

## Лекция № 6

# Моменты импульса (угловые моменты)

Часть первая

3 курс ХТФ

## Механический момент

- Атом в квантовой механике
- Атом водорода в квантовой механике:

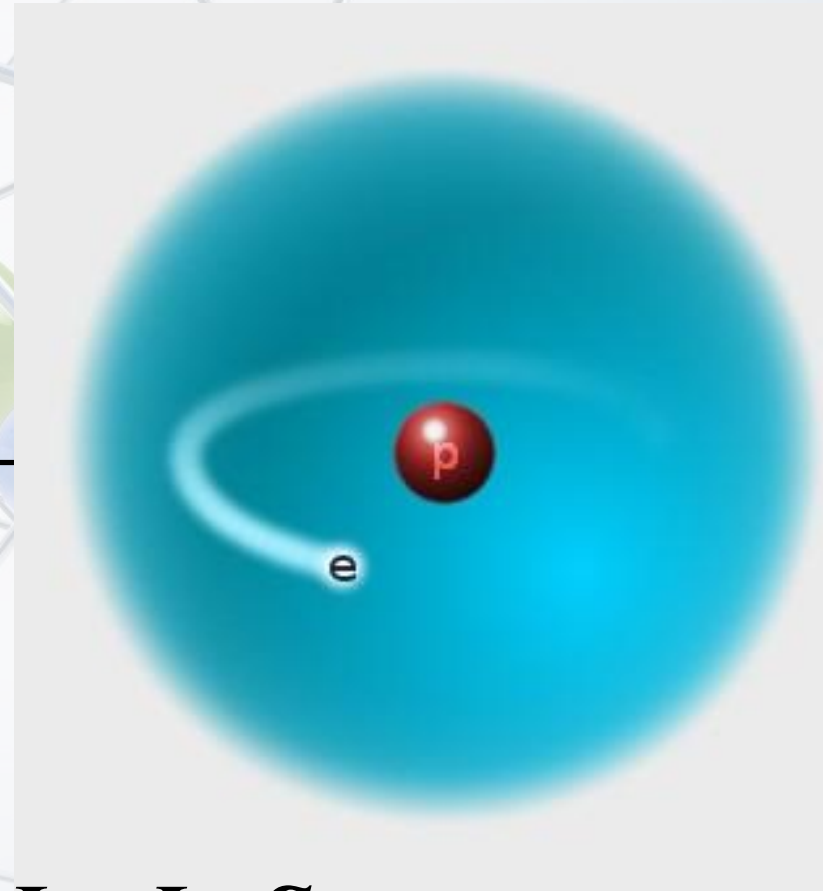
Движение двух заряженных частиц ( $e^-$  в поле ядра):

Масса ядра  $\gg$  массы  $e^-$ . Ядро – неподвижно. Вращательное движение  $e^-$ , зависящее от  $e^-$  массы, её распределения по объёму атома и скорости её вращения.

А это –

**МОМЕНТ ИМПУЛЬСА  $e^-$**

$$I = L + S$$



- Классическое определение:

**Момент импульса (кинетический момент, угловой момент, орбитальный момент, момент количества движения)** характеризует количество вращатель-ного движения.

Величина, зависящая от того, сколько массы вращается, как она распределена относительно оси вращения и с какой скоростью происходит вращение

- Момент импульса  $L$  материальной точки относительно некоторого начала отсчёта определяется векторным произведением её радиус-вектора и импульса:

$$L = r \times p$$

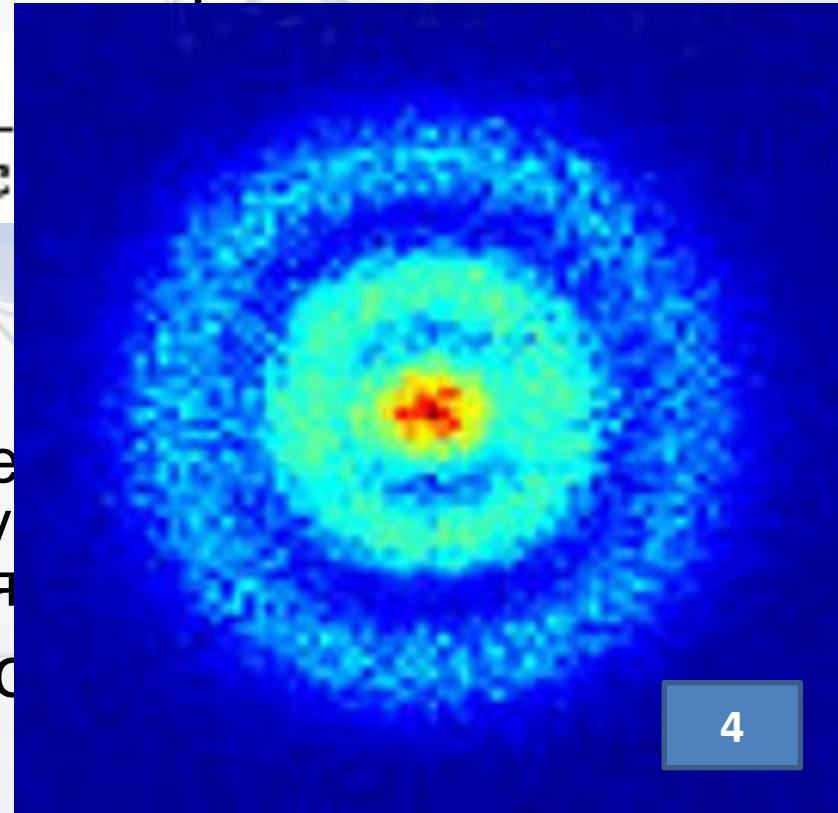
- Чтобы определить количество движения (момент импульса)  $\vec{e}$  необходимо знать:
  - **Размер атома** (Боровский радиус - радиус ближайшей к ядру орбиты электрона атома

