Nükleer Modeller

http://www.istanbul.edu.tr/fen/fizik/cekirdek2.html

Çekirdek Model sorunu:

1) Çok cisim problemi matematiği gerekli

2) Nükleer kuvvetlerin doğası,sadece iki cisim kuvveti ile açıklanmaz. Üç cisim kuvvetleri ile etkileşim var. Klasik fizikte çözüm yok.

Gazlardaki gibi bazı parametreler lazım(sıcaklık, basınç gibi).

Bu nedenle önce teorik modeller gerekli.

Model:

a) Daha önce ölçülen nükleer özelikleri açıklıya bilmeli,

b) Yeni deneylerle ölçülebilecek özelikleri öngörmelidir.

KABUK MODELİ

Kabuk (shell) modeli önce atom teorisinde kullanılmıştır.

Nükleer fizikçiler de bu modeli kullanmışlardır. Kabuk Pauli prensibine uyacak şekilde doldurulur. Ama bu modeli nükleer yapıya uygularsak bir çok güçlükle karşılaşırız.

Atom:

a)Potansiyel, çekirdeğin Coulomb alanı ile sağlanır.

b)Alt kabuklar, dış kaynak tarafından oluşturulur.

c)Uzaysal yörüngeler var. Yani e^- diğer e^- ile çarpışmaz.

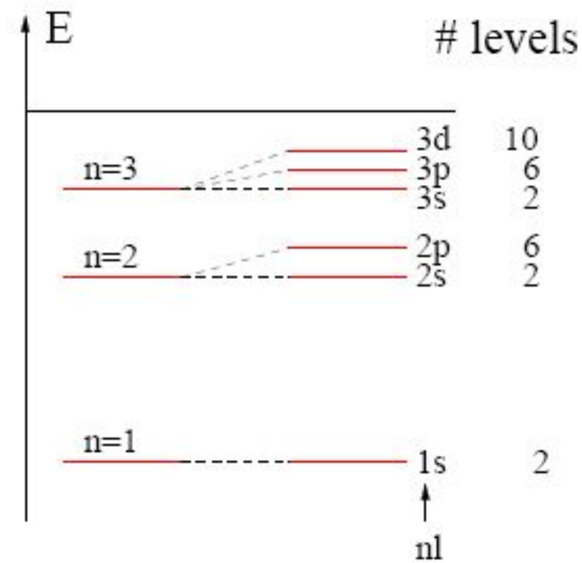
Çözüm Schrödinger denklemidir.

Çekirdek:

Dış kaynak yok, nükleonların kendi potansiyeli var.

Yörüngeler yok, nükleonlar çarpışırlar.

n							summed #	
1	2	3	4	5	6	7	of levels	remarks
$(1s)^2$							2 (He)	
	$(2s)^2$ $(2p)^6$						4 10 (Ne)	
		$(3s)^2$ $(3p)^6$					12 18 (Ar)	
		$(3d)^{10}$	$(4s)^2$ $(4p)^2$				20 30 36 (Kr)	Fe-group
			$(4d)^{10}$	$(5s)^2$ $(5p)^6$			38 48 54 (Xe)	Pd-group
			$(4f)^{14}$	$(5d)^{10}$	$(6s)^2$ $(6p)^6$		56 70 80 86 (Rn)	Lanthaniden Pt-group
				$(5f)^{14}$	$(6d)^{10}$	$(7s)^2$ $(7p)^6$	88 102 112 118 (?)	Actiniden Pt-group



Damla modeline göre:

Çekirdek bir damla gibi kabul edilir, bağlama enerjisi: $B=B_1+B_2+B_3+B_4+B_5$

$B_1=a_vA$ Hacim enerjisi

$B_2=-a_sA^{2/3}$ Yüzey enerjisi

$B_3=-a_cZ^2A^{-1/3}$ Coulomb enerjisi

$B_4=-a_A(T^2/A)$ Asimetri enerjisi

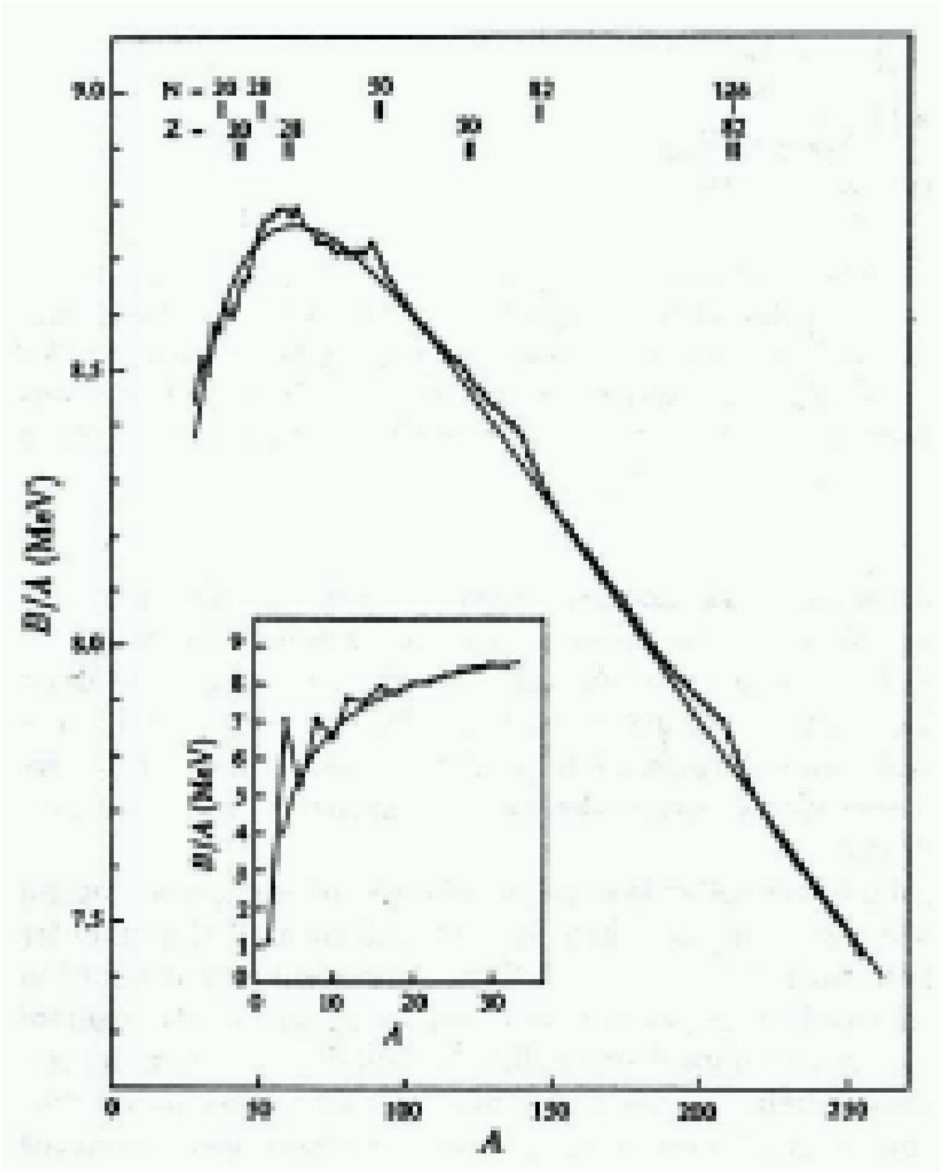
$$B_5=\left\{\begin{array}{ll} +\delta & gg\ (\text{çift-çift}) \\ 0 & ug\ (\text{tek-çift})\ \text{ve}\ gu\ (\text{çift-tek}) \\ \delta & uu\ (\text{tek-tek}) \end{array}\right\}$$

