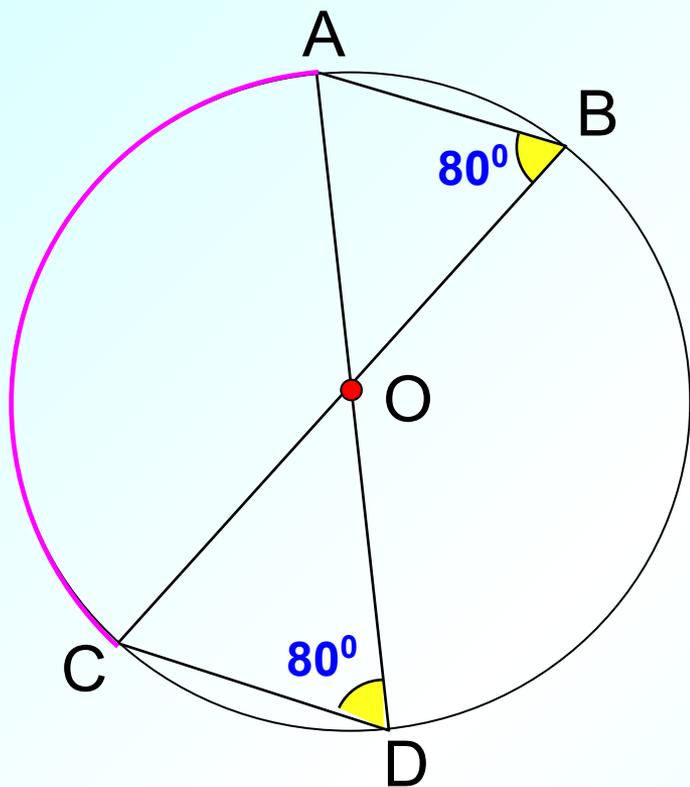


**Задание 1.** В окружности с центром в точке  $O$  проведены диаметры  $AD$  и  $BC$ , угол  $ABO$  равен  $80^\circ$ . Найдите величину угла  $ODC$ .

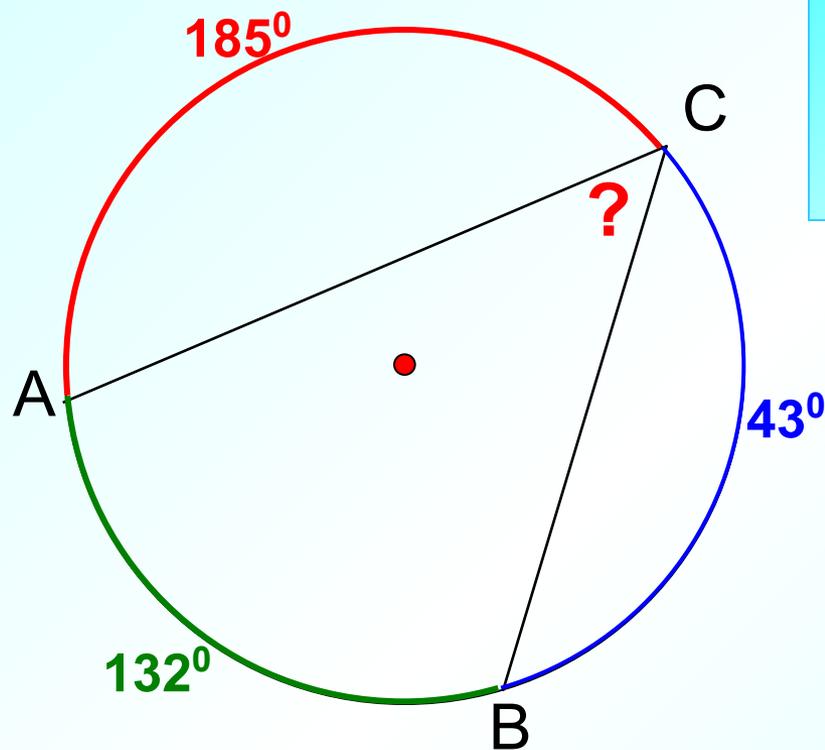
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