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = \frac{\hbar}{m_e c\alpha} = \frac{h}{2\pi m_e c\alpha}$$

$$= 5,2917720859(36) \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

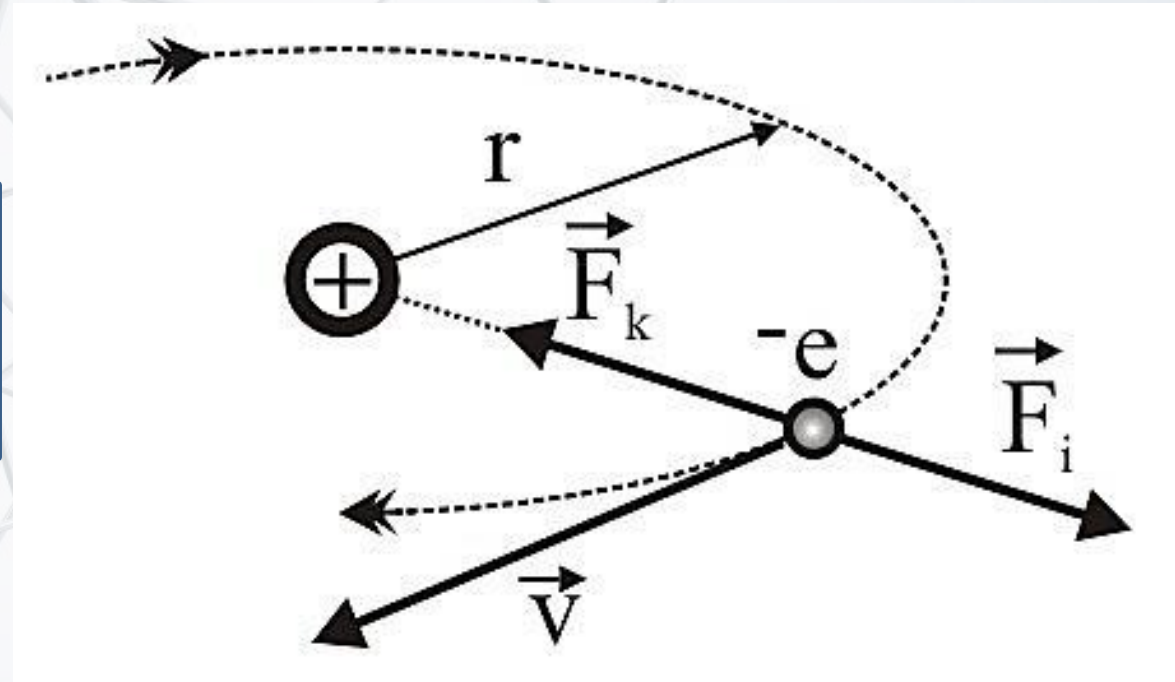
$\alpha$  - **Постоянная тонкой структуры** является фундаментальной физической постоянной, характеризующей силу электромагнитного взаимодействия

- **Скорость движения  $\vec{e}$**  по орбите атома



- Скорость движения  $e$  по орбите:

$$V = e \sqrt{\frac{k}{m_e R}} = \frac{e^2 k}{n \hbar}$$



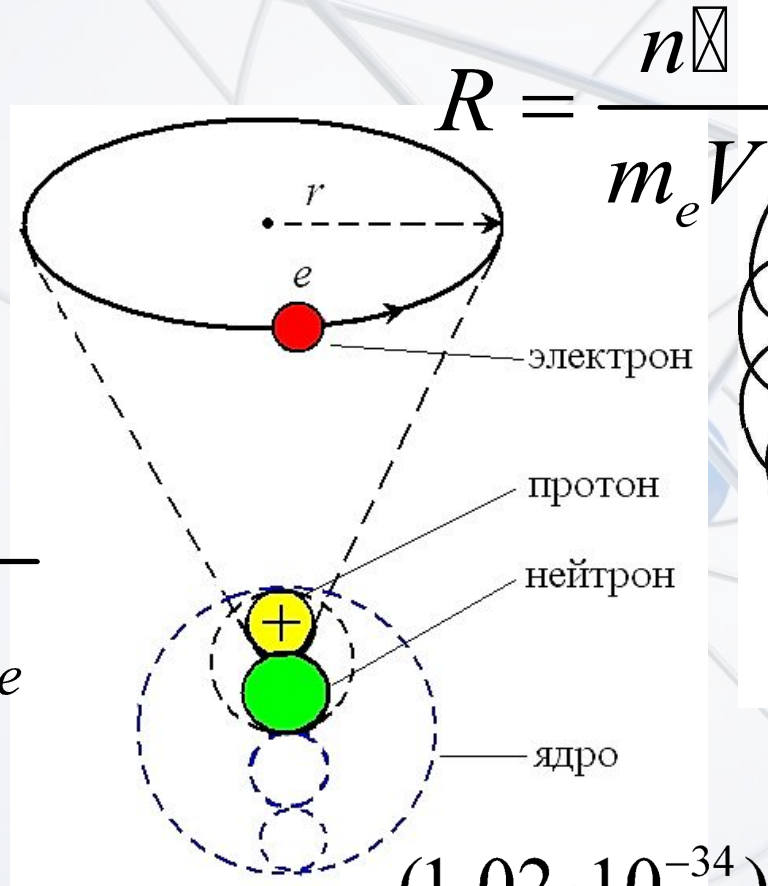
$$M \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,5 \cdot 10^{-10}}} \approx 2 \cdot 10^6 \quad /$$

- Размер атома (Боровский радиус)

