РАЙОННАЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ЮНОСТЬ ПОМОРЬЯ»

Направление Математика

Аликвотные дроби

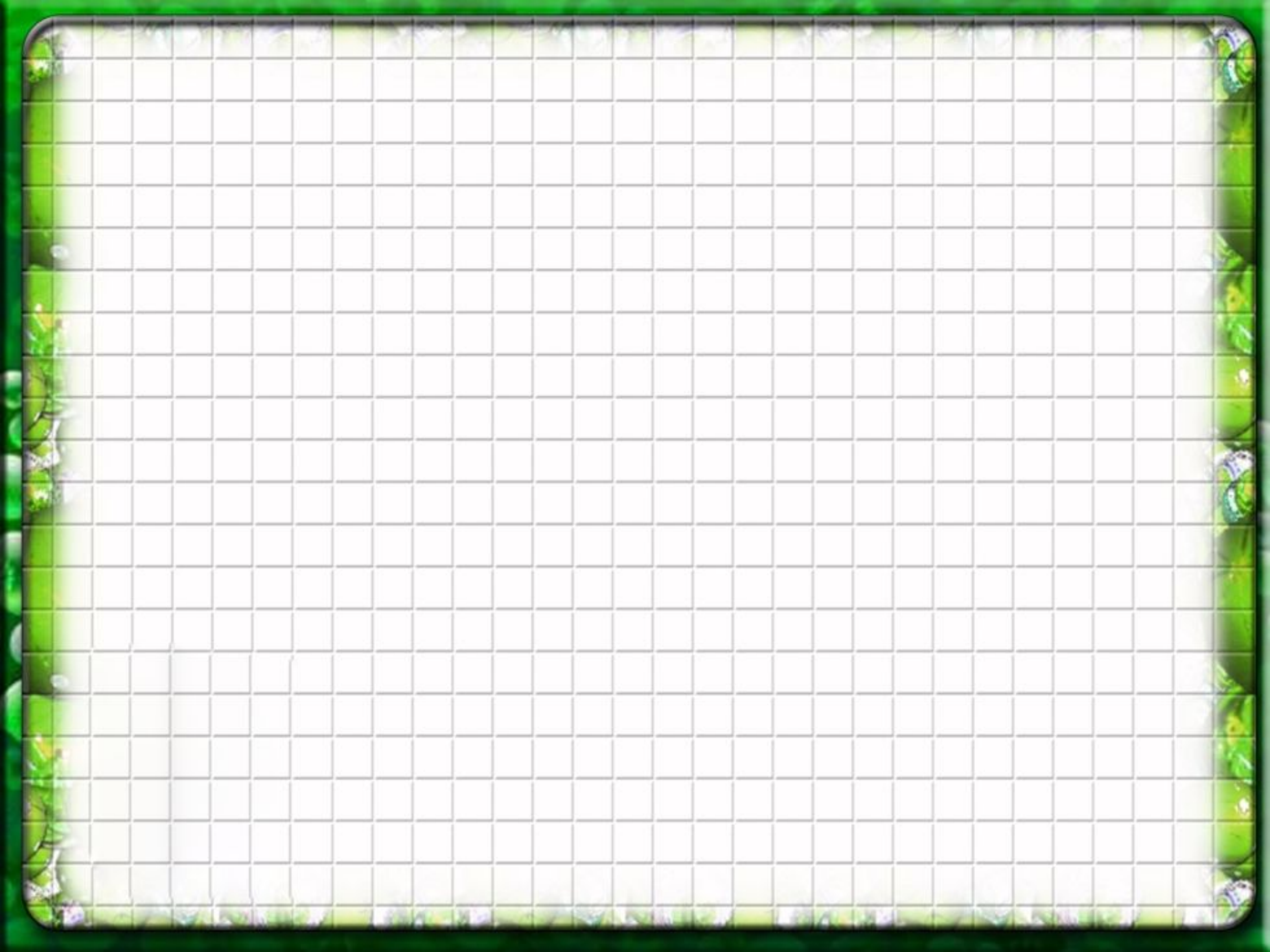
Исследовательская работа

Выполнена учеником 7 класса
МБОУ «Шеговарская СШ»
Истоминым Никитой

Научный руководитель – учитель
МБОУ «Шеговарская СШ»
Власенкова Ольга Дмитриевна

«Без знания дробей никто не может признаваться знающим арифметику!»