**Ответ:  $80^\circ$ .**

**Задание 2.** Дуга окружности  $AC$ , не содержащая точки  $B$ , составляет  $185^\circ$ . А дуга окружности  $BC$ , не содержащая точки  $A$ , составляет  $43^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

$$\cup AB = 360 - 185 - 43 = 132$$



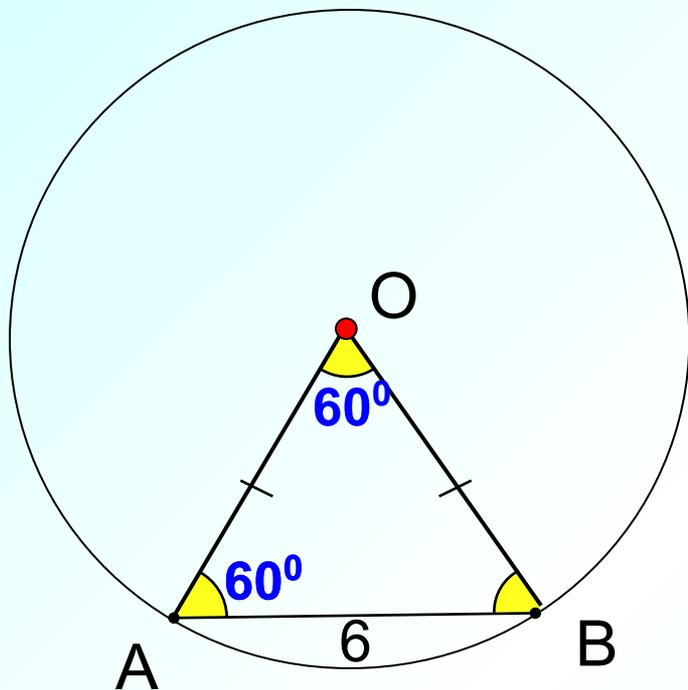
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 132^\circ = 66^\circ$$

**Ответ:  $66^\circ$ .**

**Задание 3.** Центральный угол  $\text{AOB}$  опирается на хорду  $\text{AB}$  длиной 6. При этом угол  $\text{OAB}$  равен  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности.



$\triangle \text{AOB}$  р/б, т.к.  $\text{AO}=\text{OB}$ , как радиусы одной окружности.

$\Rightarrow \angle \text{A} = \angle \text{B}$ , углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle \text{O} = 180^\circ - 60^\circ \cdot 2 = 60^\circ \Rightarrow$$

$\triangle \text{AOB}$  равносторонний,  
 $\text{AO}=\text{OB}=\text{AB}=6$ .

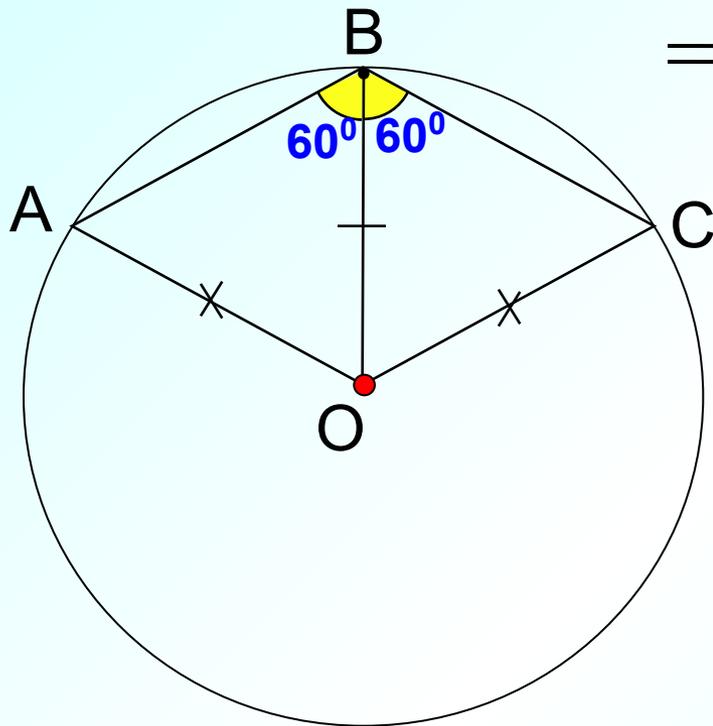
**Ответ: 6.**

**Задание 4.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  – ромб. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

$AO=BO=CO$ , как радиусы одной окружности.