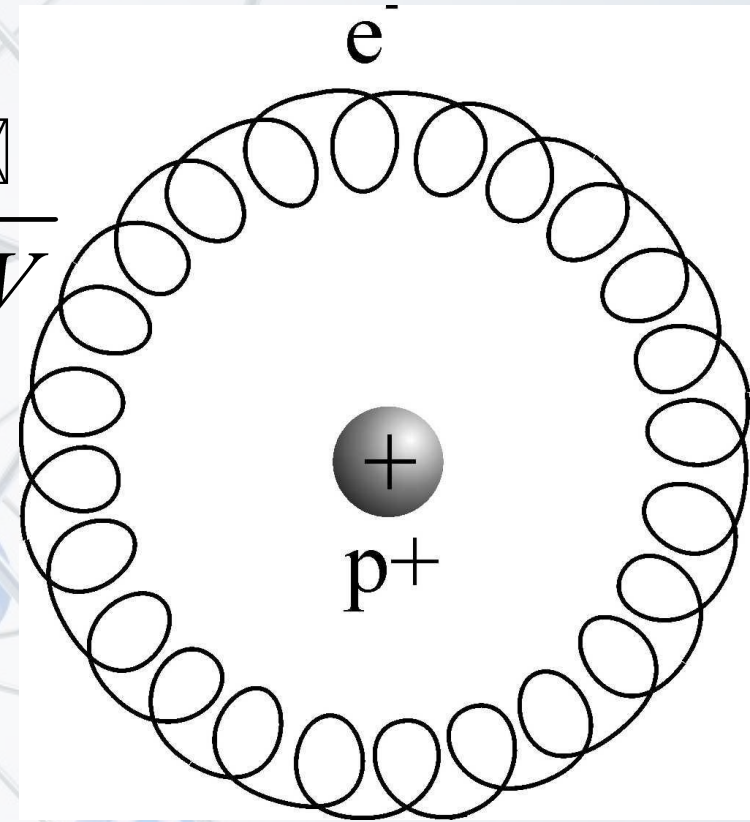
$$V = \frac{e^2 k}{n \hbar}$$

$$R = \frac{n^2 \hbar^2}{e^2 k m_e}$$

$$n = 1$$



$$R = \frac{n \hbar}{m_e V}$$



$$R = \frac{(1,02 \cdot 10^{-34})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 0,5 \cdot 10^{-10}$$

• Момент импульса:

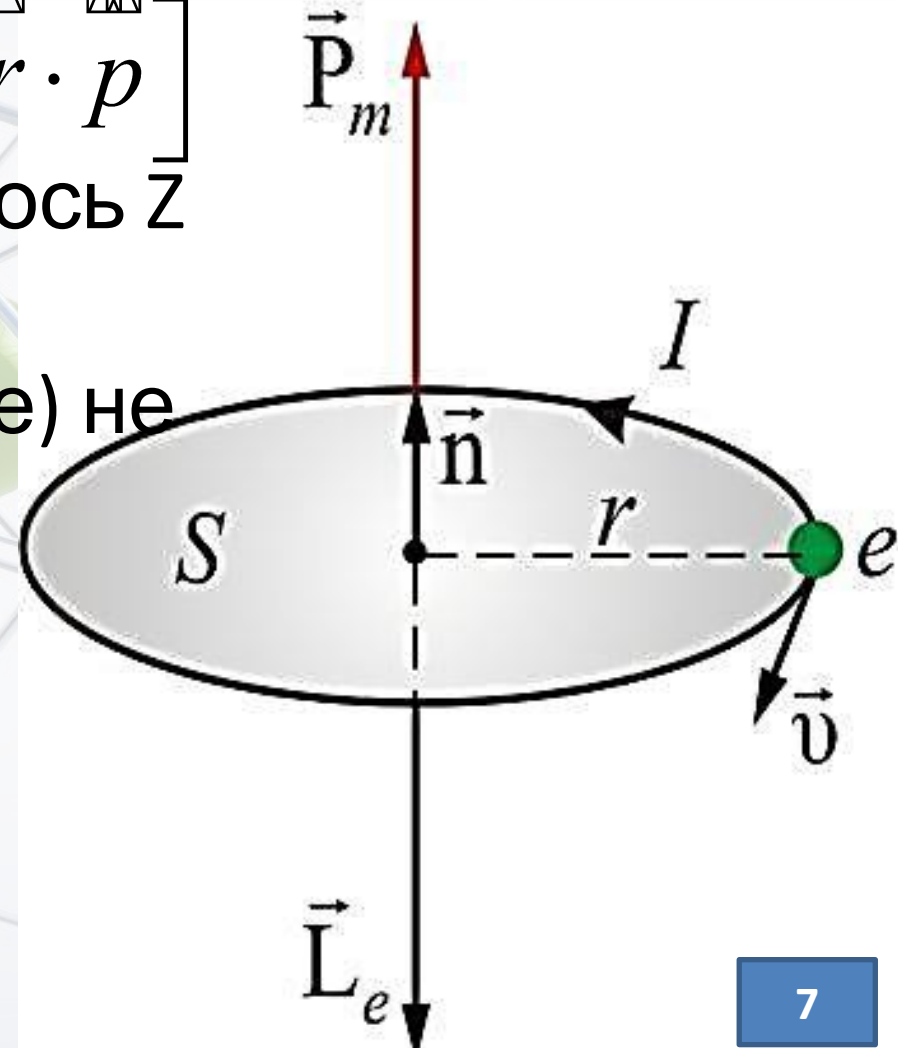
Классическое пон.:  $L = r \cdot p$

Проекция импульса  $\vec{e}$  на ось  $\vec{z}$

– (и любое другое выделенное направление) не зависит от времени

$$L_z = pR = m_e VR =$$

$$= m_e \frac{e^2 k}{n} \cdot \frac{n^2 \hbar^2}{e^2 k m_e} = n \hbar$$



• Момент импульса:  $L_z = n\hbar$

Может принимать только значения пропорциональные целому числу :  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

### Квантование момента импульса:

В кв. мех. Каждой физ. величине  $a$  сопоставляется оператор  $\hat{A}$ .