Цицерон



Цели и задачи:

- ***Цель исследования****: иследование аликвотных дробей.*
- ***Задачи исследования****:*

- Провести опрос учащихся;

- Изучить научную литературу;

- Выяснить, какие операции с аликвотными дробями можно выполнять ;

- Научиться решать олимпиадные задачи;

- Найти примеры использования аликвотных дробей в жизни.

- Объектом нашего исследования является научная литература.
- Предметом исследования – аликвотные дроби.

Учение о дробях считалось самым трудным разделом математики во все времена и у всех народов Кто знал дроби ,тот был в почете. Автор старинной славянской рукописи XV века писал «Не есть се дивно, что…в целых, но есть похвально, что в долях…»

Нами был проведен мини - опрос среди школьников 5-10 кл, которые ответили на 4 вопроса:

- Какие дроби бывают?
- Знаете ли вы о египетских дробях?
- Знаете ли вы о математических папирусах?
- Хотелось ли узнать о них больше?

Было опрошено 52 респондента, получены следующие ответы:

-100 % имеют общее представление о дробях; 2,4 % имеют общее представление о египетских дробях; 1,6 %; 1% знают о существовании математических папирусов. 99,8% хотят знать больше. Результаты опроса показали, что школьники обладают недостаточными знаниями о дробях и хотят узнать больше.

- Первой дробью, с которой познакомились люди, была половина. Хотя названия всех следующих дробей связаны с названиями их знаменателей (три – «треть», четыре – «четверть» и т. д.), для половины это не так – ее название во всех языках не имеет ничего общего со словом «два». Следующей дробью была треть.

- Первые дроби, с которыми нас знакомит история, это дроби вида –

$$\frac{1}{n}$$

Это и есть аликвотные дроби.

- Египетская дробь – в математике сумма нескольких аликвотных дробей.

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

- У египтян были специальные символы для написания дробей
- 1 черта
- 10 пятка
- 100 петля веревки
- 1 000 кувшинка (или лотос)
- 10 000 палец
- 100 000 жаба или личинка
- 1 000 000 человек с поднятыми вверх руками

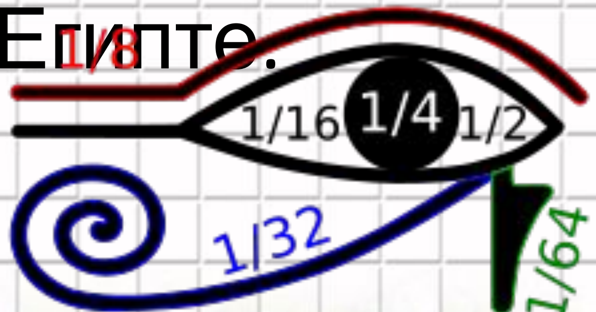
- Для написания

- Египетская дробь — сумма нескольких дробей вида $\frac{1}{n}$ (так называемых аликвотных дробей). Другими словами, каждая дробь суммы имеет числитель, равный единице, и знаменатель, представляющий собой натуральное число.

Пример: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16}$

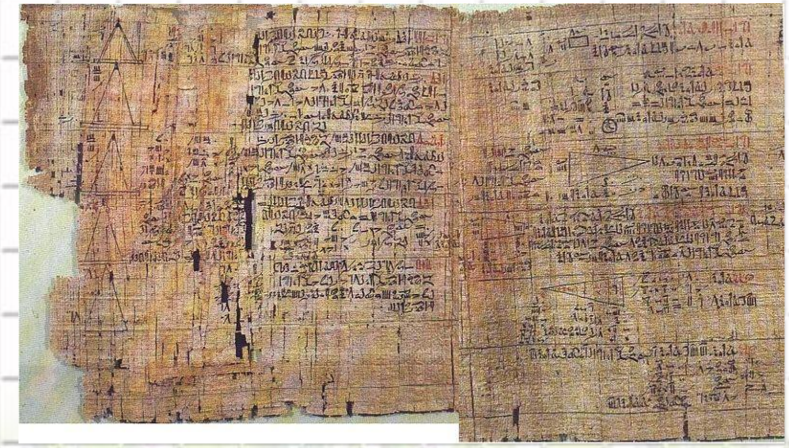
Важную работу по исследованию е[...] дробей провёл математик Фибонач[...] труде «Liber Abaci»

