

LOGO

Производная показательной функции.

11 класс.

План урока

1

Повторение материала

2

Объяснение нового
материала

3

Решение примеров

4

Задание на дом

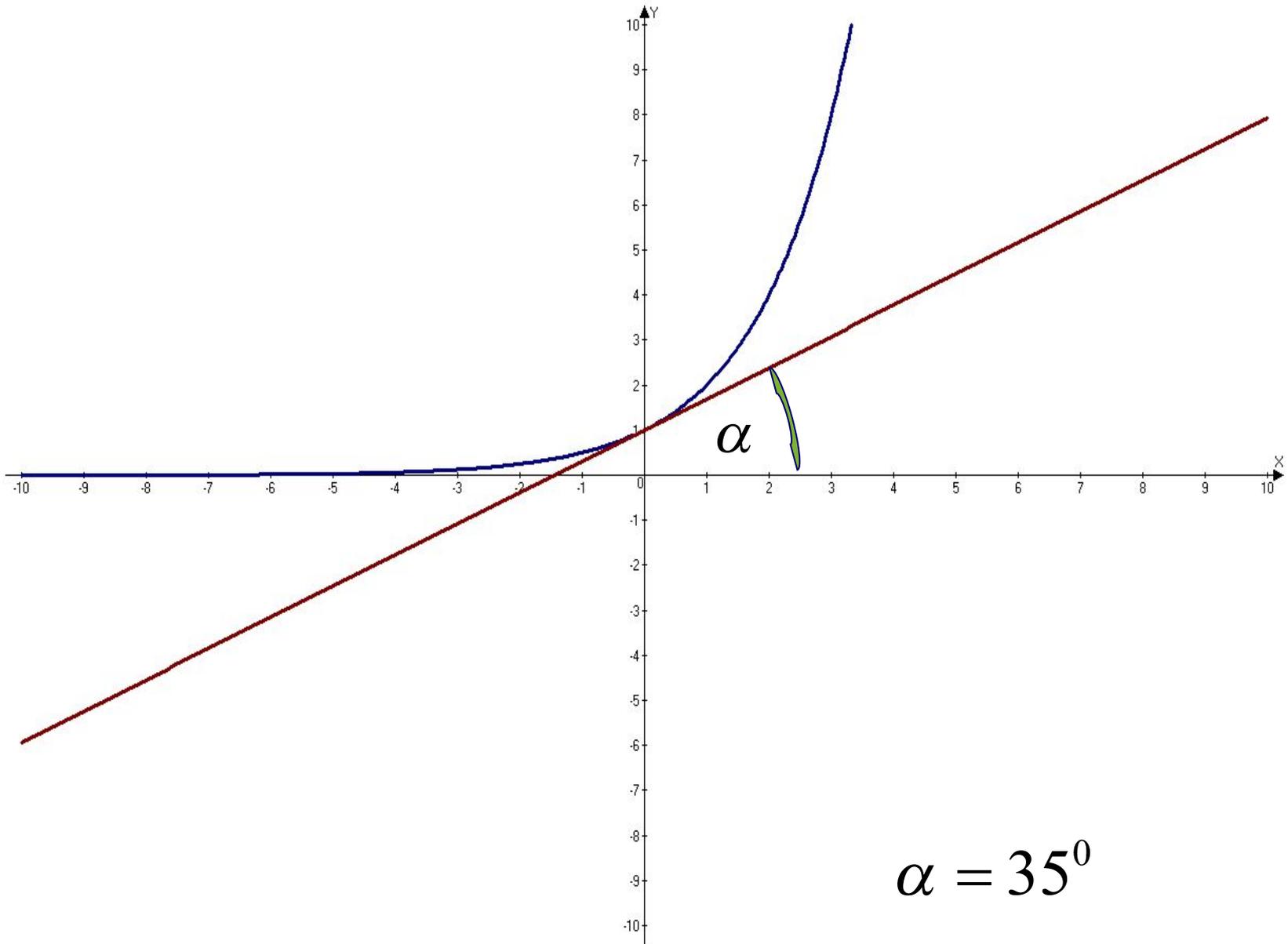
Устная работа.

1. **Определение производной.**
2. **Правила дифференцирования.**
3. **Производные элементарных функций.**
4. **Применение производной при исследовании функции.**
5. **Уравнение касательной.**

Устная работа.

