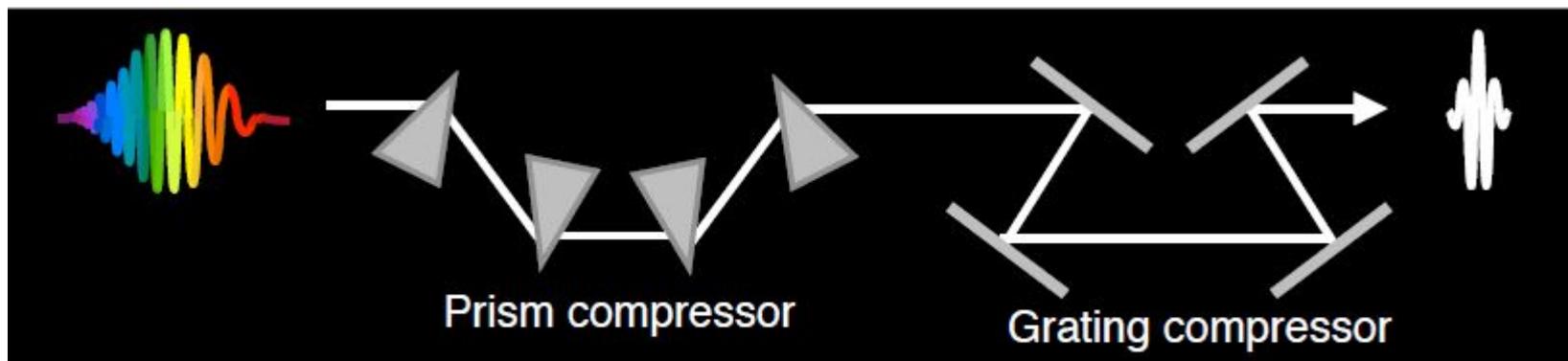
GDD = -10^6 фс² для 800 нм
решетка 1200 шт/мм $l_0 = 300$
мм $\gamma = 28,6$



Красные компоненты спектра
проходят больший оптический путь,
чем синие

Призмы vs решетки

Device	λ_ℓ [nm]	ω_ℓ [fs ⁻¹]	φ'' [fs ⁻²]	φ''' [fs ⁻³]
SQ1 ($L = 1$ cm)	620	3.04	550	240
Piece of glass	800	2.36	362	280
Brewster prism pair, SQ1	620	3.04	-760	-1300
$\ell = 50$ cm	800	2.36	-523	-612
grating pair	620	3.04	$-8.2 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^5$
$b = 20$ cm; $\beta = 0^\circ$	800	2.36	$-3 \cdot 10^6$	$6.8 \cdot 10^6$