$AO=AB=BC=OC$ , как стороны ромба.

$\Rightarrow \triangle ABO$  и  $\triangle BCO$  – равносторонние



$$\angle ABC = 60 + 60 = 120$$

**Ответ:  $120^\circ$ .**

3

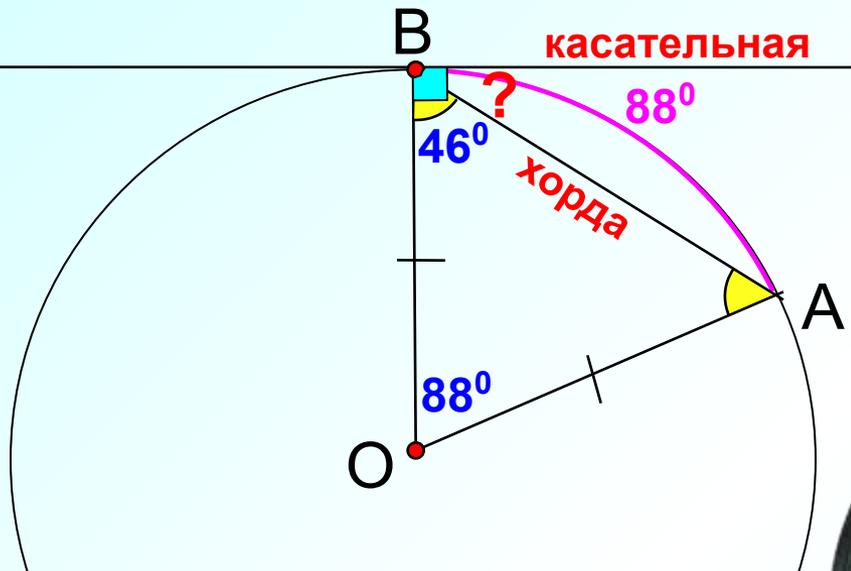
**Свойство касательной.**  
 Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.



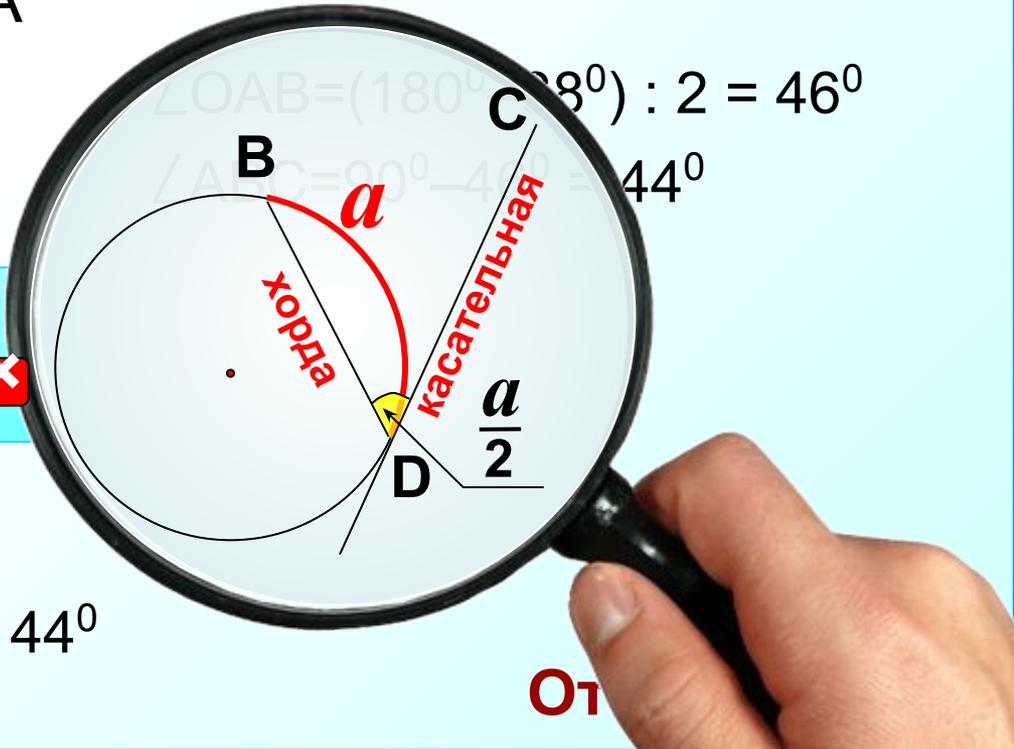
т дугу окружности в  $88^\circ$ . Найдите угол между касательной к окружности, проведённой в точку касания, и хордой, стягиваемой этой хордой. Ответ дайте в градусах.