Для написания частей мер емкости сыпучих тел египтяне не пользовались обыкновенными дробями возможно, ввиду их сложности и громоздкости. Меры емкости сыпучих тел были основаны на иероглифе Глаз Хора или Ока Хора. Такие дроби использовались вместе с другими формами записи египетских дробей для того, чтобы поделить [хекат](), основную меру объёма в Древнем Египте.



Математические папирусы.

Одним из первых известных упоминаний о египетских дробях является Математический папирус Ринда. Три более древних текста – это Египетский математический кожаный свиток, Московский математический папирус и Деревянная табличка Ахмима.



- **Основные операции над аликвотными дробями**.

Чтобы представить какое-либо число в виде суммы аликвотных дробей, порой приходится проявлять незаурядную изобретательность. Скажем, число $\frac{2}{43}$ выражается так: $\frac{2}{43} = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$. Производить арифметические действия над числами, раскладывая их в сумму долей единицы, очень неудобно. Поэтому в процессе решения задач для разложения аликвотных дробей в виде суммы меньших аликвотных дробей возникла идея систематизировать разложение дробей в виде формулы. Эта формула действует, если требуется разложение аликвотной дроби на две аликвотные дроби.

Формула выглядит следующим образом: $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n.(n+1)}$

- Примеры разложения дробей:

$$\frac{1}{3}=\frac{1}{3+1}+\frac{1}{3\bullet(3+1)}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12};$$

$$\frac{1}{5}=\frac{1}{5+1}+\frac{1}{5\bullet(5+1)}=\frac{1}{6}+\frac{1}{30}.$$

Но если преобразовать нашу формулу,

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n\bullet(n+1)}$$

то получим следующее полезное равенство:

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{2*3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \qquad \frac{1}{2}=\frac{1}{1*2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$$

То есть аликвотную дробь можно представить разностью двух аликвотных дробей.

- На основании разности аликвотных дробей можно найти сумму трудноразрешимую для обычного человека задачу:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2*3}+\frac{1}{3*4}+\frac{1}{4*5}+\ldots+\frac{1}{19*20}=???$$

Воспользуемся нашей формулой для разложения аликвотной дроби в виде разности:

$$\mathbf{\frac{1}{2}=\frac{1}{1*2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2};\quad \frac{1}{2*3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3};\quad \frac{1}{3*4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}\text{; и т.д.}$$

Подставив, уже разложенные выражения в наш пример, получаем:

$$\mathbf{\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\ldots-\frac{1}{19}+\frac{1}{19}-\frac{1}{20}=\frac{1}{1}-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}}$$

- Мы представили формулу при разложении аликвотной дроби на 2 слагаемых. При разложении 1 на два слагаемых получается:

$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$.

Чтобы разложить 1 на 3 слагаемых, мы возьмём одну аликвотную дробь и по формуле разложим ее еще на две аликвотные дроби: $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6} \Rightarrow 1=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ и т.д.

Задачи из папируса Ахмеса

- Папирус Ахмеса начинается с таблицы, в которой все дроби вида от $\frac{2}{5}$ до $\frac{2}{99}$ записаны в виде сумм долей.

Например: $\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$; $\frac{2}{7} = \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21}$;

$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$; $\frac{2}{99} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$

С помощью этой таблицы выполняли деление чисел. Например, вот как выполняли деление 5 на 21:

$$\frac{5}{21} = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{2}{21} = \frac{1}{21} + (\frac{1}{14} + \frac{1}{42}) + (\frac{1}{14} + \frac{1}{42}) = \frac{1}{21} + \frac{2}{14} + \frac{2}{42} = \frac{1}{7} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{42}.$$

Аликвотные дроби нужны были египтянам в практических целях.