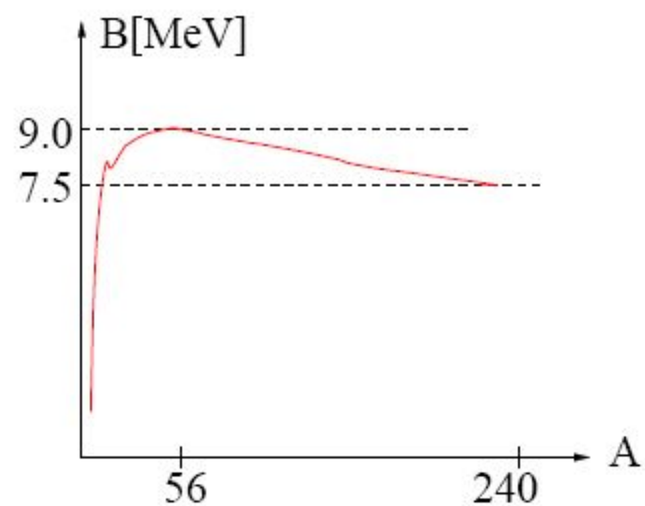
Separasyon enerjisi

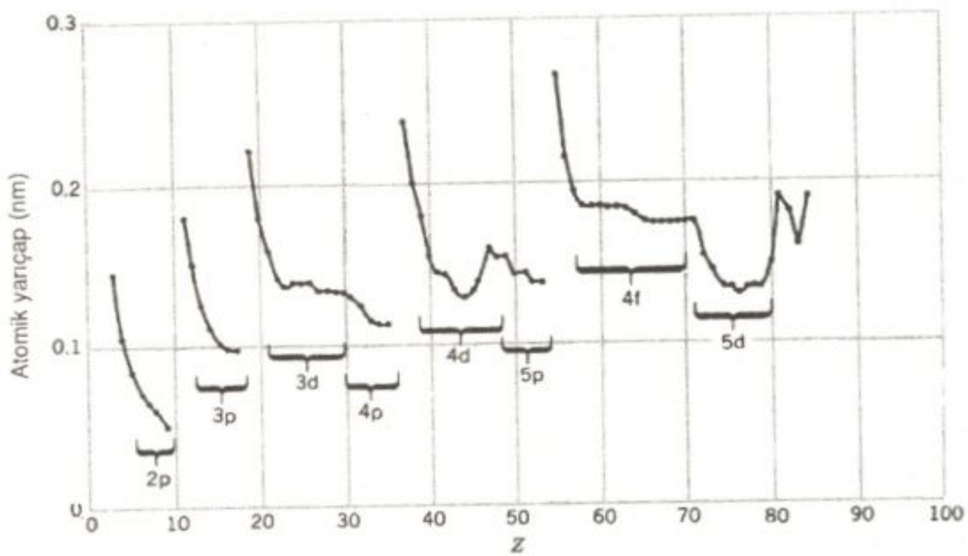
Weizscäckr Formülü

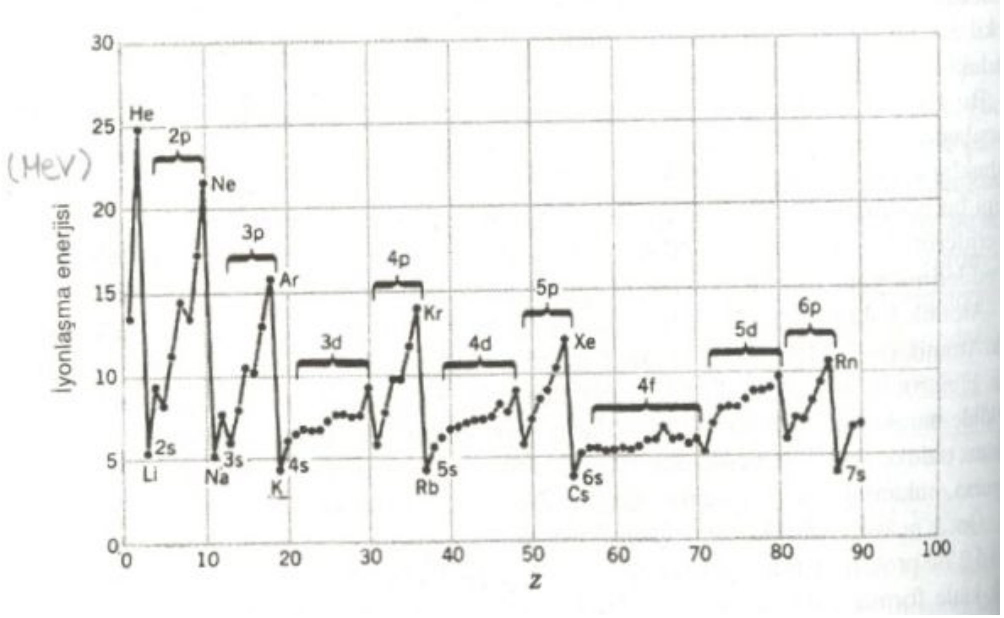
$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2/A^{1/3} - a_a (N-Z)^2/4A \quad -\delta/A^{1/2}$$

Bağlanma enerjisi









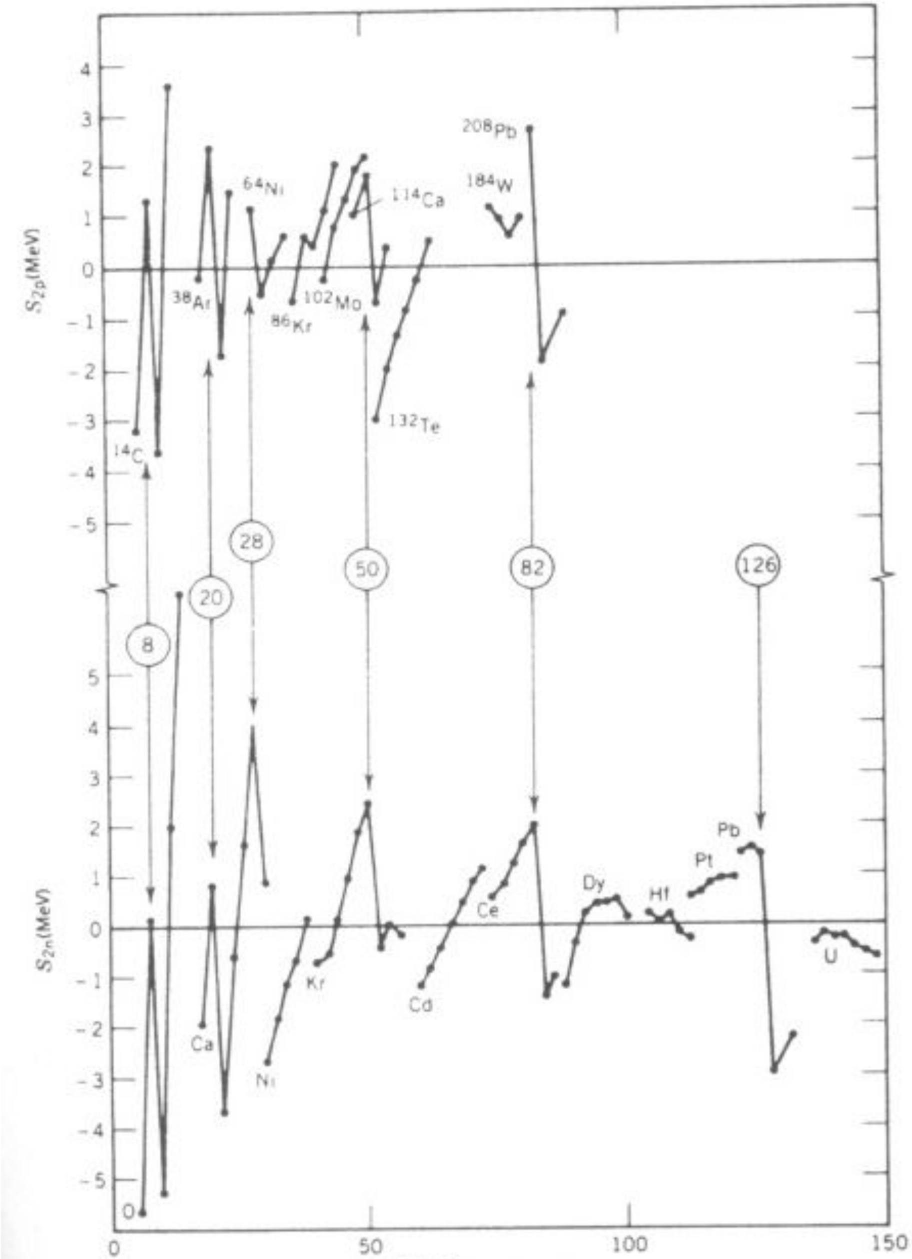
Şekil: Elementlerin atomik yarıçapları (üstte olan) ve iyonlaşma enerjileri.

Buradaki sıçramalar bir sonraki kabuğu gösterir.

Nükleer Kabuk varlığını destekleyen deneyler:

(proton ve nötronların ayrılma enerjisi)

Bağlama enerjilerindeki sıçramalar.



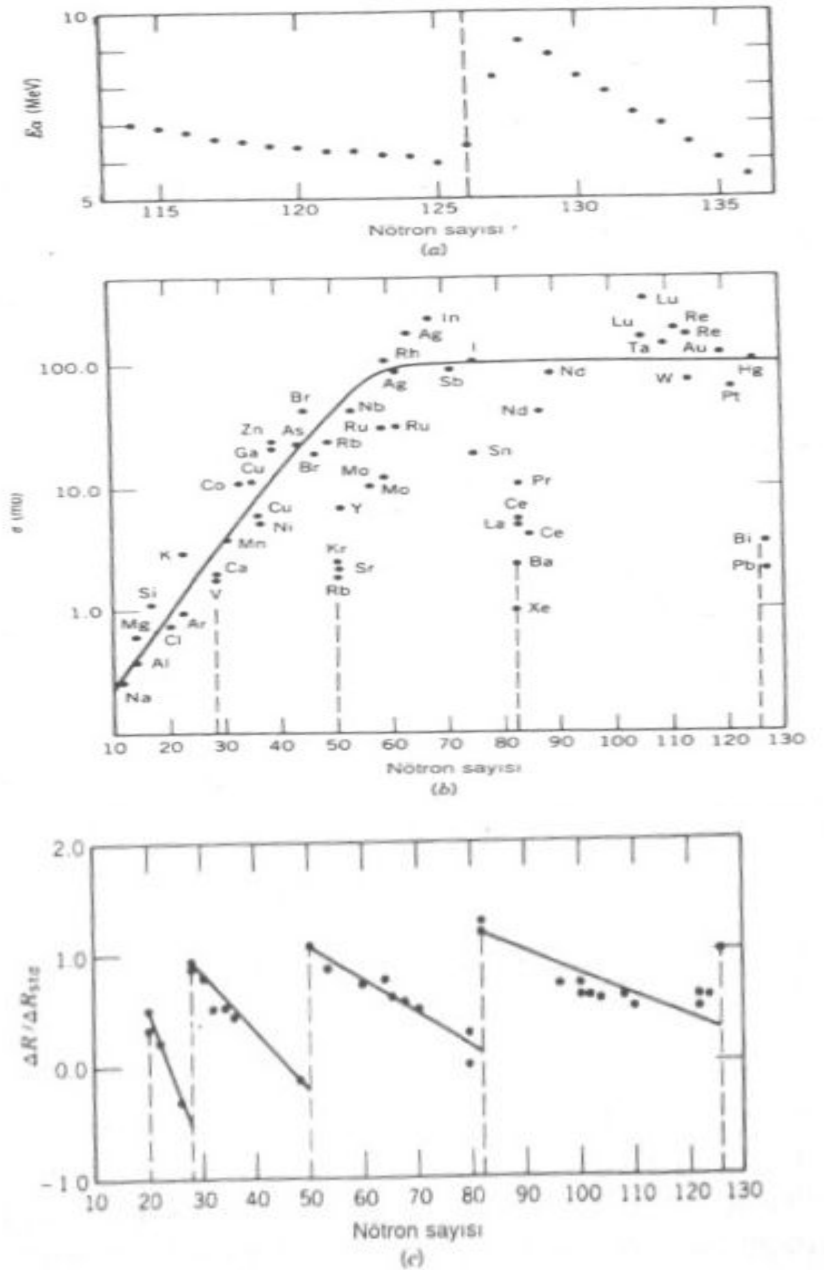
Şekil.2

Üstte:İki protonun ayrılma enerjisi (N sabit). Her dizinin en küçük Z ’ye sahip olanı gösterilmiştir.