**1 способ**  $\angle O = \overset{\frown}{AB} = 88^\circ$

Угол между касательной и хордой, проведенной в точку касания, равен половине дуги, стягиваемой этой хордой. **2 способ** равнобедренного треугольника.



**Центральный угол** равен дуге, на которую он опирается.



**2 способ**  $\angle ABC = 88^\circ : 2 = 44^\circ$

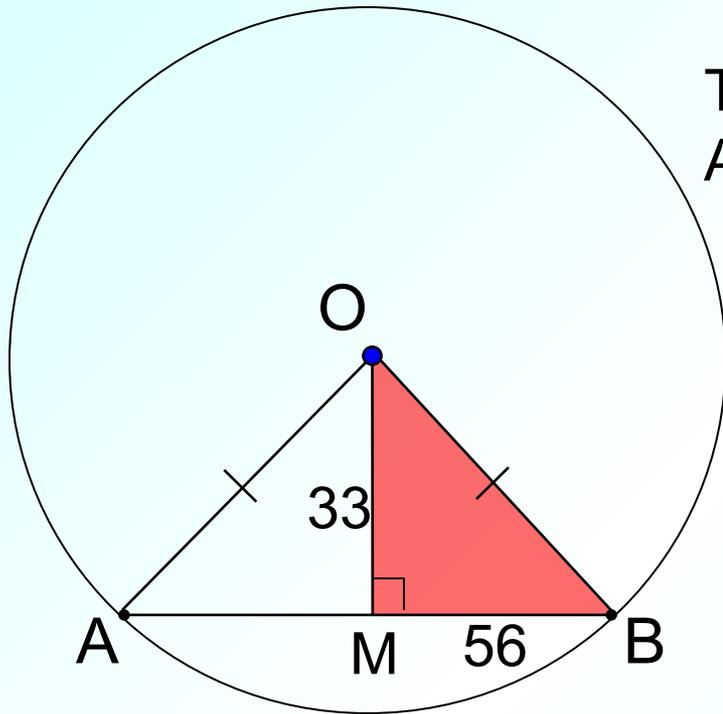
От

**Задание 6.** Длина хорды окружности равна 112, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 33. Найдите диаметр окружности.

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра.

$\triangle AOB$  – р/б, т.к.  $AO=OB$ , как радиусы одной окружности.