Решеточный стретчер/компрессор

$$L(\text{red}) = L(\text{blue})$$

$$L(\text{red}) < L(\text{blue})$$

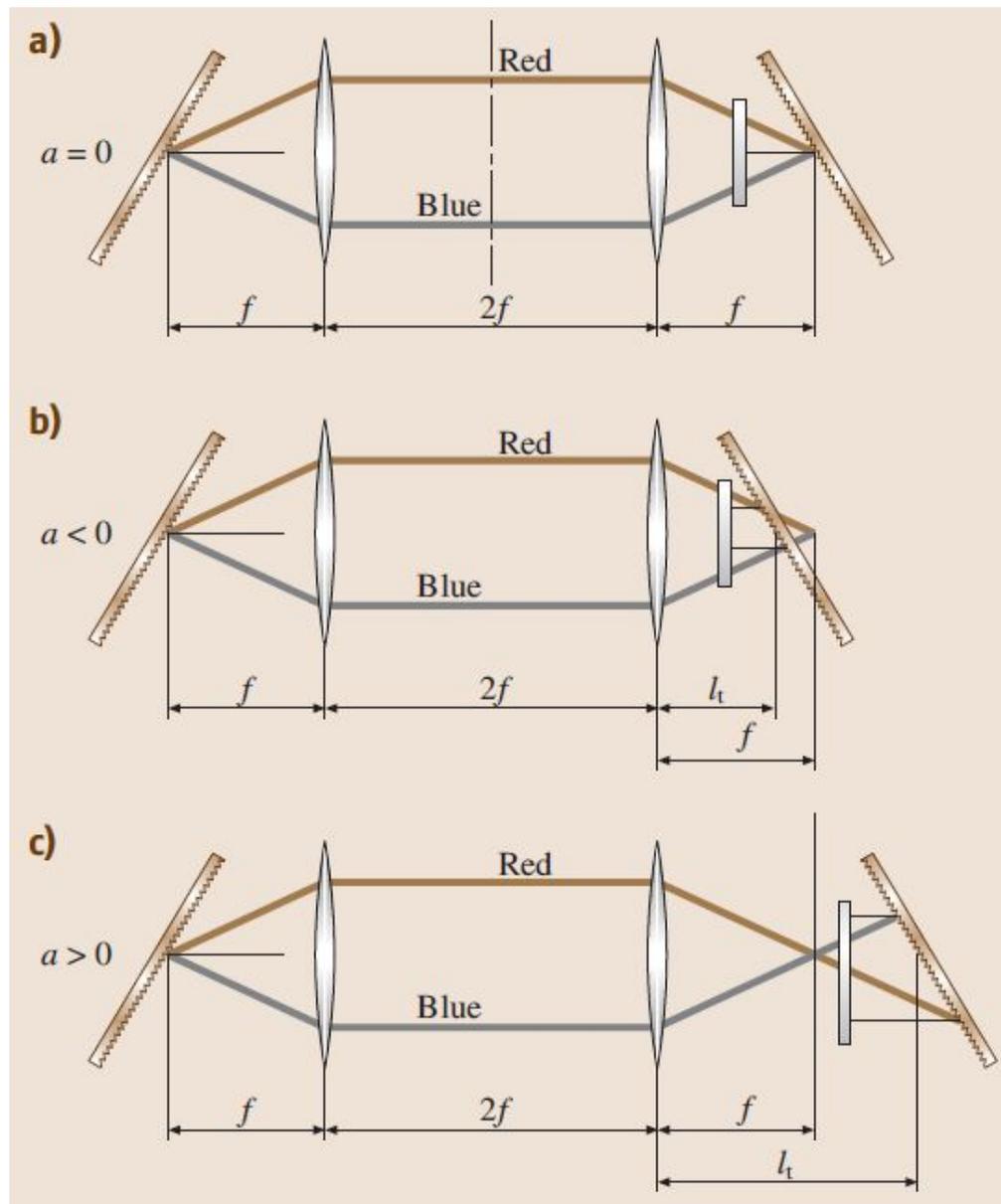
$$\text{GDD} > 0$$

стретчер

$$L(\text{red}) > L(\text{blue})$$

$$\text{GDD} < 0$$

компрессор

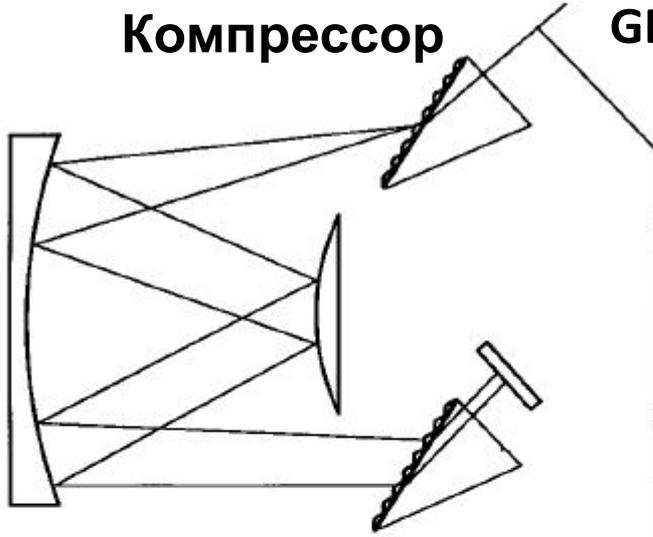