Altta: İzotoplardan iki nötronun ayrılma enerjisini göstermektedir.

Şekiller benzerlik göstermektedir.

Ayrılma enerjisi ~ atomik iyonlaşma enerjisi.



Deneysel sonuçlarda gösteriyor ki ani sıçramalar atomik yapıdaki gibi nükleonların ayrılma enerjilerinde aynı yapıyı arz eder.

Sihirli sayılar : **2,8,20,28,50,82,126**

Deneysel veriler:

a) Rn izotoplarının yayınladığı alfalar.

N=126 (kız çekirdek) ve N=128 (Ana çekirdek) ani sıçrama

b) Değişik çekirdeklerin nötron yakalama tesir kesitleri N=50,82,126 azalma (10^2)!!

c) ΔN=2 için nükleer yük yarıçapındaki değişim. 20,28,50,82 ve 126

Fermi Gaz modeli:

Bu modele göre çekirdek bir sıvı gibi kabul edilir ve yoğunluk ile nükleon başına bağlama enerjisi yaklaşık olarak sabit alınır.

Bu modelde nükleonlar arası çarpışmalar yok sayılır.

Çekirdekte nasıl bir potansiyel var bilmiyoruz!

Çekirdek sınırı keskin ve bilinen dikdörtgen potansiyeli V(r) var.

$r<R$ için   sabit $-V_0$

$r=R$ için $V_0=0$

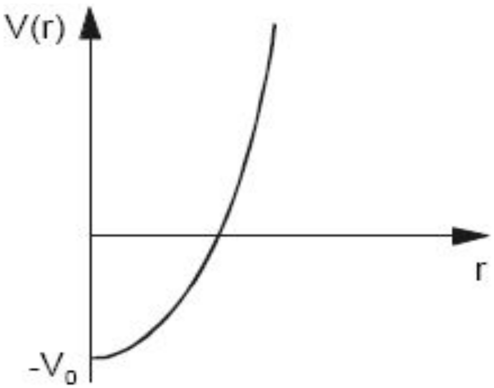
Spinleri -1/2 olan tanecikler dışardan müdahale olmayınca bu kuyuyu (r=R duvarını aşamazlar) terk edemezler.

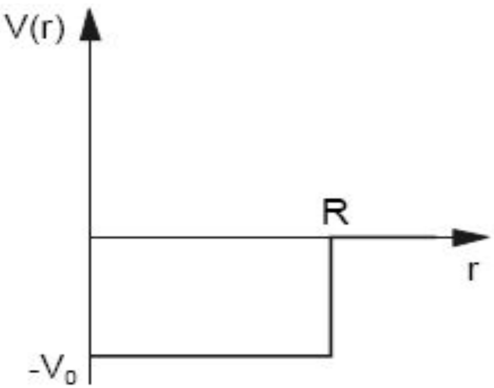
Osilator seviyelleri

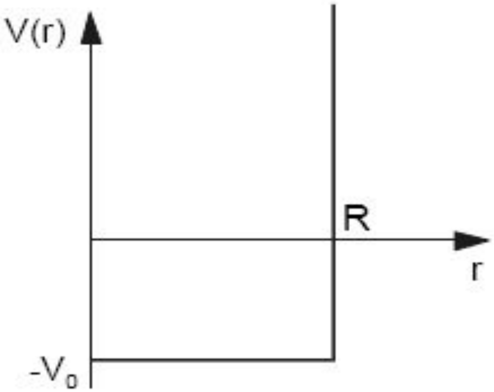
N	n	ℓ	seviye	$2(2\ell+1)$	toplam nükleon
0	1	0	1s	2	2
1	1	1	1p	6	8
2	1	2	1d	10	18
	2	0	2s	2	20
3	1	3	1f	14	34
	2	1	2p	6	40
4	1	4	1g	18	58
	2	2	2d	10	68
	3	0	3s	2	70
5	1	5	1h	22	92
	2	3	2f	14	106
	3	1	3p	6	112

Basit V(r) potansiyeli

$$V(r) = -V_o + \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 \qquad V(r) = \begin{cases} -V_o & : r \le R \\ 0 & : r > R \end{cases} \qquad V(r) = \begin{cases} -V_o & : r \le R \\ \infty & : r > R \end{cases}$$

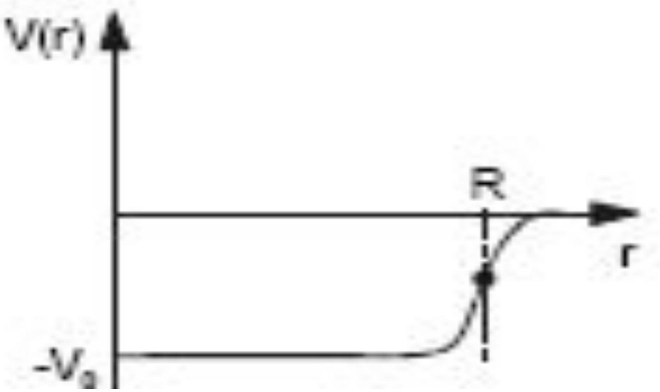




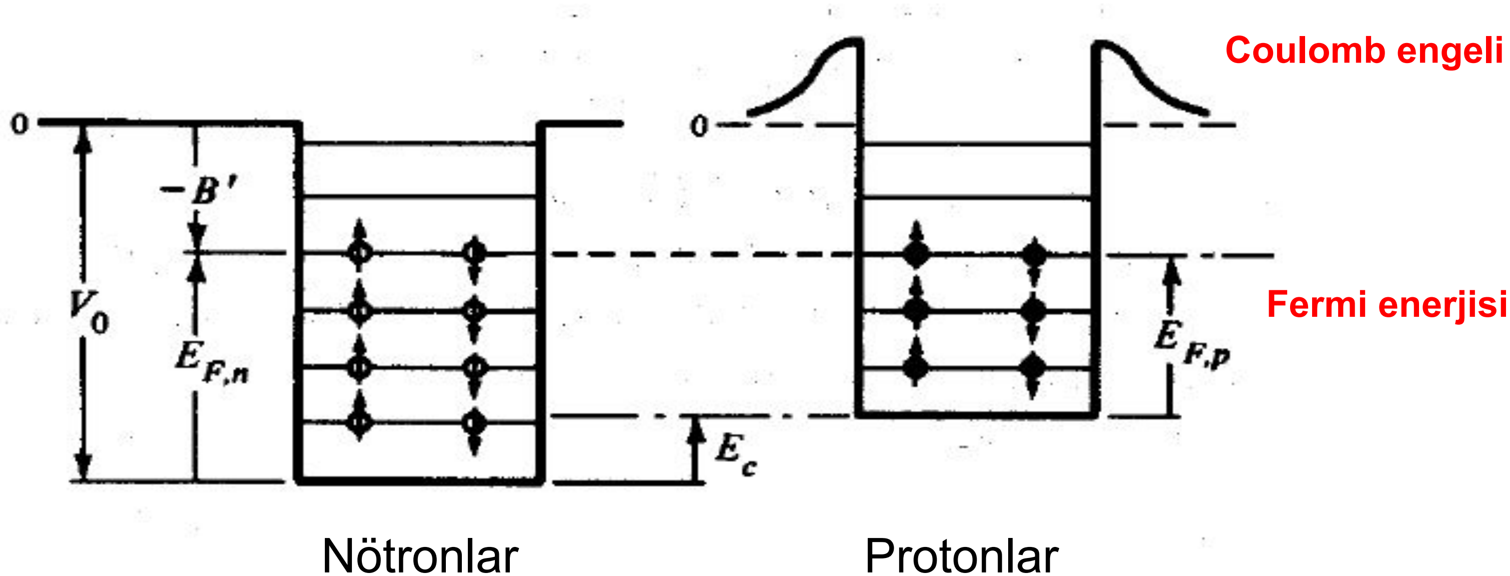


Osilator kuyu yüksek duvarlı kuyu potansiyeli

En uygun potansiyel Woods-Saxon potansiyelidir.



$$V(r) = \frac{-V_o}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$



✔**Protonların ve nötronların birbirlerinden ayrılmış gibi potansiyel kuyularının var olduğunu düşünüyoruz.**

✔**Her bir açısal momentum seviyesinde iki nükleon yer alabilir**.