Для момента импульса в кв. мех вводятся четыре оператора:

$$L^2 \quad L_x \quad L_y \quad L_z$$

Одновременное значение могут иметь  $L^2$  и одна из проекций оператора импульса на оси. Две остальные остаются неопределёнными



- Одновременное значение только двух операторов момента импульса означает, что вектор момента не имеет определённого направления и не может быть изображён (как в классической мех.).  $L^2$

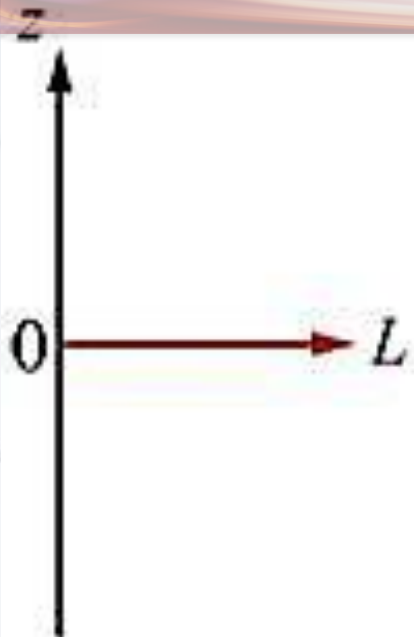
- Решением уравнения:  $\psi = L^2 \psi$   $L^2$   
будут собственные значения оператора  $L^2$ :

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

$$l = 0, 1, \dots, n-1$$

$l$ - орбитальное (азимутальное)

квантовое число

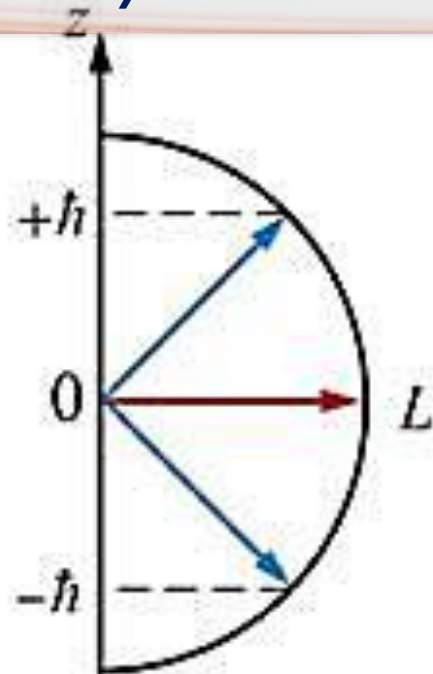


*s*-состояние

$$l = 0$$

$$m = 0$$

$$L_z = 0$$

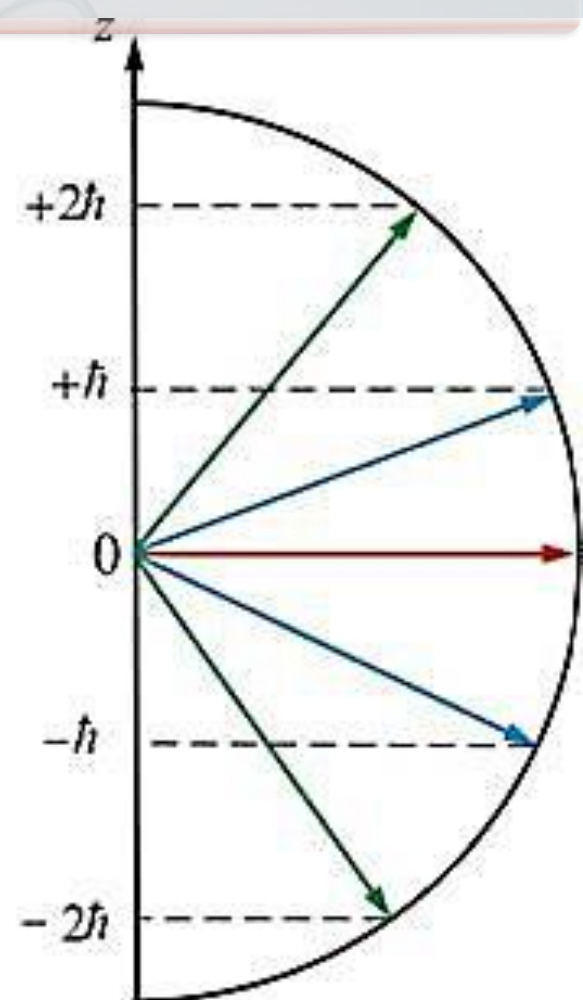


*p*-состояние

$$l = 1$$

$$m = 0, \pm 1$$

$$L_z = 0, \pm \hbar$$



*d*-состояние

$$l = 2$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$$

Лекция № 6

# Атом водорода. Магнетон Бора.

Магнитный момент кольца площадью  $S$ ,  
по которому течет ток  $I$ .

$$\vec{M} = IS\vec{n}$$

Ток – электрон, вращающийся по орбите

$$I = \frac{e}{t} = \frac{e}{\frac{2\pi R}{V}} = \frac{eV}{2\pi R}$$

$$S = \pi R^2$$

Тогда магнитный момент

$$|M| = IS = \frac{eV \cdot \pi R^2}{2\pi R} = \frac{eVR}{2}$$

Используем выражения  
для  $R$  и  $V$ .

$$|M| = \frac{e}{2} \cdot \frac{e^2 k}{n\hbar} \cdot \frac{n^2 \hbar^2}{e^2 k m_e} = \frac{n\hbar e}{2m_e}$$

$$\mu_B = \frac{eVR}{2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,2 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-10}}{2} \approx 9 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$$

Магнетон Бора – элементарный магнитный момент.