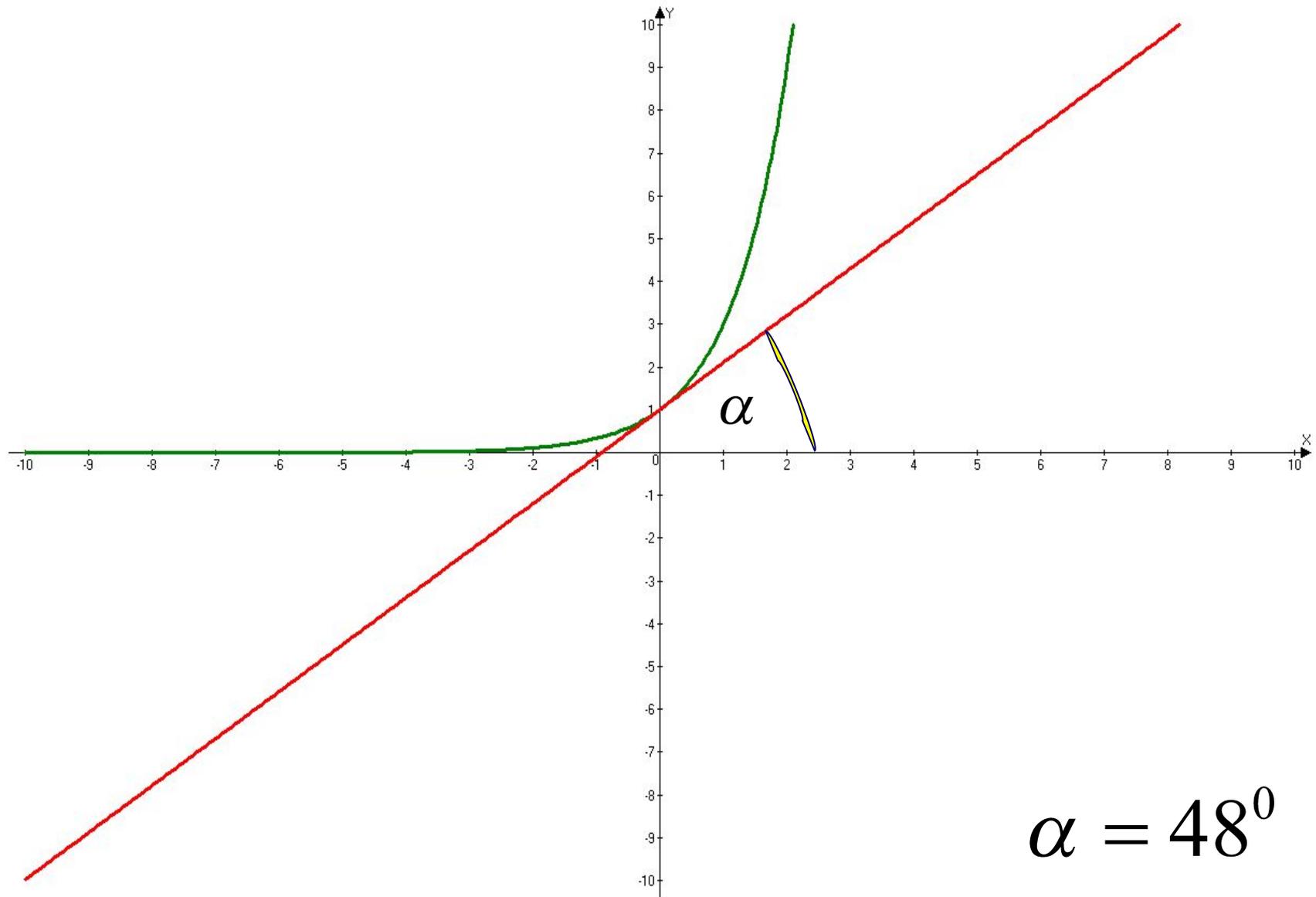
$f(x)$	x^3	x^{-7}	$4x^6$	8	\sqrt{x}	$\frac{x^3}{3}$	$\sin(4x)$
$f'(x)$	$3x^2$	$-7x^{-8}$	$24x^5$	0	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	x^2	$4\cos(4x)$

$$f(x) = 2^x$$



$$\alpha = 35^\circ$$

$$g(x) = 3^x$$



$$\alpha = 48^\circ$$

$f(x) = \ln(x)$ —

α — угол наклона касательной

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 2,718281828\dots$$

$$e \approx 2,7$$

Функция $f(x) = e^x$

Существует такое число большее 2 и меньше 3 (это число обозначают буквой e), что показательная функция $f(x) = e^x$ в точке 0 имеет производную, равную 1, т.е.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = 1.$$

Функция $f(x) = e^x$

Теорема 1.