✔**Fermi gaz seviyesi, kuvantumsal (öz değere) özellik gösterir, yani: Nükleonlar en düşük enerji seviyesinde ya da en düşük enerji seviyesine yakın dururlar (T=0)**

- **p ve p+dp impuls aralığında V hacmindeki nükleonların enerji seviyelerinin sayısı**

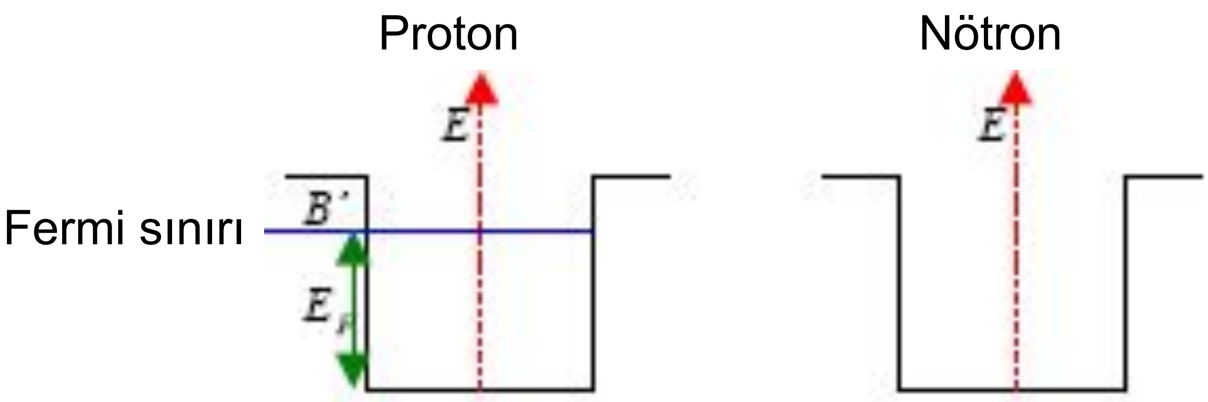
$$dn = \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi)^3}.V$$

- **T=0 temel seviyede bütün seviyeler dolu, Fermi P_F kadar.**

$$n = \int_0^{p_f} dp \frac{dn}{dp} = \frac{V p_f^3}{6\pi^2 \hbar^3}$$

$$N = \frac{(P_F^{Nötron})^3}{3\pi^3} V; \; Z = \frac{(P_F^{\mathrm{Pr}oton})^3}{3\pi^3}.V$$

Her seviye iki p veya iki n ile dolabilir.



V hacmi içerisinde [p, p+dp] aralığındaki nükleonların bulunma olasalığı:

$$dn = [V4\pi p^2 dp] / [(2\pi\hbar)^3]$$

Nötron ve protonların spinleri ½ dir. Fermiyondurlar ve Pauli prensibine uyarlar. Her seviye ancak bir kez dolar.

Toplam dolan seviyeler:

$$n = \int_0^{p_f} dp \frac{dn}{dp} = \frac{V p_f^3}{6\pi^2 \hbar^3}$$

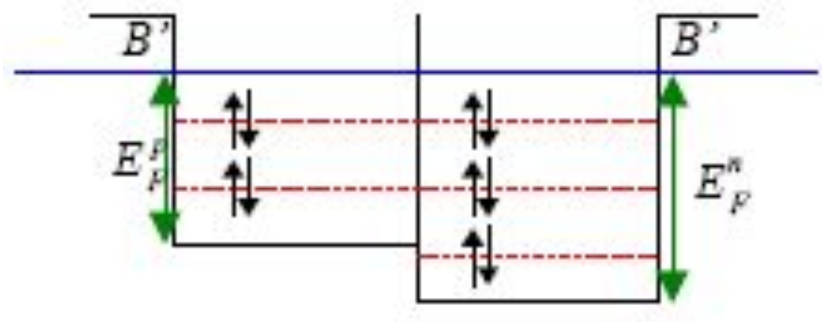
Her seviye spin ↑ yada ↓ dır.
Yani Nötron ve protonların sayısı:

$$N = \frac{V(p_f^{(n)})^3}{3\pi^2\hbar^3}, \quad Z = \frac{V(p_f^{(p)})^3}{3\pi^2\hbar^3}$$

En yüksek seviyenin kinetik enerjisi:

$$E_f = \frac{p_f^2}{2M} \approx 33 MeV$$

Proton nötron



Protonlar kuyusu daha yukarda.
Bunun nedeni protonlar arasındaki
Coulomb itmesi dir.

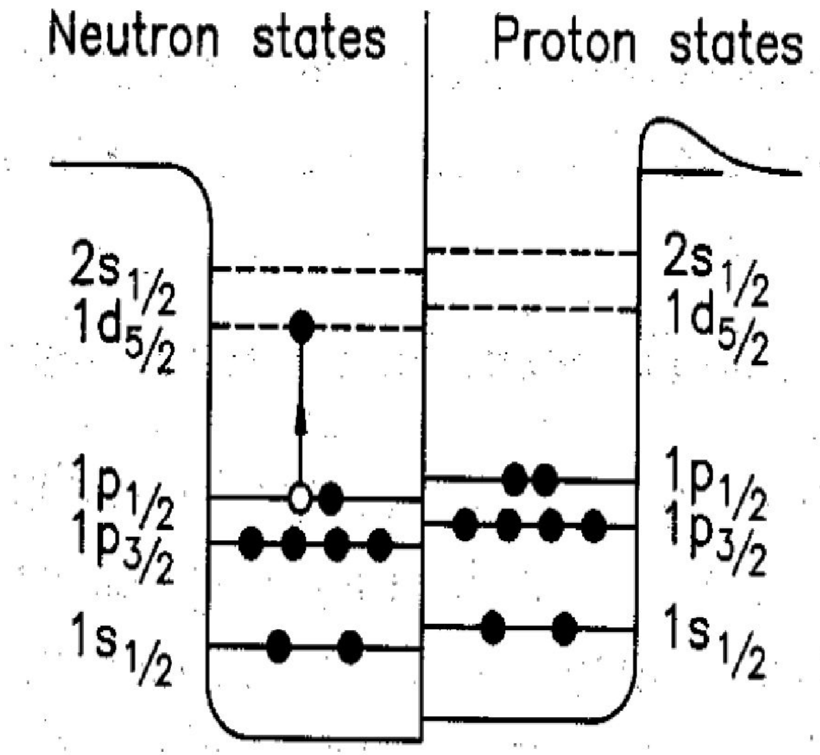
Fermi Enerjisi: Çekirdek N=Z=A /2 için Nükleonlar $E_F=(P_F{}^2/2m_{nuk.})$ =33 MeV ile serbest hareket edebilirler.

<u>Sonuç:</u>

1. Fermi enerjisi sabit (~30MeV)
2. Pauli prensibi: her seviye iki sefer dolar
3. Potansiyelin derinliği E_f+B_E=40 MeV
4. Protonlar: Coulomb itme kuvveti
5. Kararlı çekirdek: kuyular eşit şekilde dolu n fazlalığı

Sehel model

Anregung von ^{16}O im Schalenmodell



Sonuç: Atomdaki gibi kabuklara tekabül eder.
(Z ve N=2,8,20,50,82 ve 126) sihirli sayılar burada da görülmektedir.

Sihirli sayılar ana kabukların dolu etkisini temsil eder. Yani p ve n sayıları bu sayılara eşit olduğunda tabakalar dolu demektir.
Bir nükleonun potansiyeli tüm nükleonların oluşturduğu potansiyelle belirlenir.

Belirli yörüngelerin varlığı Pauli ilkesine bağlıdır.

Sihirli sayılar N,Z=2,8,20,28,50,82,126

özelikle kararlı → Kabuk yapısına uyar

İki defa sihirli sayılar daha çok kararlıdırlar.

$${}^{4}_{2}He_{2},\ {}^{16}_{8}O_{8},\ {}^{40}_{20}Ca_{20},\ {}^{48}_{20}Ca_{28},\ {}^{208}_{82}Pb_{126}$$

Küresel-simetrik potansiyel:

$$\Psi = (r,\varphi,\vartheta) = R_{nl}(r)Y_l^m(\varphi,\vartheta)$$

n=1,2,3,4,.. kuvantum sayısı

l=0,1,2,,… Açısal momentum

m=-1,….1 (2*l*+1) kere öz değer

n: Atomdaki gibi baş kuvantum sayısı değildir.

Herhangi bir *l* sayılı enerji düzeylerinin sayısını verir.

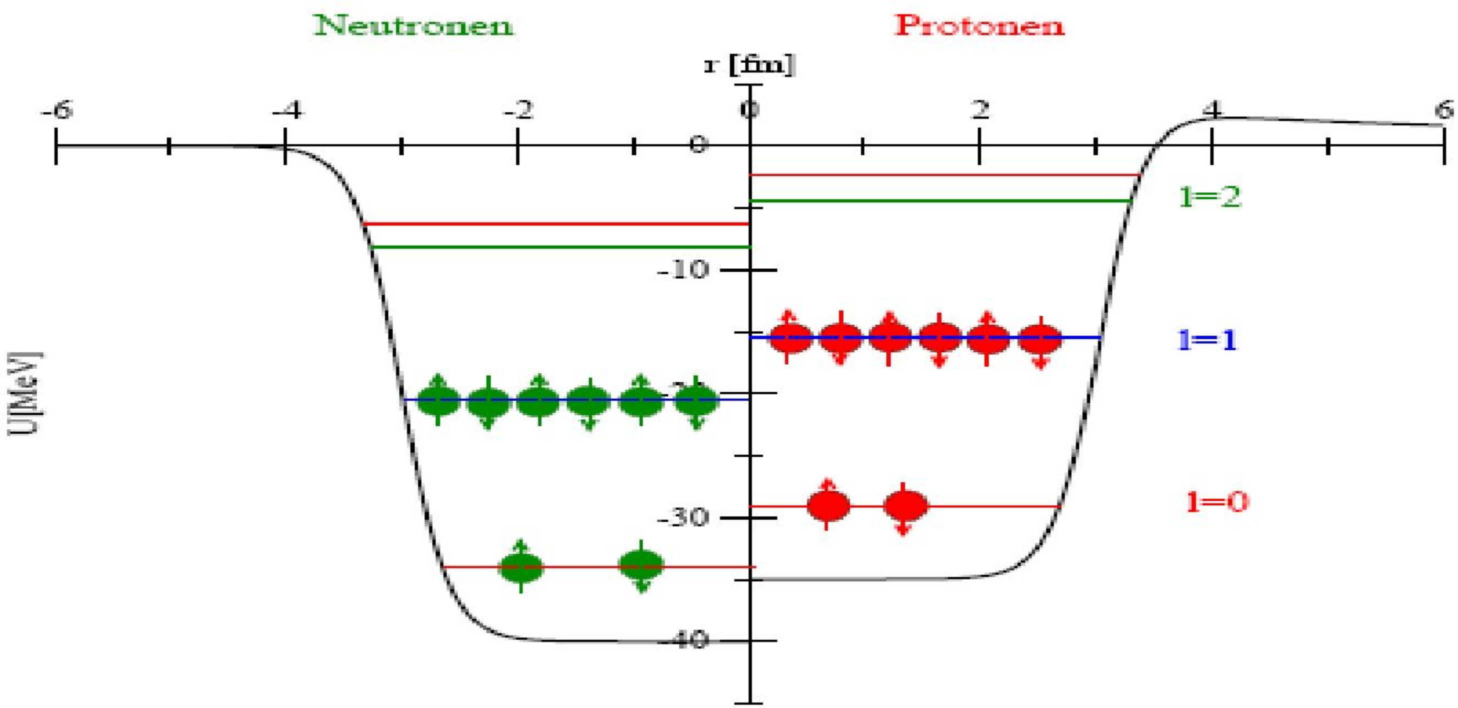
Kabuk potansiyeli:

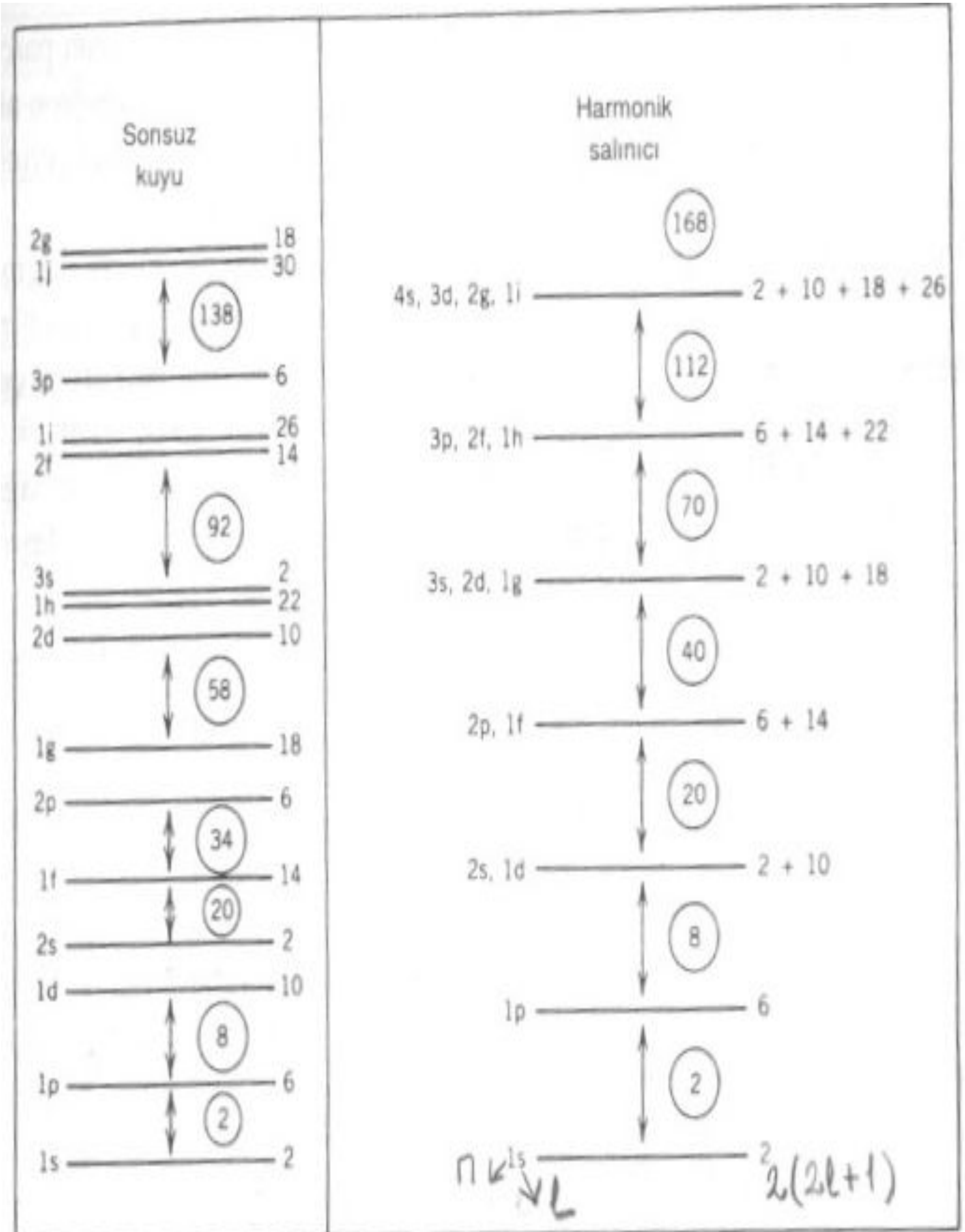
Nükleonlar birbirinden bağımsız hareket ediyorlar.

Potansiyel diğer nükleonlar tarafından ortak üretiliyor.

Ortalama alan: Atom fizikte Coulomb potansiyel

Yaklaşık olarak 3 boyutlu harmonik osilatör (hafif çekirdeklerde) Çözüm Schrödinger denklemi.



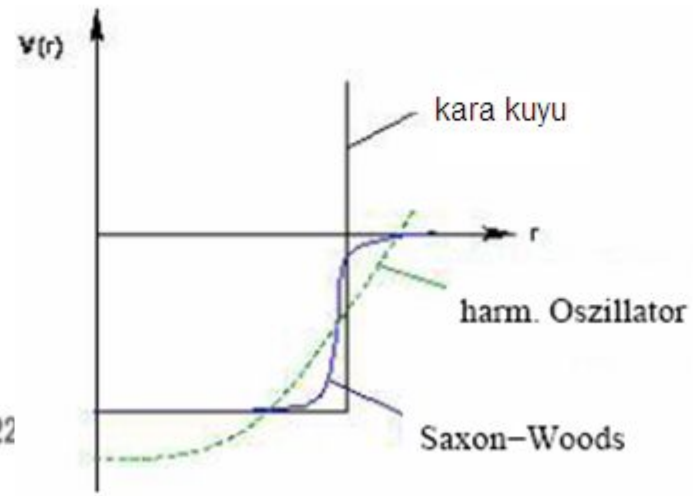


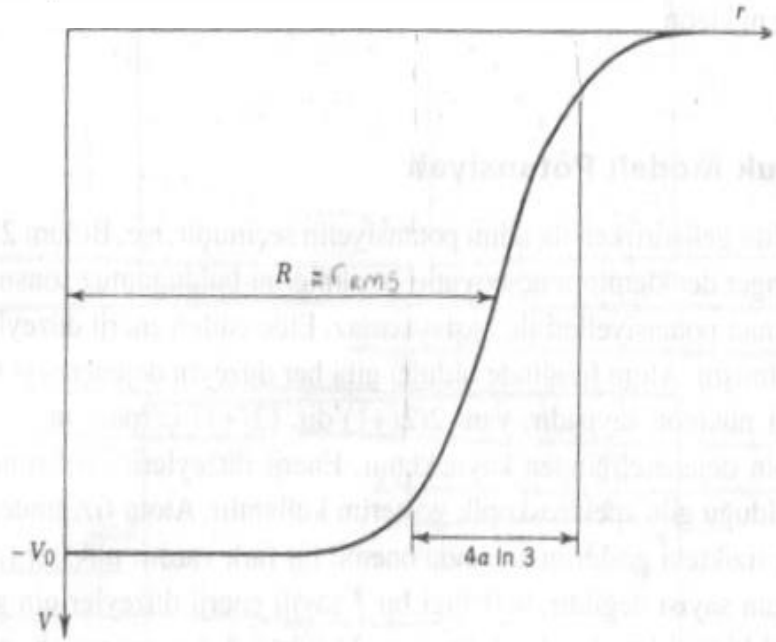
Şekilde görüldüğü gibi sonsuz kuyuda 1d ve 2d var.

Atom fizikte 1d ve 2d yok.

Her düzeyin alabileceği nükleon sayısı ve toplam nükleon sayısını göstermektedir. Nötron ve proton özdeş olmadıklarından ayrı ayrı sayılırlar.

Modelin gerçekçi olması için kuyu ve harmonik yerine yeni bir potansiyel seçmek gerekir.





Şekil 5.5 Kabuk modeli potansiyeli için gerçekçi bir biçim "yüzey kalınlığı" $4a \ln 3$ potansiyelin $0,9V_0$'dan $0,1V_0$'a kadar değiştiği uzaklıktır.

Ağır çekirdeklerde Sonsuz kuyu ve Harmonik salınıcı potansiyelleri yeterli değil.