ГРИЗМЫ

Комбинация призмы и дифракционной решетки

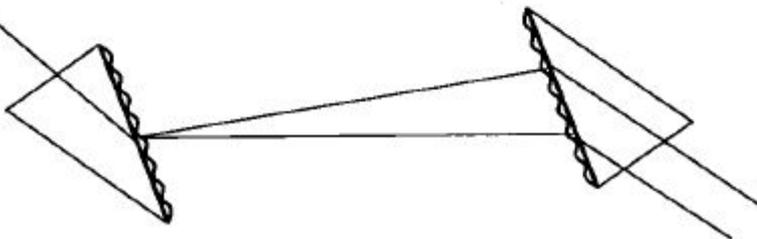
Компрессор

GDD < 0 TOD < 0

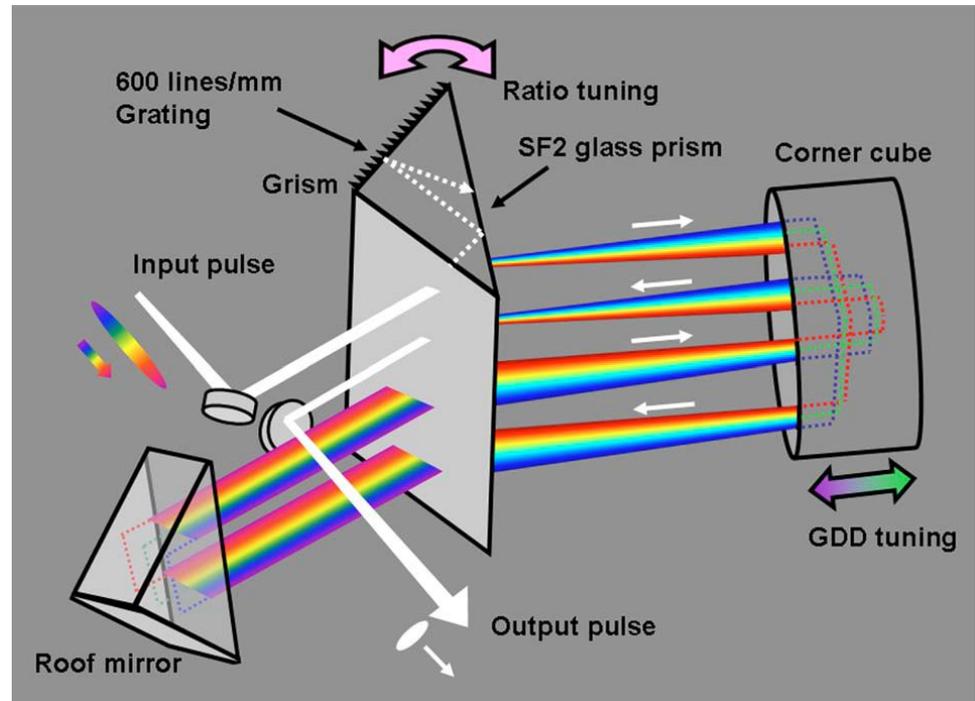


amplifier

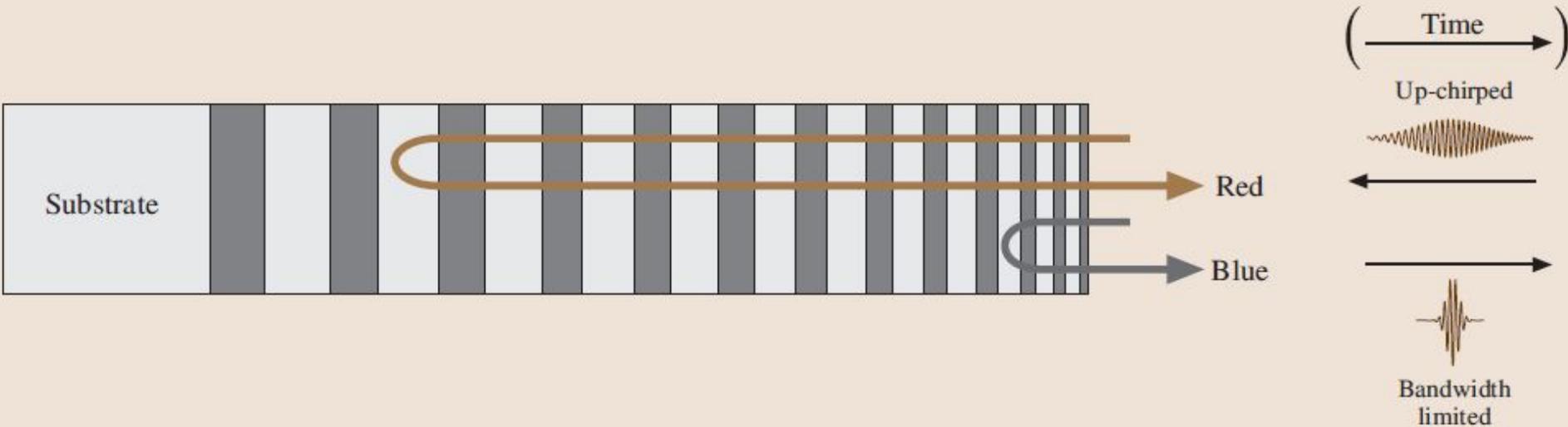
Стретчер



$$\sin \theta_d = m \frac{\lambda}{d} - n_p \sin \theta_i$$