Тогда высота  $OM$  является и медианой.  
 $AM=BM=112 : 2 = 56$



Из  $\triangle OMB$ :  $OB^2 = OM^2 + MB^2$

$$OB^2 = 33^2 + 56^2$$

$$OB^2 = 1089 + 3136$$

$$OB^2 = 4225$$

$$OB = 65,$$

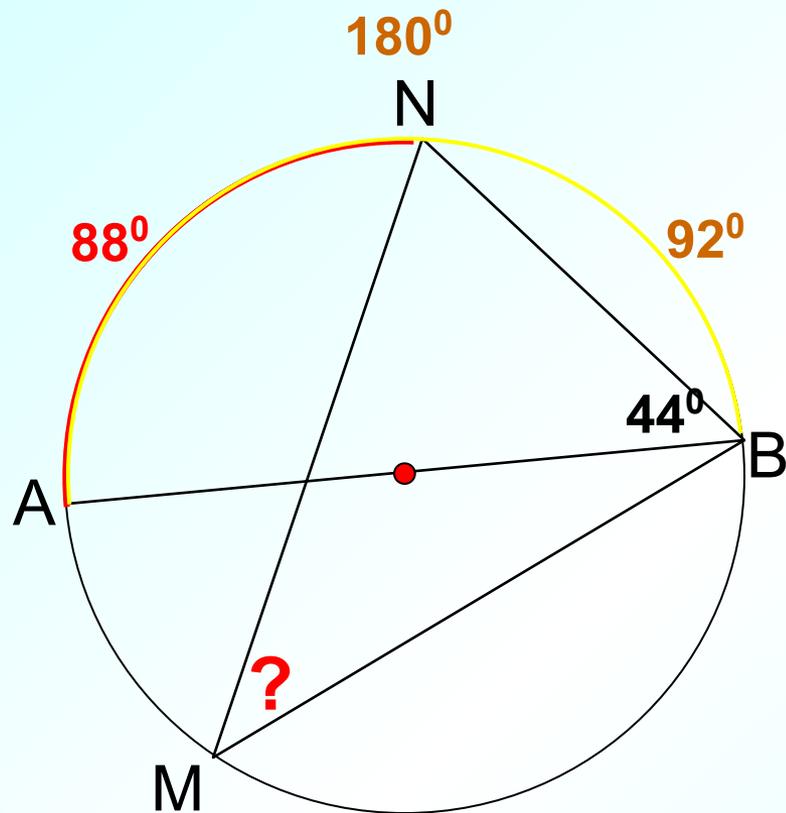
$$OB = -65, \text{ не удов.}$$

$$d = 2R$$

$$d = 2 \cdot 65 = 130$$

**Ответ: 130.**

**Задание 7.** На окружности с центром  $O$  по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 44^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