Bunun yerine

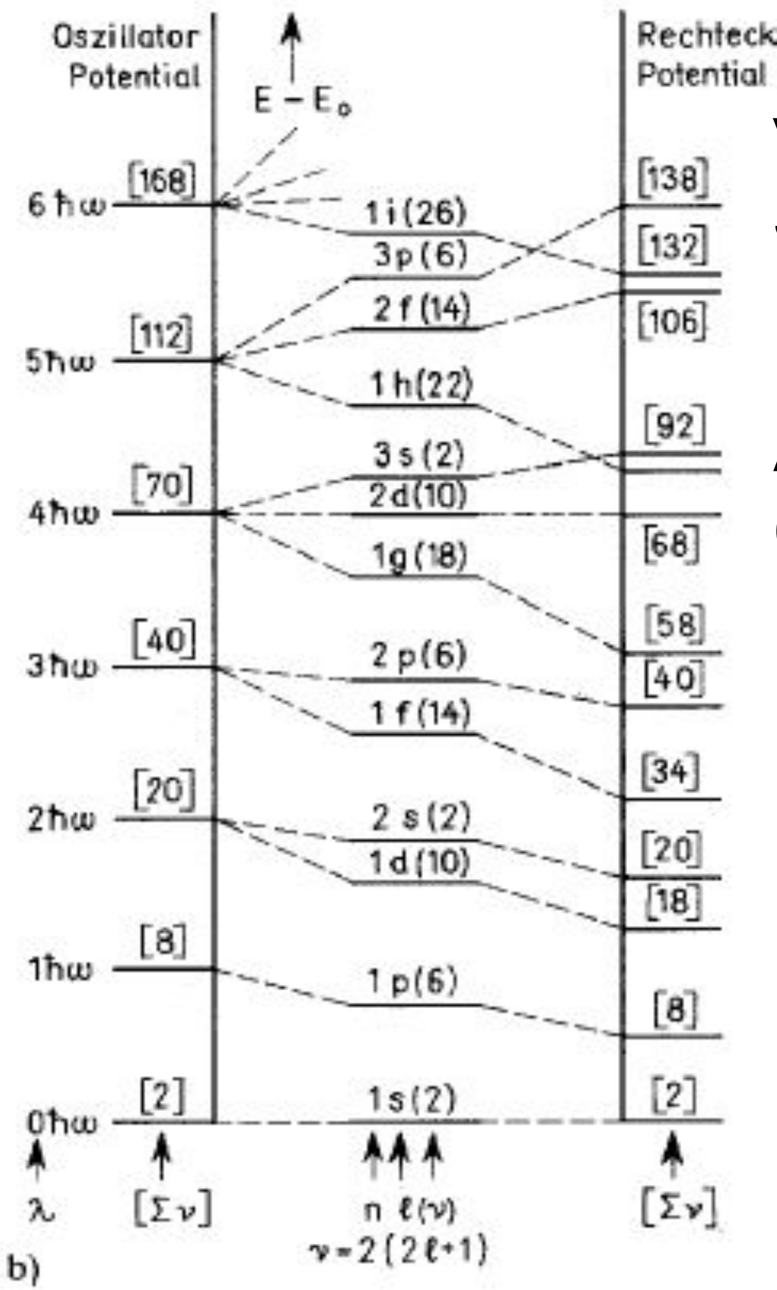
$V(r) = -V_0/(1+\exp[(r-R)/a])$

$R=1,25A^{1/3}$: ortalama yarıçap

$a=0,524$ fm :yüzey kalınlığı

$V_0=50$MeV :ayrılma enerjisi

Şekilde: a: $0,9V_0$ ile $0,1V_0$ aralığında 4aln3



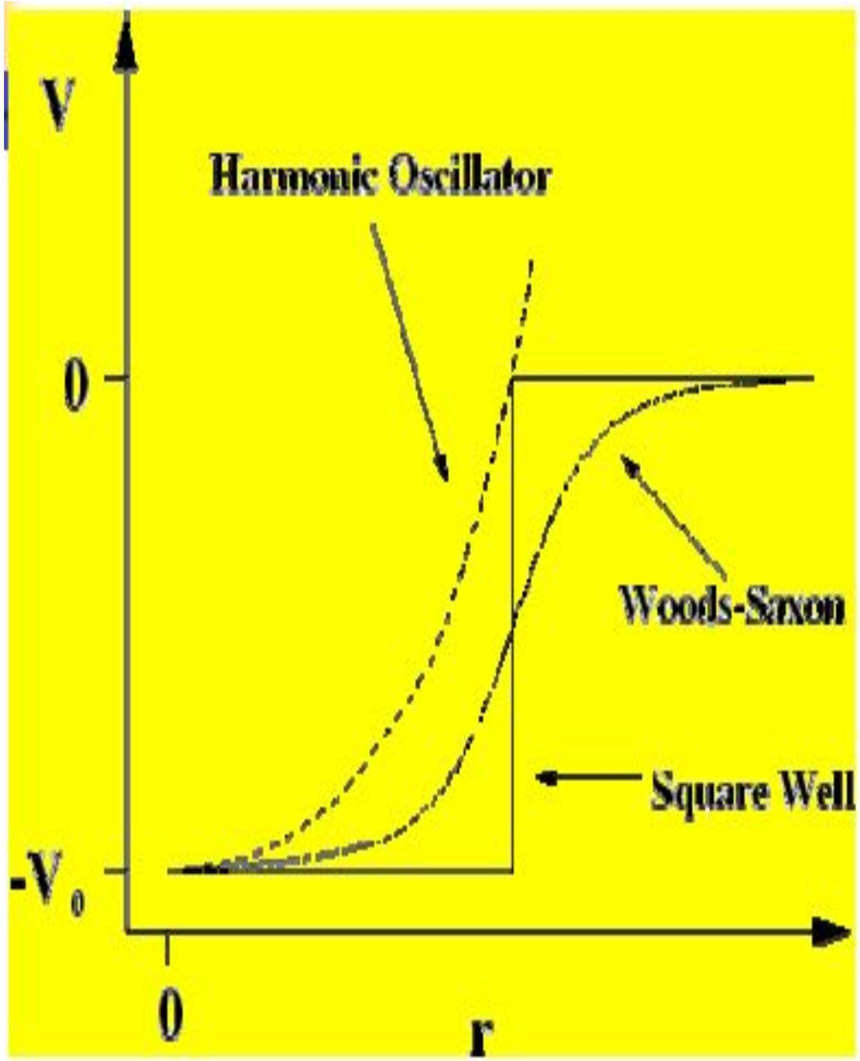
$V(r)=1/2(m\omega^2 r^2)$ bu potansiyeli için Schrödinger denklemi çözülmelidir.

Enerji öz değerleri n ve *l* bağlı.

$E_{n,l}=E_{\lambda}=(\lambda+3/2)\hbar\omega$

$\lambda= 2(n-1)+ l = 0,1,2,\ldots$

$(n=1,2,3,\ldots, l= 0,1,2,..)$



$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

Ağır çekirdekler için sonsuz kuyu potansiyeli geçerli değil. Bunun yerine Fermi dağılımını ve Woods-Saxon Potansiyelini kullanacaz.

Formüldeki

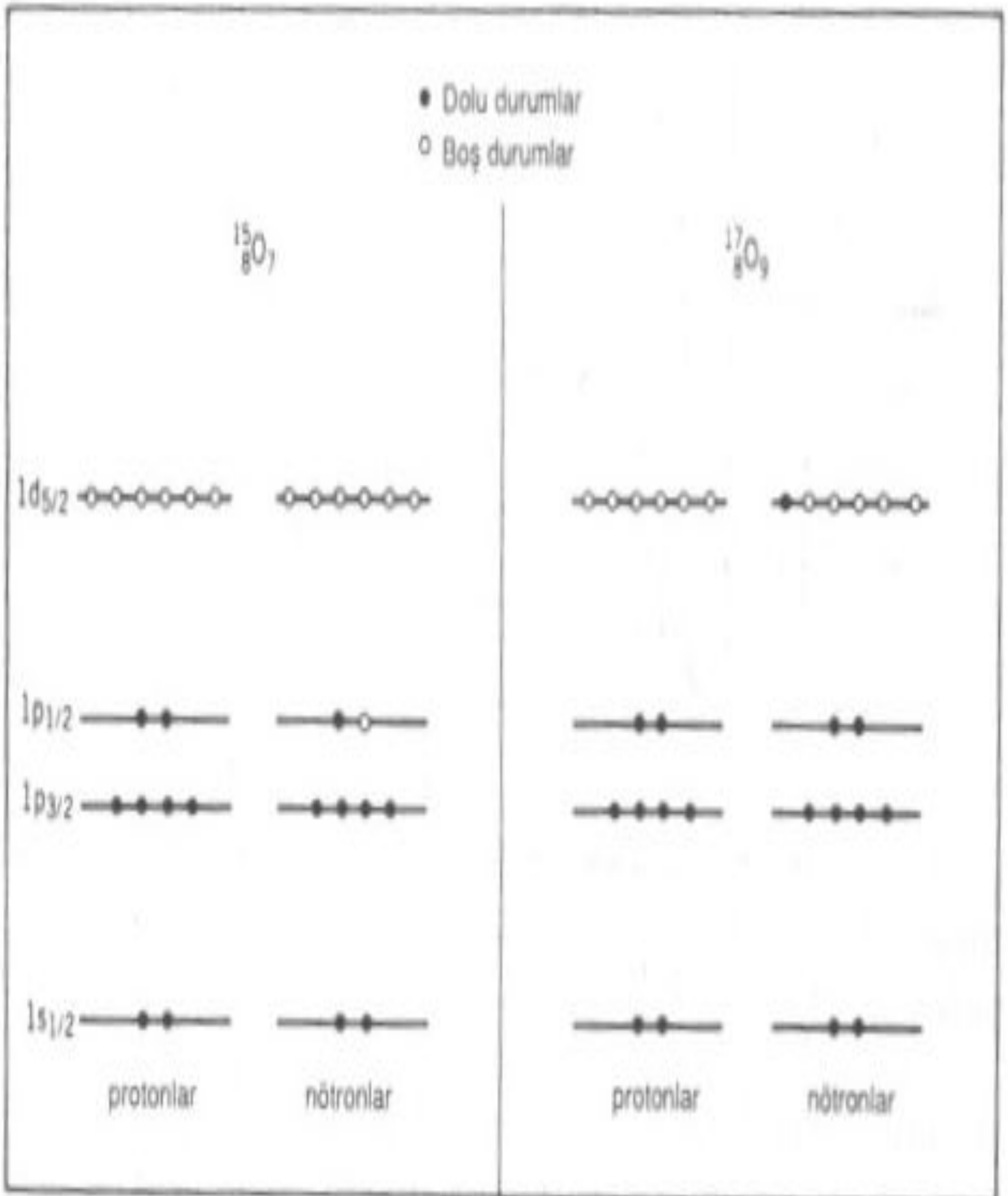
a:yüzey kalınlığını gösterir.