Функция $f(x) = e^x$
дифференцируема в каждой точке
области определения, и

$$(e^x)' = e^x.$$

Определение

Натуральным логарифмом
называется логарифм по
основанию e :

$$\ln x = \log_e x$$

Теорема 2

Показательная функция $y = a^x$

дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

Примеры.

1. Найдите производную функции

$$f(x) = e^{3x} (2x - 1).$$

Решение:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^{3x})'(2x - 1) + e^{3x} (2x - 1)' = \\ &= 3e^{3x} (2x - 1) + 2e^{3x}. \end{aligned}$$

Примеры

2. Исследуйте функцию на экстремумы:

$$f(x) = x^2 2^{-x}$$

Решение:

$$f(x) = x^2 \cdot 2^{-x}, D(f) = \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2, D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2 = 0;$$

$$x \cdot 2^{-x} (2 - x \ln 2) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{\ln 2}.$$

- ◆ Записать формулу производной показательной функции.

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

- ◆ 2. Записать формулу производной экспоненты.

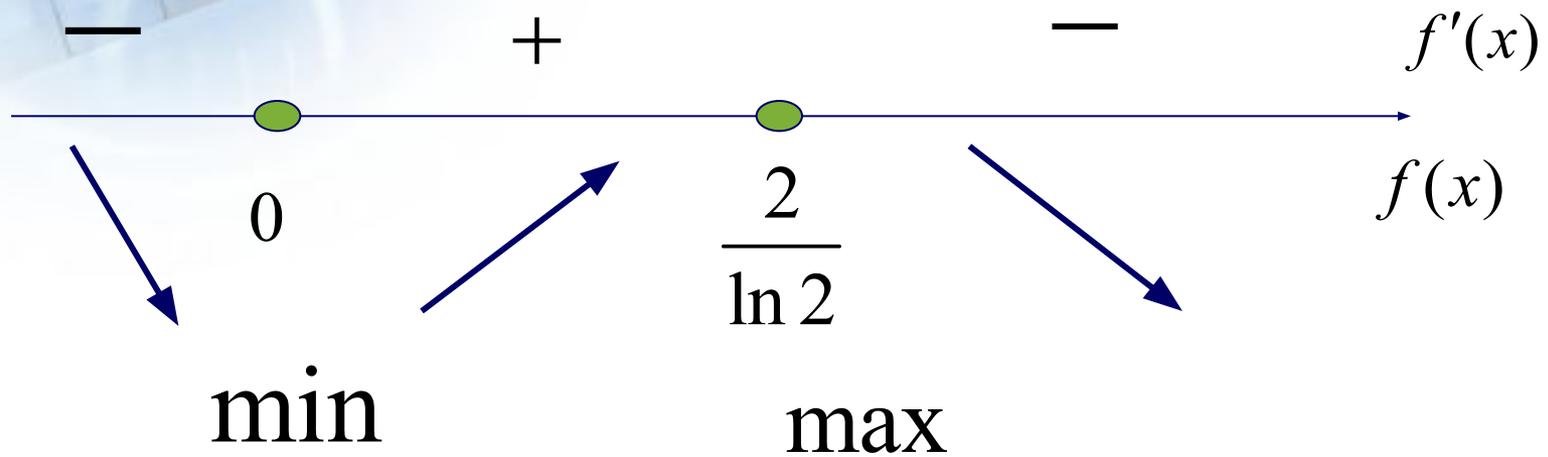
$$(e^x)' = e^x$$

- ◆ 3. Записать формулу производной натурального логарифма.

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

- ◆ 4. Записать формулу производной логарифмической функции.

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$



$$\text{Ответ : } x_{\max} = \frac{2}{\ln 2}; x_{\min} = 0.$$

Самостоятельная работа

1 вариант

1. Найдите производную функции

а) $y = 5^x - x^5$;

б) $y = e^{4x+2}$;

в) $y = \ln(2x - 11) + 5x$.

2 вариант

1. Найдите производную функции

а) $y = x^7 - 8^x$;

б) $y = e^{13x-1}$;

в) $y = \ln(3x + 4) + 11x$.