Чирпированные зеркала



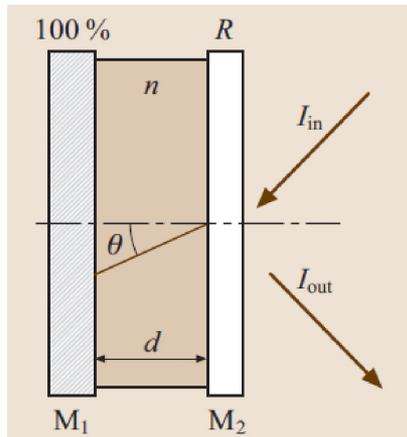
$$n\lambda = 2d\sin(\theta)$$

Длина волны Брэгга зависит от глубины проникновения излучения

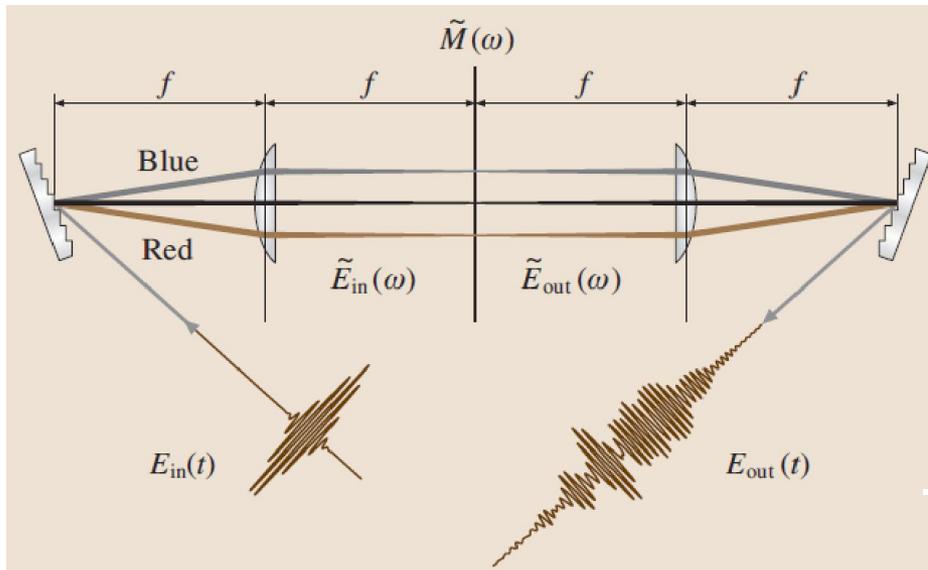
Возможна компенсация высоких порядков дисперсии