a=0,524 fm

$R=1,25A^{1/3}$

V_0 kuyu derinliği=50MeV

Enerji düzeyleri şekil 5.6



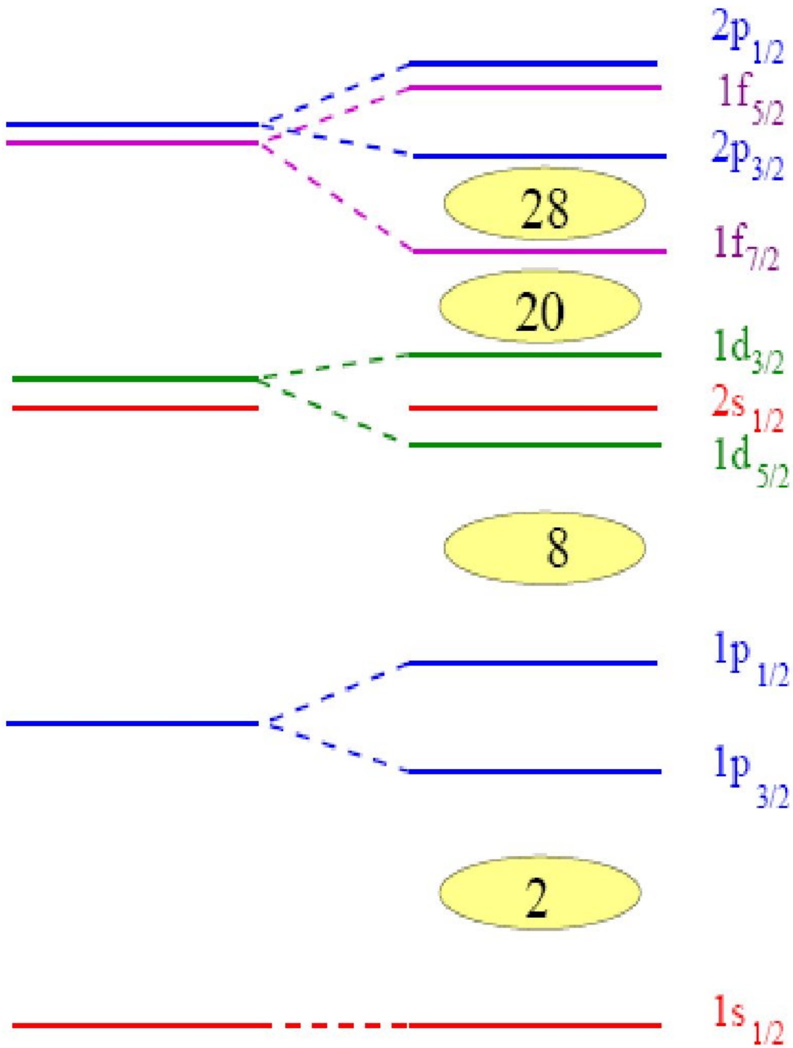
Burada spin-yörünge potansiyelinin etkisi söz konusu.

Atomda olduğu gibi J=l+s toplam açısal momentum şeklinde. Şekilde dolu kabuklar nükleer yapıya katkıda bulunmazlar.

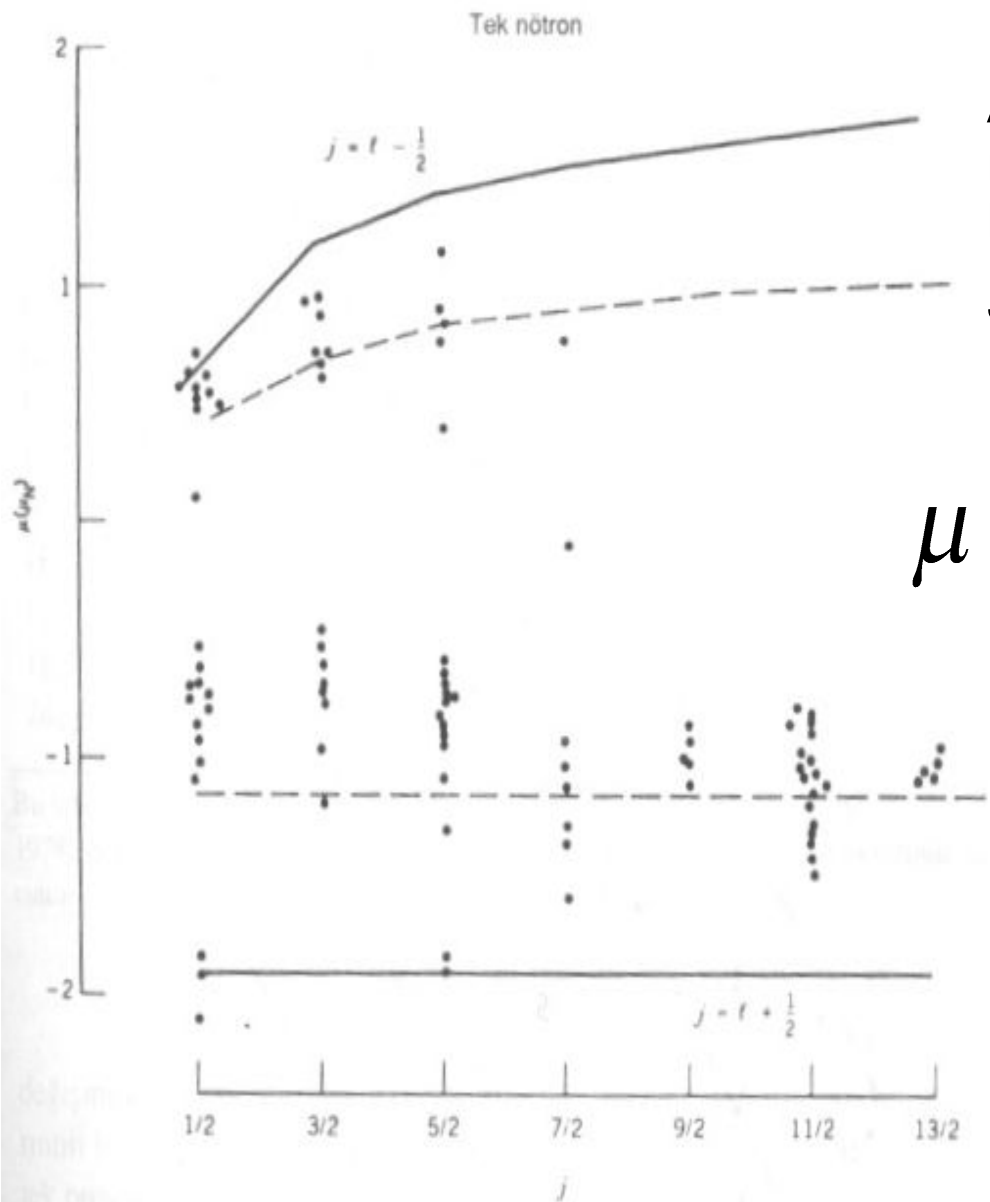
Çiftlenmemiş nötronlar çekirdeğin özeliğini belirler.

^{15}O tek nötron $p_{1/2}$ bulunduğundan ^{15}O nun taban durumu s=1/2 ve parite(-1)dir.

^{17}O ise taban durumu $d_{5/2}$ s=5/2 parite çifttir.



- Atomdaki gibi her düzeyin alabileceği nükleon sayısı 2(2*l*+1) dir.
- Nötronlar ve protonlar özdeş olmadıklarından ayrı ayrı sayılırlar.
- 1s düzeyi 2p ve 2n alabilir. 2,8 ve 20 var. Ama daha ağır çekirdeklerde bu özellik bozulur.
- Model yetersiz kalıyor.