# Отношение магнитного момента к моменту импульса

$$M = \frac{n\hbar e}{2m_e}$$

$$L = n\hbar$$

$$\gamma = \frac{M}{L} = \frac{n\hbar e}{2m_e n\hbar} = \frac{e}{2m_e}$$

$$L_z = m\hbar$$

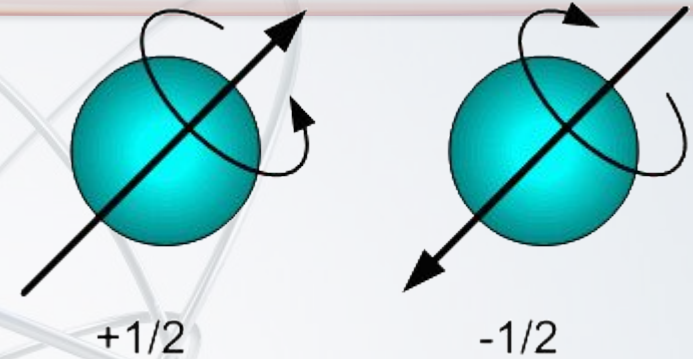
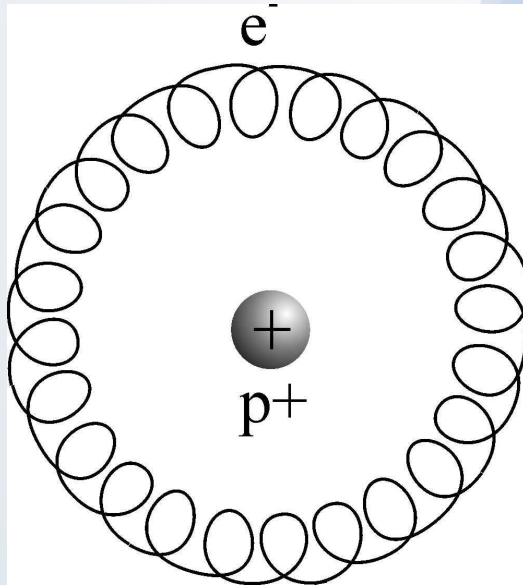
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

Согласно классической теории, гиромагнитное отношение – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью прецессии магнитного момента, помещённого во внешнее магнитное поле, и вектором магнитной индукции.

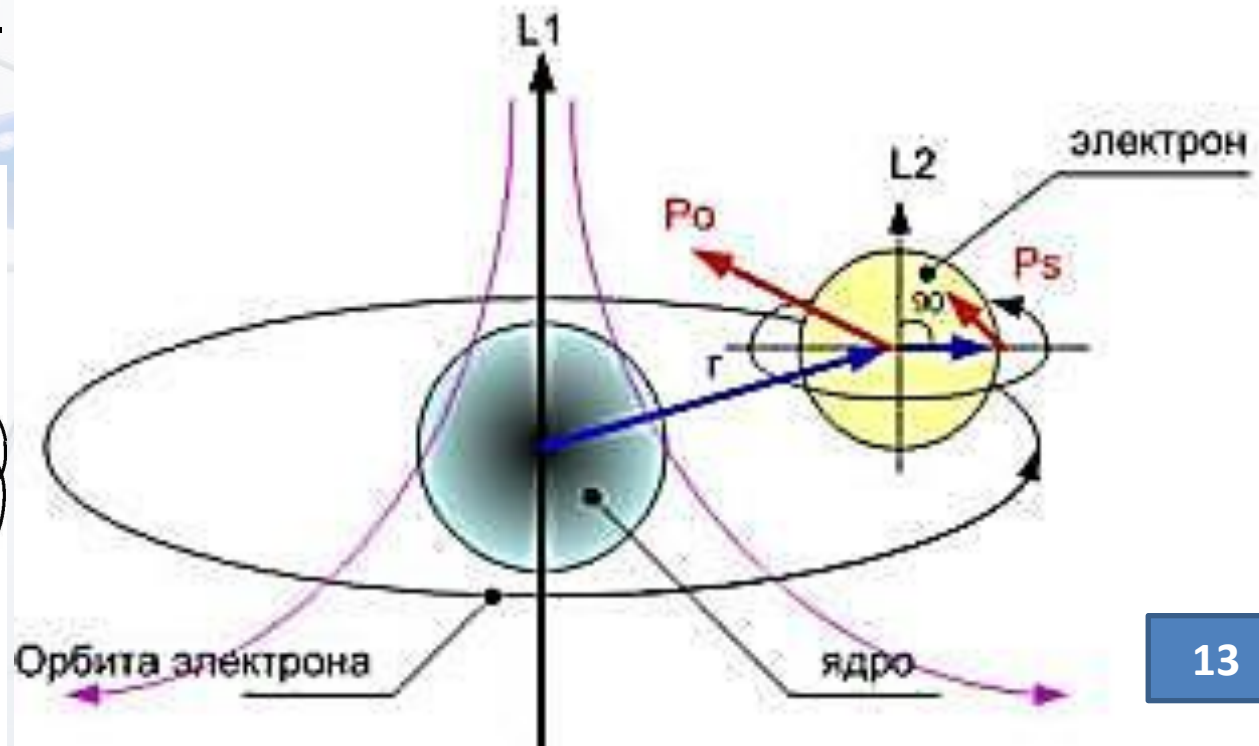
$m$  – магнитное квантовое число

• **СПИН**

1925- Гаудсмит и Уленбек  
Наличие у  $e^-$  собственного  
механического  
момента импуль-  
са – спина.