$$\cup AN = 44 \cdot 2 = 88$$

$$\cup ANB = 180^\circ$$

$$\cup NB = \cup ANB - \cup AN$$

$$\cup NB = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$$

$$\angle M = \frac{1}{2} \cup NB$$

$$\angle M = \frac{1}{2} \cdot 92^\circ = 46^\circ$$

**Ответ:  $46^\circ$ .**

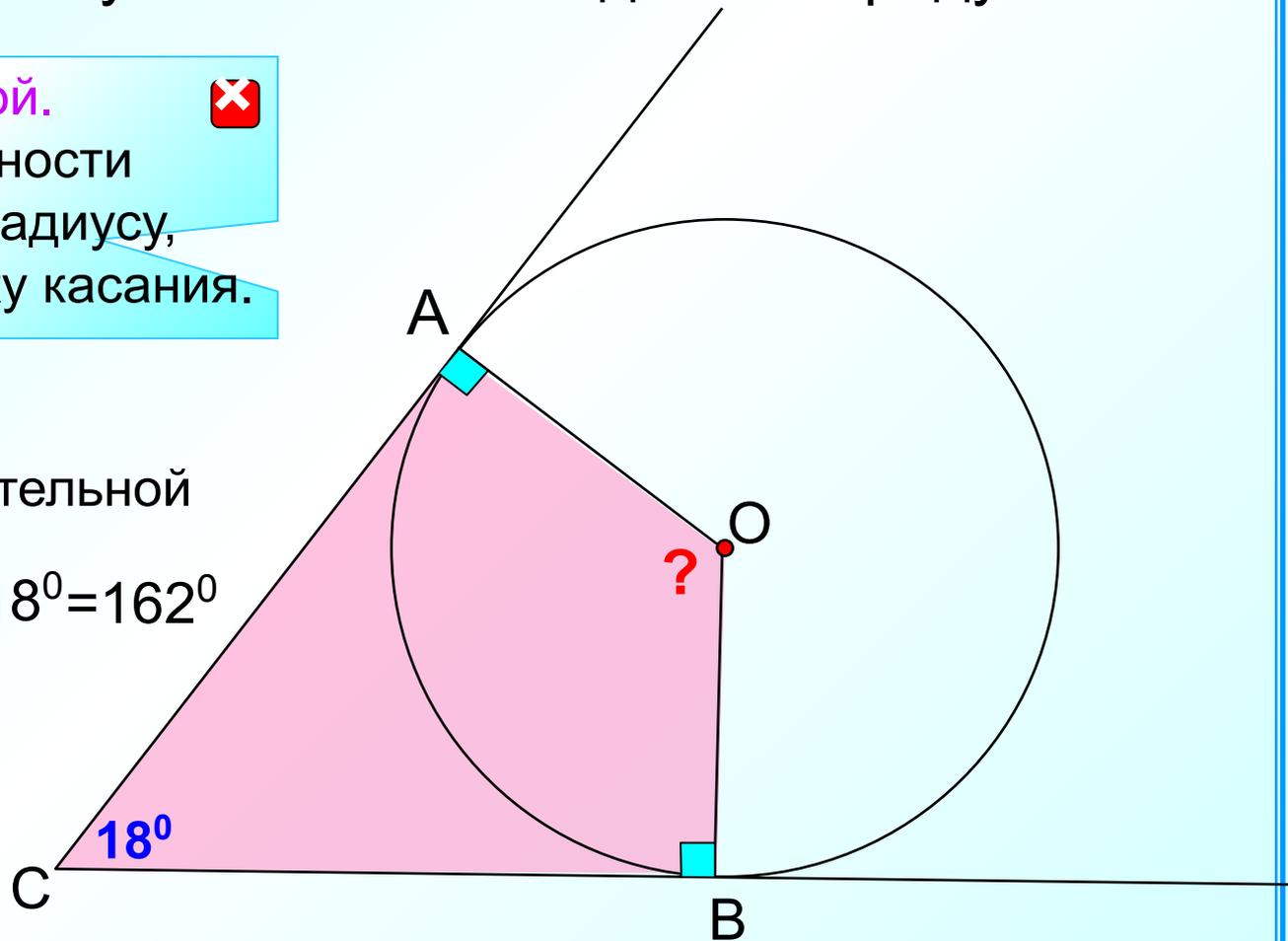
**Задание 8.** В угол  $C$  величиной  $18^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , где  $O$  – центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

**Свойство касательной.**   
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.

$$\angle OAC = \angle OBC = 90^\circ$$

по свойству касательной

$$\angle AOB = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ - 18^\circ = 162^\circ$$



**Сумма углов**   
четырёхугольника равна  $360^\circ$ .

**Ответ:  $162^\circ$ .**

**Задание 9.** В угол величиной  $50^\circ$  вписана окружность, которая касается его сторон в точках А и В. На одной из дуг этой окружности взята точка С так, как показано на рисунке. Угол АСВ.

Сумма углов



четырёхугольника равна  $360^\circ$ .

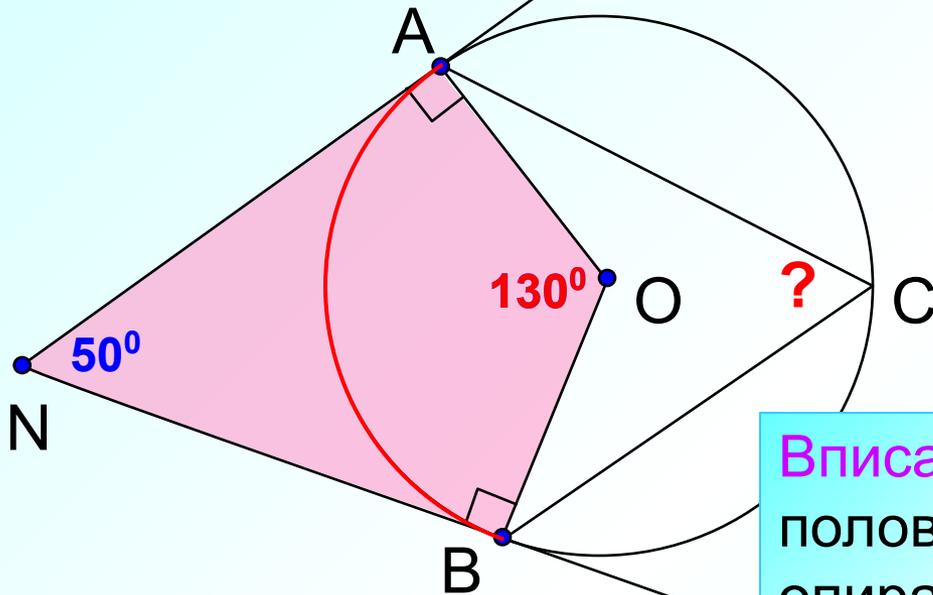
угла АСВ.