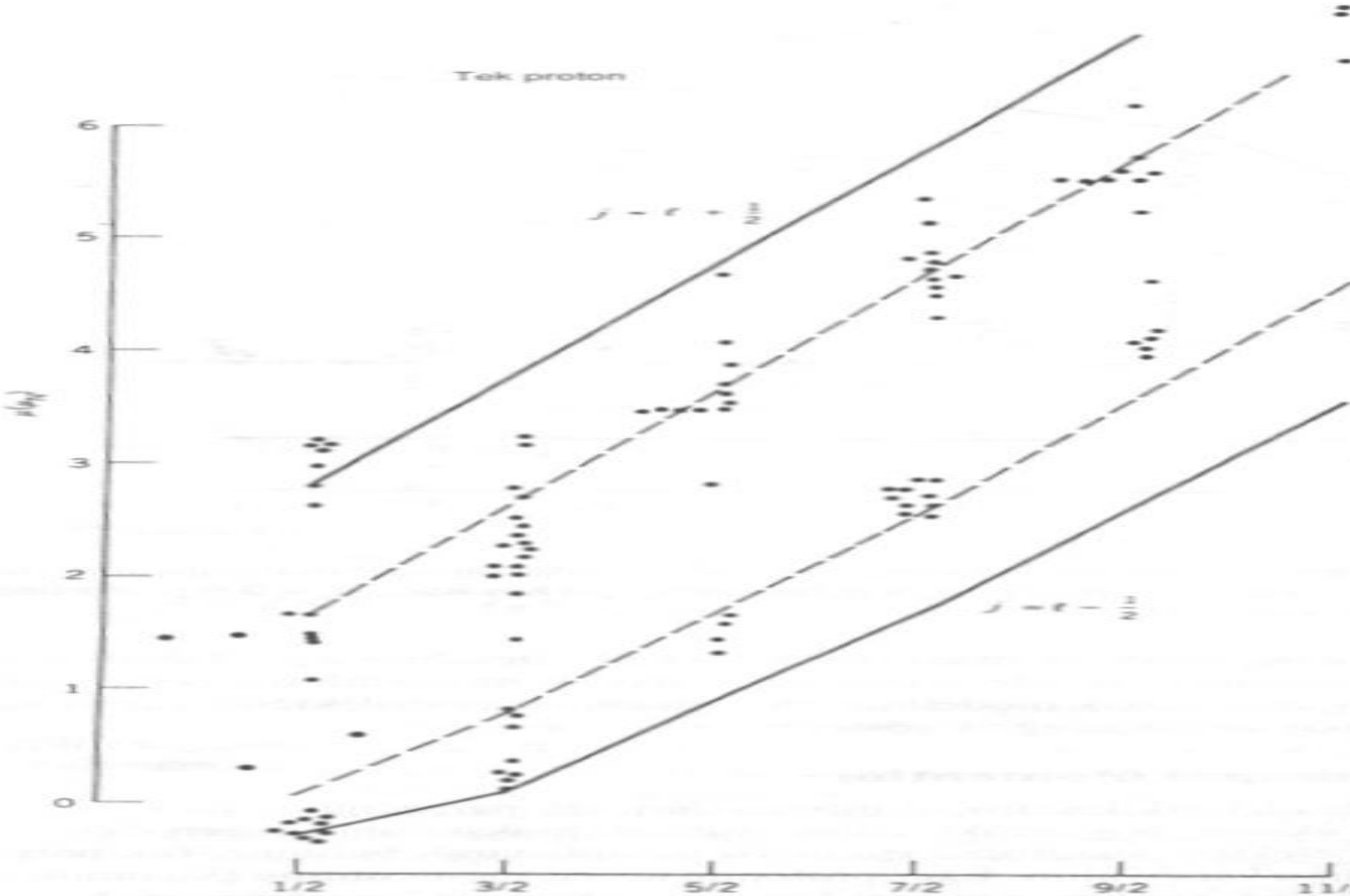


Manyetik dipol momentler.

Açısal momentumun z bileşenin maksimum olduğu durumda hesaplanarak bulunur.

J_z=jh (*l* ve s eklenir)

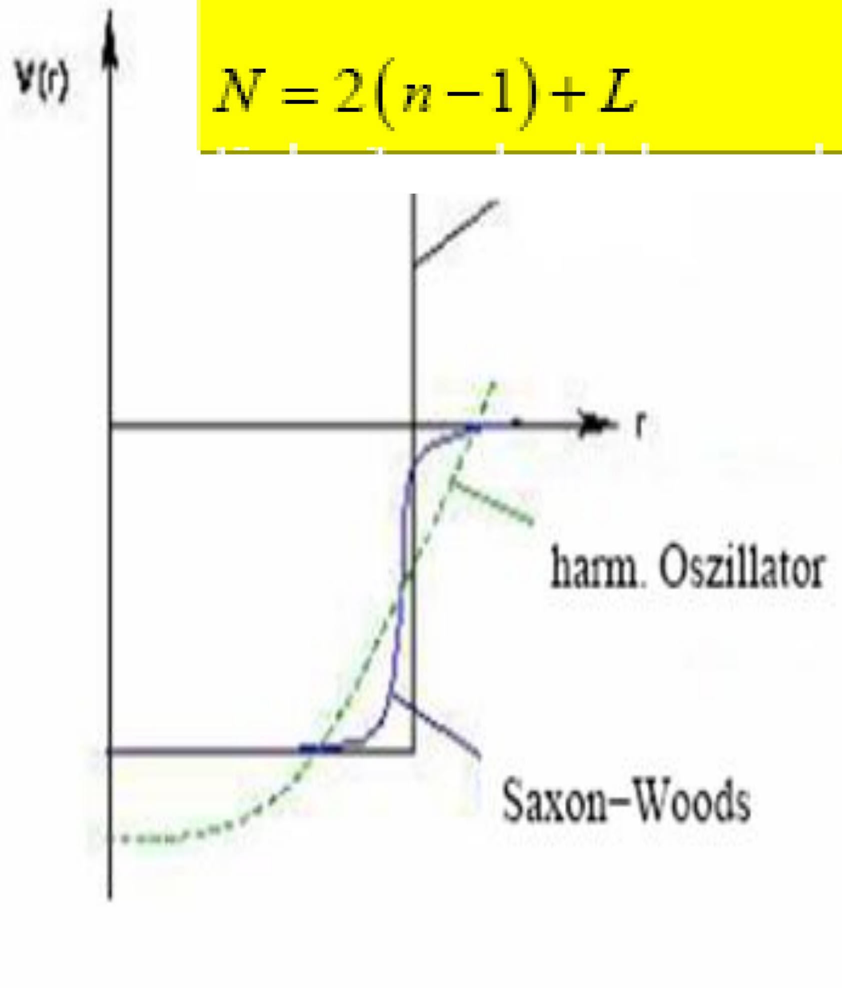
$$\mu = \mu_N (g_l l_z + g_s s_z)/\hbar$$



Şekil 5.9 Devamı

$$E_{Osz} = \left(N + \tfrac{3}{2}\right) \cdot \ \omega = \left(N_x + N_y + N_z + \tfrac{3}{2}\right) \cdot \ \omega$$

$$N = 2(n-1) + L$$



m -L…,0,….+L

2L+1

Spin s=1/2

2. manyetik alt seviye

Sonuç:2x2(L+1) öz değer.

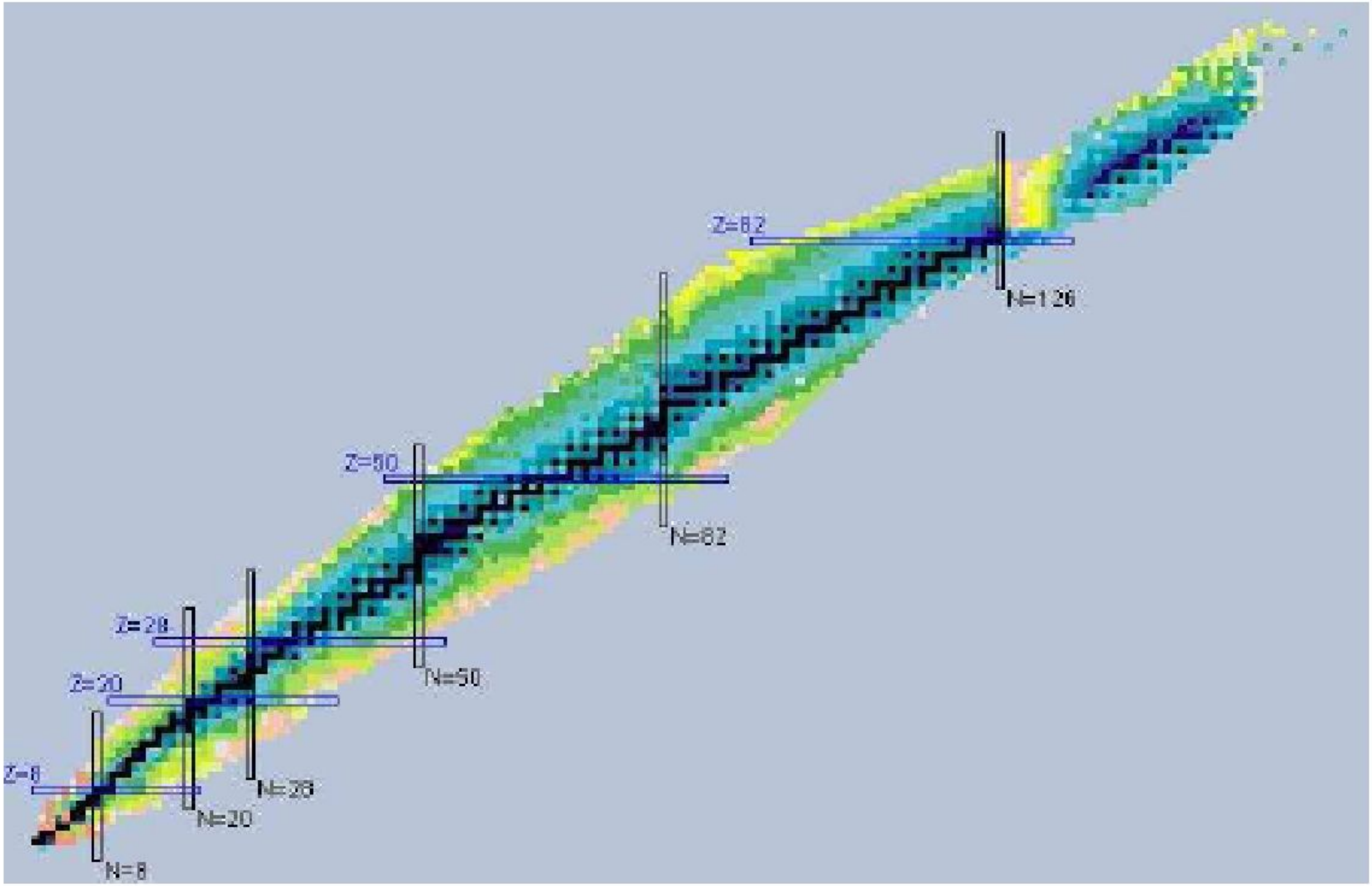
Woods-Saxon potansiyeli de sihirli sayıları vermez.

1963 Nobel ödülü alan Meier ve Jenssen nin önerdiği spin-açısal momentum etkileşmesi ile sihirli sayıları açıklamıştır.

$$V(r) = V \qquad (r) + V_{Ls}(r)\frac{\langle L \cdot s \rangle}{2}$$

$$\frac{\langle L \cdot s \rangle}{2} = \frac{j(j+1) - L(L+1) - s(s+1)}{2} = \begin{cases} \dfrac{L}{2} & j = L + \dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{(L+1)}{2} & j = L - \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{Ls} = \left(L + \frac{1}{2}\right) V_{Ls}(r)$$


Z=82
N=126
Z=50
N=82
Z=28
Z=20
N=50
Z=8
N=28
N=20
N=8