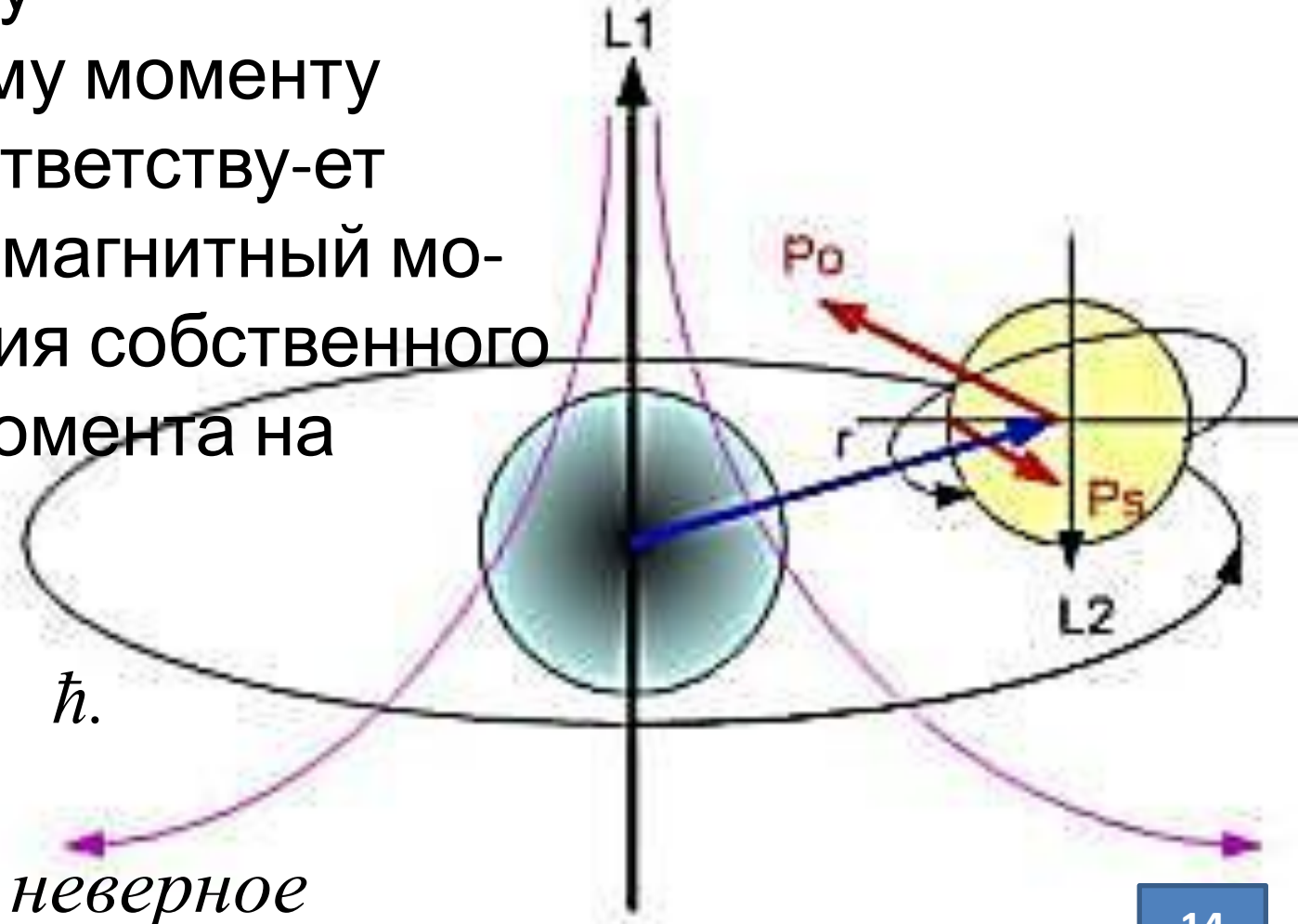
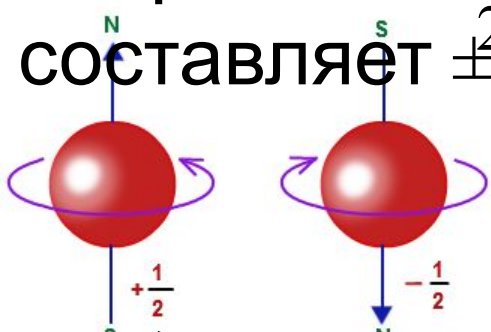


Спин вверх (+)



Спин вниз (-)

Собственному механическому моменту импульса соответствует собственный магнитный момент. Проекция собственного магнитного момента на выделенное направление составляет  $\pm \frac{1}{2} \hbar$ .

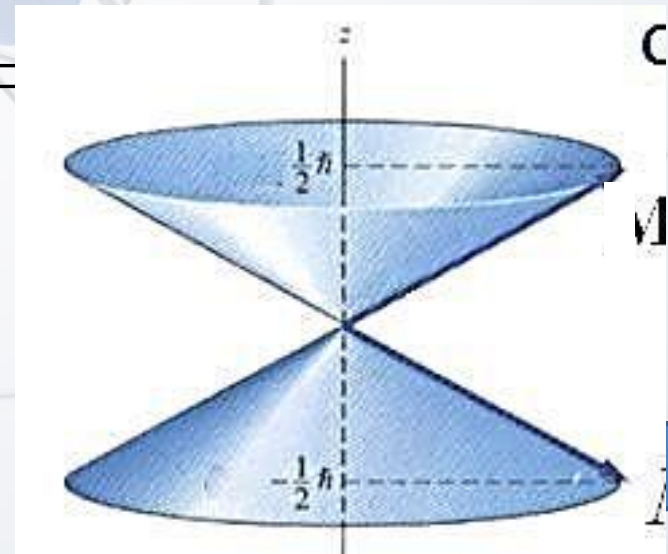


неверное

представление

Состояние электрона в атоме характеризуется набором из четырёх квантовых чисел

- главного  $n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$
- орбитального  $l$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$
- магнитного  $m$ ,  $m \neq 0, \pm$
- спинового  $s$ ,  $s = \pm \frac{1}{2}$



# Строение многоэлектронного атома

Энергия электрона почти не зависит от  $m$ , при увеличении  $n$  и  $l$  энергия возрастает. Состояния с разными значениями  $l$  обозначают буквами:

$s, p, d, f, g \dots$  далее по алфавиту

$l = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$

Сначала заполняются состояния с наименьшей энергией (наименьшие  $n$  и все возможные  $l$ ). Но в четвертой строке этот порядок нарушается. В электронных конфигурациях группы железа идет соревнование между заполнением  $4s$  и  $3d$  оболочек.