Несколько задач из папирусов.

1.В папирусе есть задача: « Разделить 7 хлебов между 8 людьми».

Мы провели эксперимент. Раздали каждому по 7 полосок. Попросили разделить на 8 равных частей, сделав как можно меньше разрезов

Вот результаты:

60% решили задачу трудным способом;
33% решили задачу лёгким способом.

Так эта задача решена на папирусе Райнда – это древнеегипетский математический текст, переписанный около 1650 г. до н. э. писцом Ахмесом:

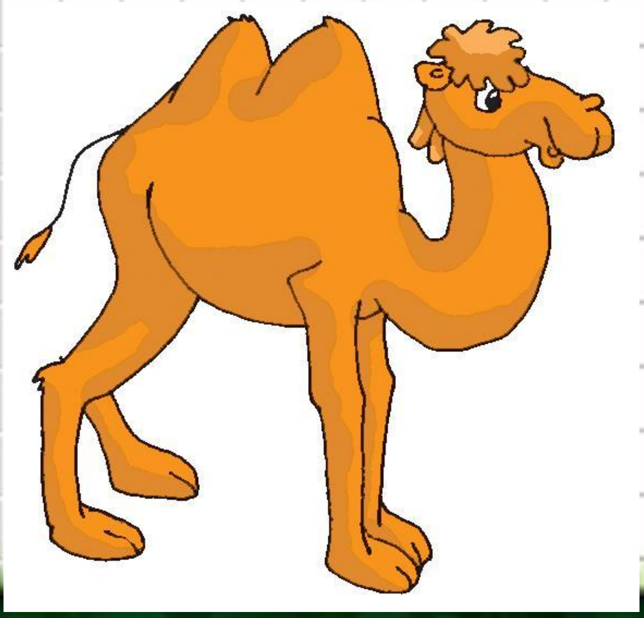
$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

Значит, каждому человеку нужно дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба. Теперь ясно, что надо 4 хлеба разрезать пополам, 2 хлеба на 4 части и только один хлеб – на 8 частей.

2.Ещё одна старинная задача.

Крестьянин завещал трем своим сыновьям 17 верблюдов, причем старший должен был получить 1/2 часть всех верблюдов, средний – 1/3 часть, а младший -1/9. Братья долго спорили, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Мимо на верблюде проезжал Ходжа Насреддин. Он предложил присоединить к верблюдам ещё и своего, и решить таким образом возникшую проблему. И действительно, братья смогли разделить верблюдов так, как наказал отец. Причем Ходжа Насреддин получил своего верблюда обратно.

- *Решение:*
- *1) 17+1=18 (верблюдов) стало*
- *2) 18Х1/2=9 (верблюдов) – старшему*
- *3) 18Х1/3=6 (верблюдов) – среднему*
- *4) 18Х1/9=2 (верблюда) – младшему*
- *5) 18-(9+6+2)=1 (верблюд) – вернули*



Олимпиадные задачи

- Сейчас аликвотные дроби можно встретить лишь в олимпиадных заданиях. Например:

Представить число 1 в виде сумм различных аликвотных дробей

А) трёх слагаемых:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6},$$

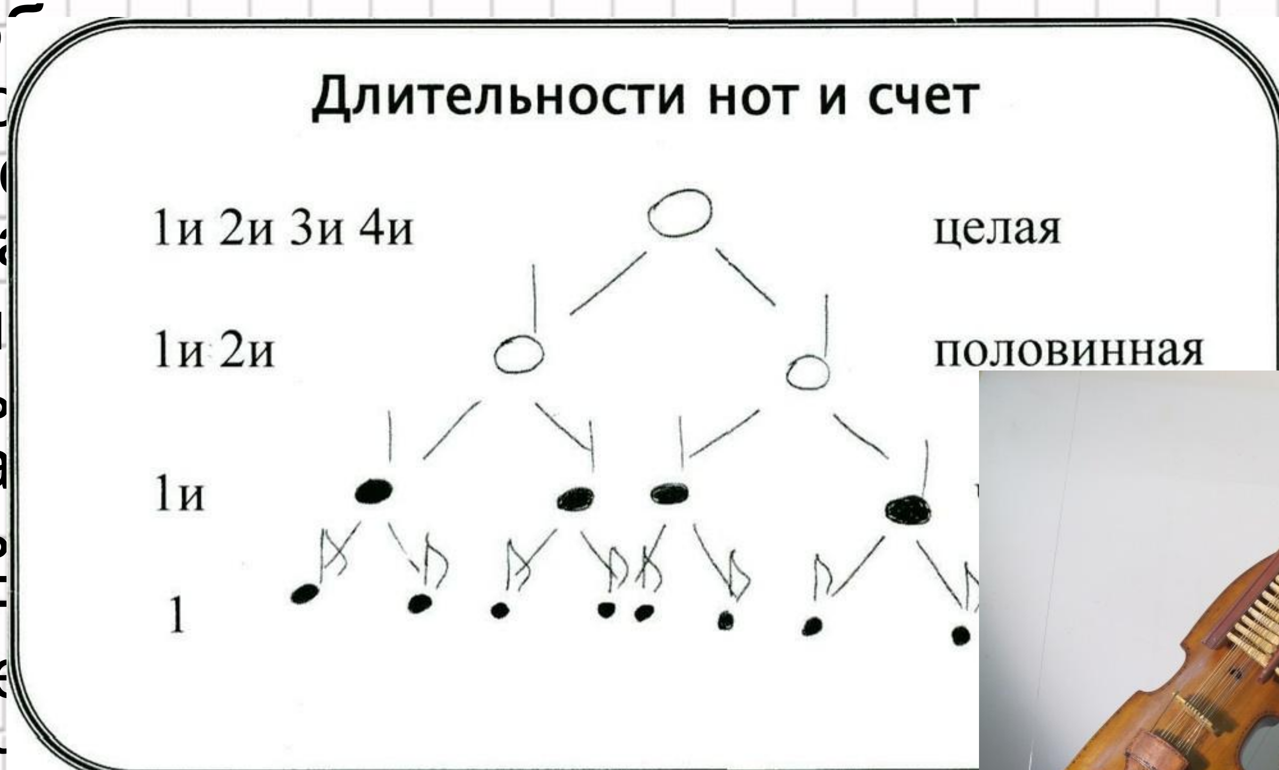
Б) четырёх слагаемых:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{42}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42};$$

В) пяти слагаемых: $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{42}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42}.$