$$\frac{d^2\phi_{\text{GTI}}}{d\omega^2} = \frac{-2t_0^2(1-R)\sqrt{R}\sin\omega t_0}{(1+R-2\sqrt{R}\cos\omega t_0)^2}$$

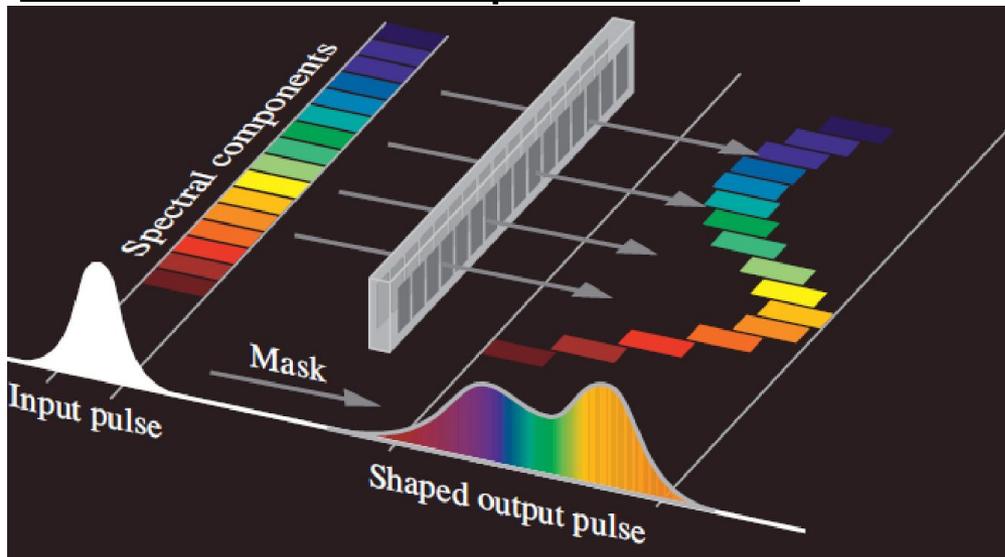
$$t_0 = (2nd \cos \theta)/c$$



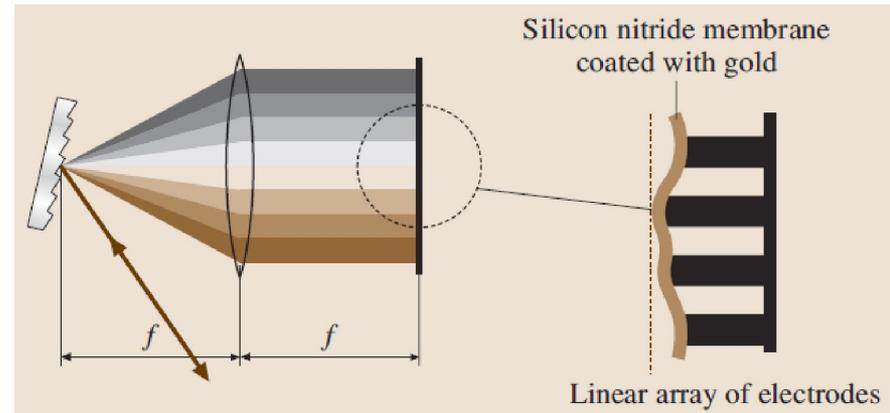
Pulse shapers



SLM на жидких кристаллах



Биморфное зеркало



Акустооптический дисперсионный фильтр