# Опыт Штерна – Герлаха (1922)

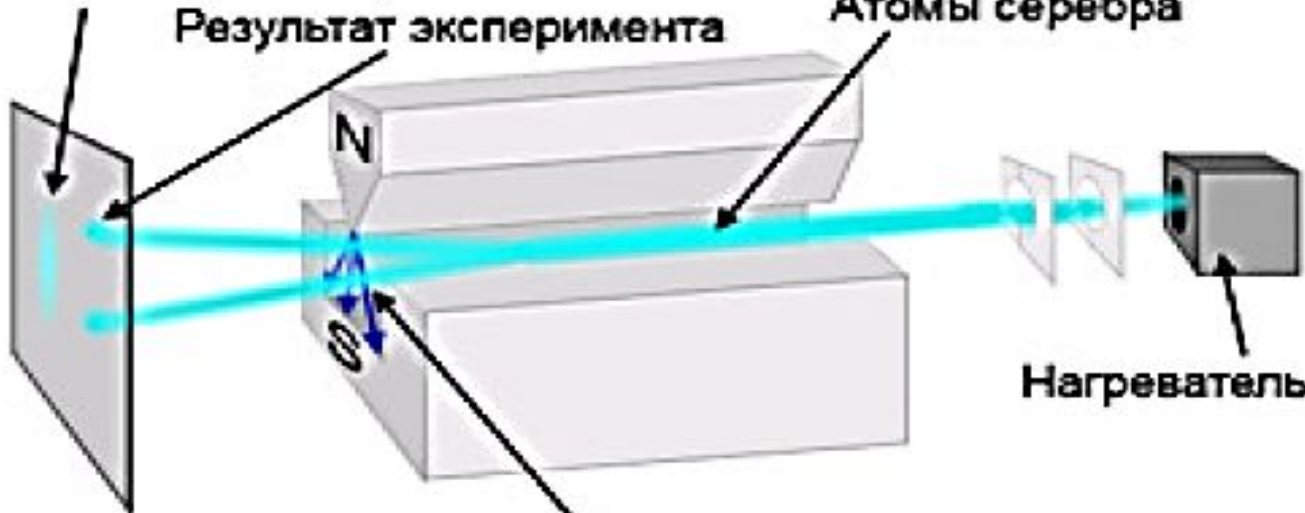
Предсказание классической теории

Результат эксперимента

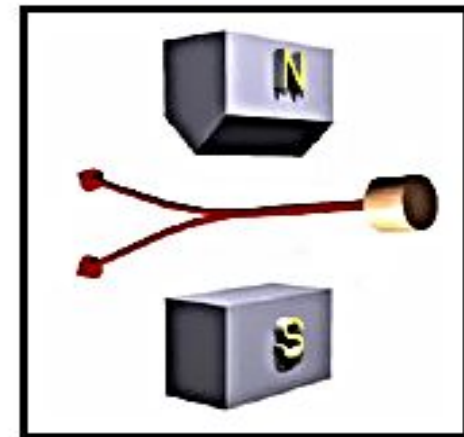
Атомы серебра

Неоднородное магнитное поле

Нагреватель



Опыт подтвердил наличие у атомов спина



Позднее с аналогичными результатами были проделаны опыты для пучков атомов других металлов, а также пучков протонов и электронов.

## Магнитный момент ядра

- ✓ Все парные протоны и нейтроны взаимодействуют только так, что их спины взаимно компенсируются. Суммарный орбитальный момент пары также всегда равен нулю. В результате ядра, состоящие из чётного числа протонов и чётного числа нейтронов, не имеют механического момента.
- ✓ Отличные от нуля спины существуют только у ядер, имеющих в своём составе непарные нуклоны, спин такого нуклона суммируется с его же орбитальным моментом и имеет какое-либо полуцелое значение:  $1/2$ ,  $3/2$ ,  $5/2$ .
- ✓ Ядра нечётно-нечётного состава имеют целочисленные спины: 1, 2, 3 и т. д.