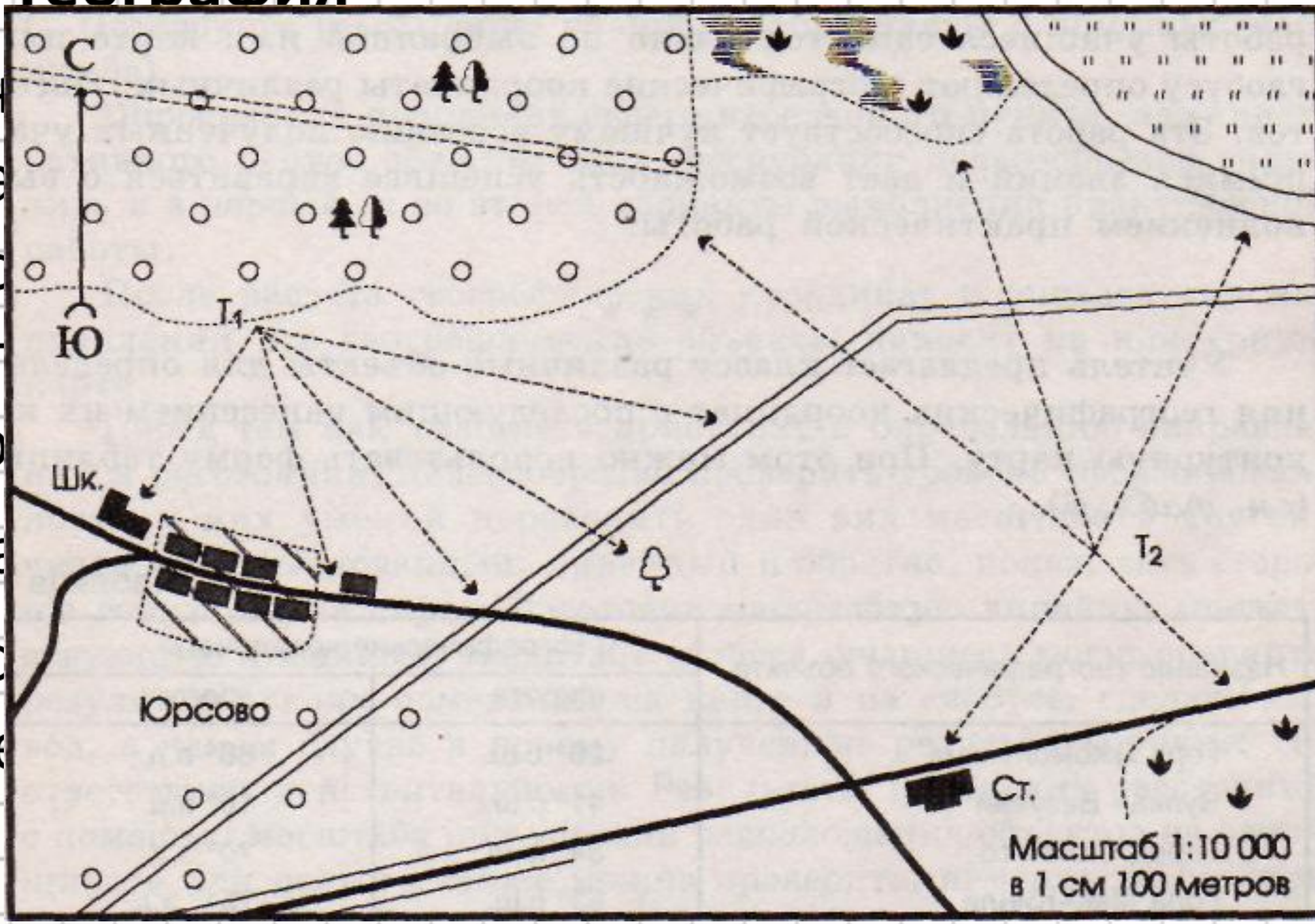
Применение дробей в повседневной жизни.

1) Дроб
Ноты с ия.
Есть п
шестна



2) Али е
струн
струна
которы
игры. Р
от коле
их звуч
возможностей инструмента. Эти стр
размещаются под грифом, сбоку ил
игровыми струнами. Встречаются у
индийских инструментов у некоторы
виолончелей.

3) География



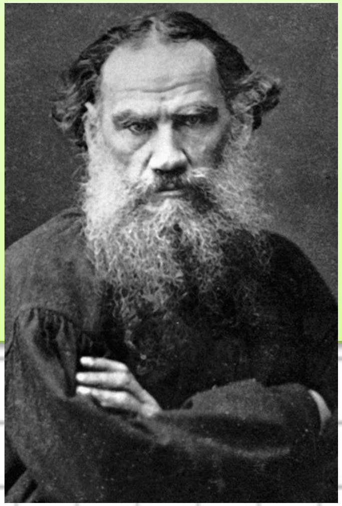
Заключение

Исследуя проблему аликвотных дробей, пришли к выводу, что тема малоизвестна для широкого круга школьников. Изучив различные источники, установили, что большая часть материала по данной проблеме находится в основном в словарях и на Интернет носителях.

При разработке данной темы, мы узнали, что первыми дробями, которыми оперировали люди, были аликвотные дроби.

С Древних времен тема «Дроби» считалась одной из самых сложных, поэтому, когда человек попадал в трудное положение, говорили «Попал в дроби». Для того чтобы в жизни у вас все получалось, нужно знать и изучать дроби!

Человек подобен дроби: числитель – это он сам, а знаменатель то, что он сам о себе думает. Чем больше знаменатель, тем меньше дробь.



Л.Н.Толстой

Спасибо за внимание!