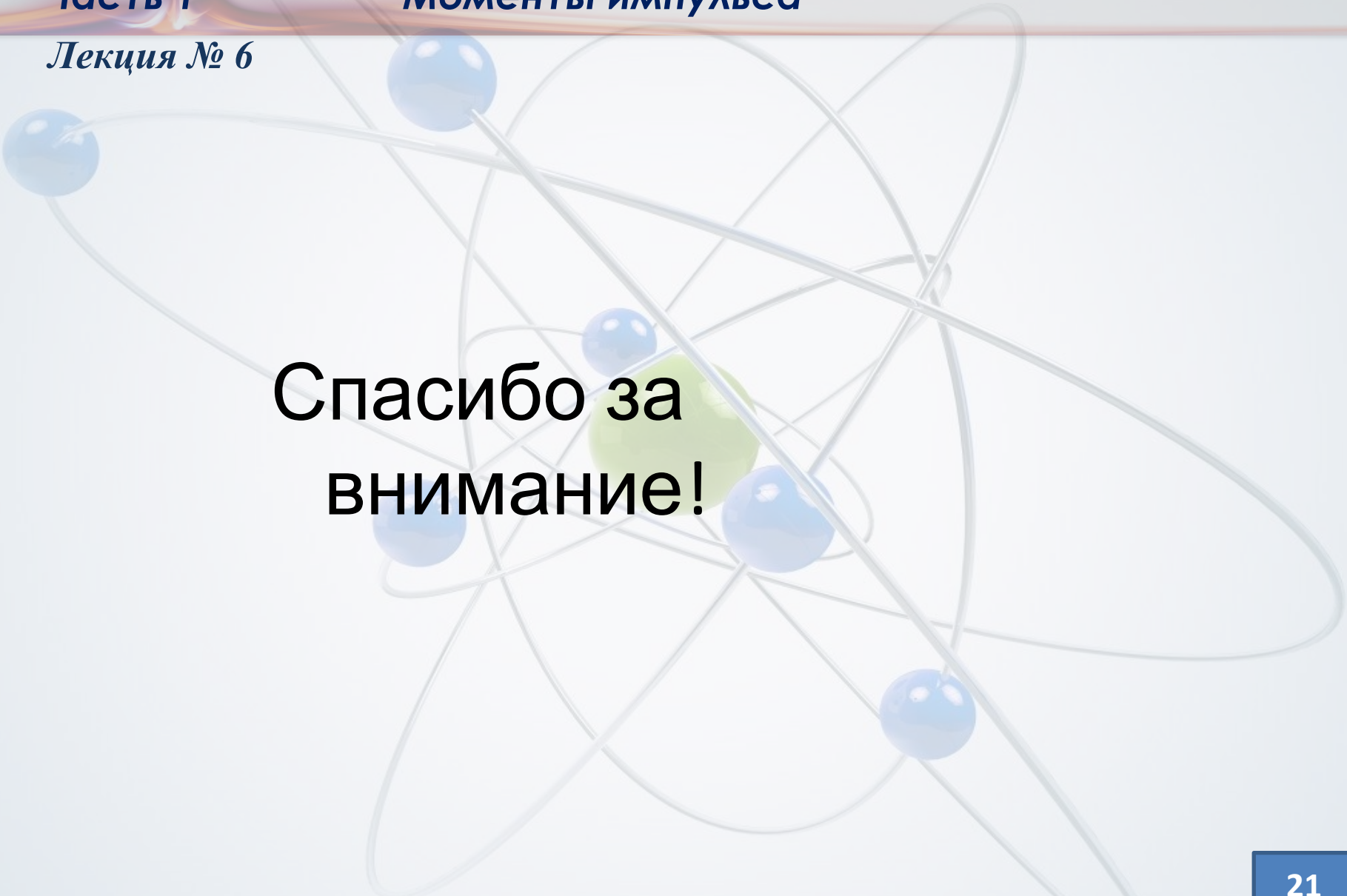
Магнитный  
момент ядра



Орбитальный  
и спиновый  
моменты  $\vec{e}$

Магнитный  
момент  
атома

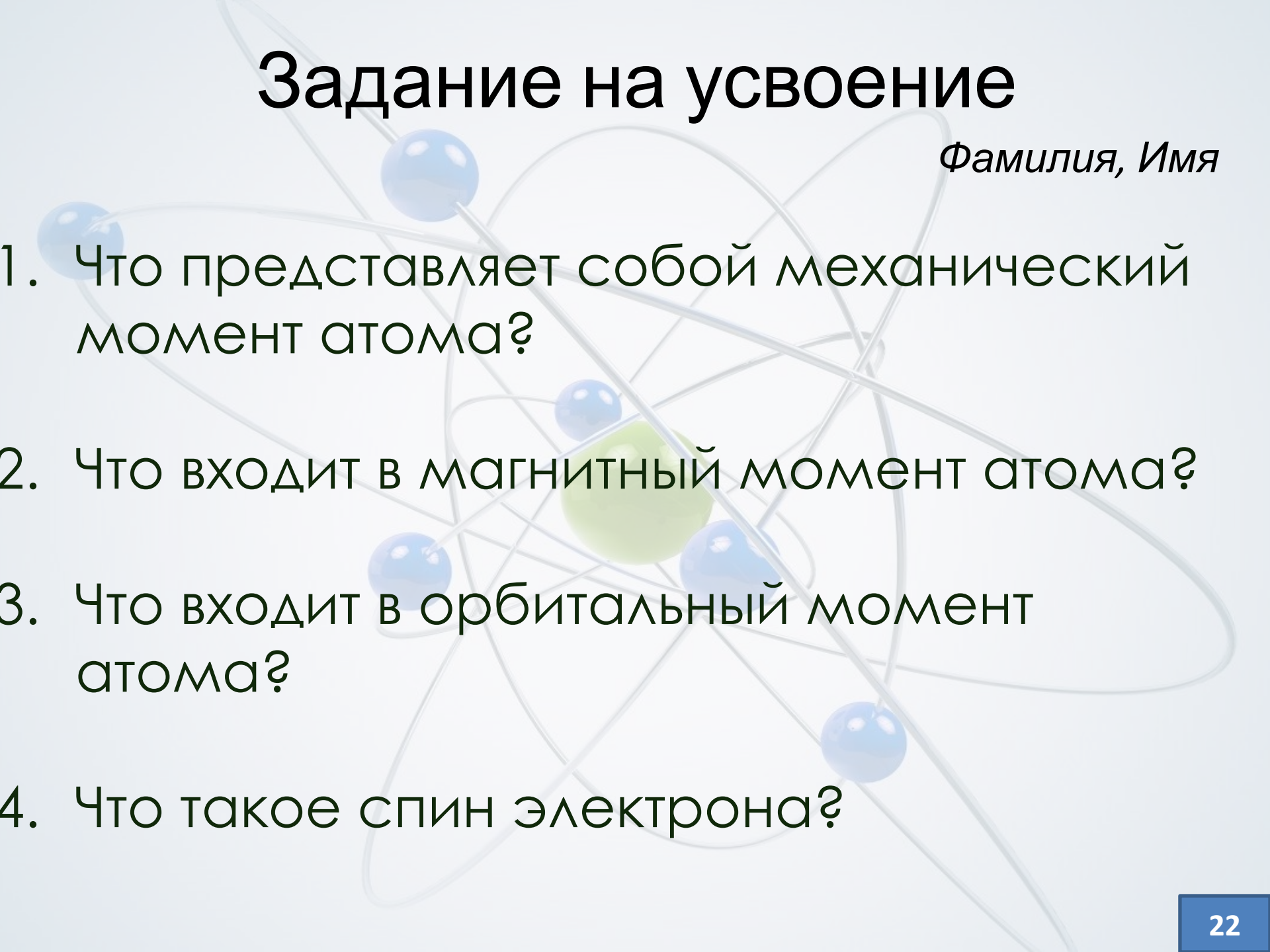
Элемент	Порядковый номер	Конфигурация	Магнитный момент атома, $\mu_B$
Cr	24	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$	6
Mn	25	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$	5
Fe	26	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$	6
Co	27	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7 4s^2$	6
Ni	28	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8 4s^2$	5



Спасибо за  
внимание!

# Задание на усвоение

*Фамилия, Имя*

- 
1. Что представляет собой механический момент атома?
  2. Что входит в магнитный момент атома?
  3. Что входит в орбитальный момент атома?
  4. Что такое спин электрона?