$$\angle OAN = \angle OBN = 90^\circ$$

по свойству касательной

$$\angle AOB = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle AOB = \sphericalangle AB = 130^\circ$$



Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



Свойство касательной.



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \sphericalangle AB$$

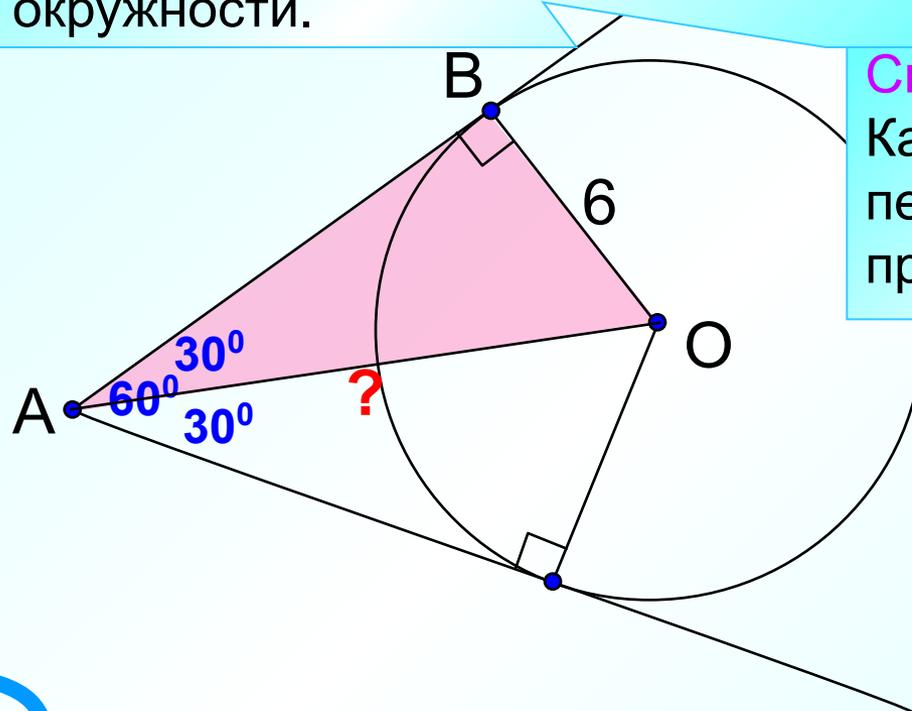
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 130^\circ = 65^\circ$$

**Ответ:  $65^\circ$ .**

**Задание 10.** Из точки А проведены две касательные к окружности с центром в точке О. Найдите расстояние от точки А до точки О, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а радиус окружности равен 6.

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

$\angle ABO = 90^\circ$   
по свойству касательной



**Свойство касательной.** Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

в  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы. Значит, гипотенуза в 2 раза больше катета, лежащего против угла в  $30^\circ$ .

$$AO = 6 \cdot 2 = 12$$

**Ответ: 12.**

**Задание 11.** Из точки М к окружности проведены касательная MN и секущая МК, угол между этой секущей и радиусом OL равен  $38^\circ$ . Найдите величину угла NМК. Ответ дайте в градусах.

$\triangle LON$  – р/б, т.к.  $NO=OL$ , как радиусы одной окружности.

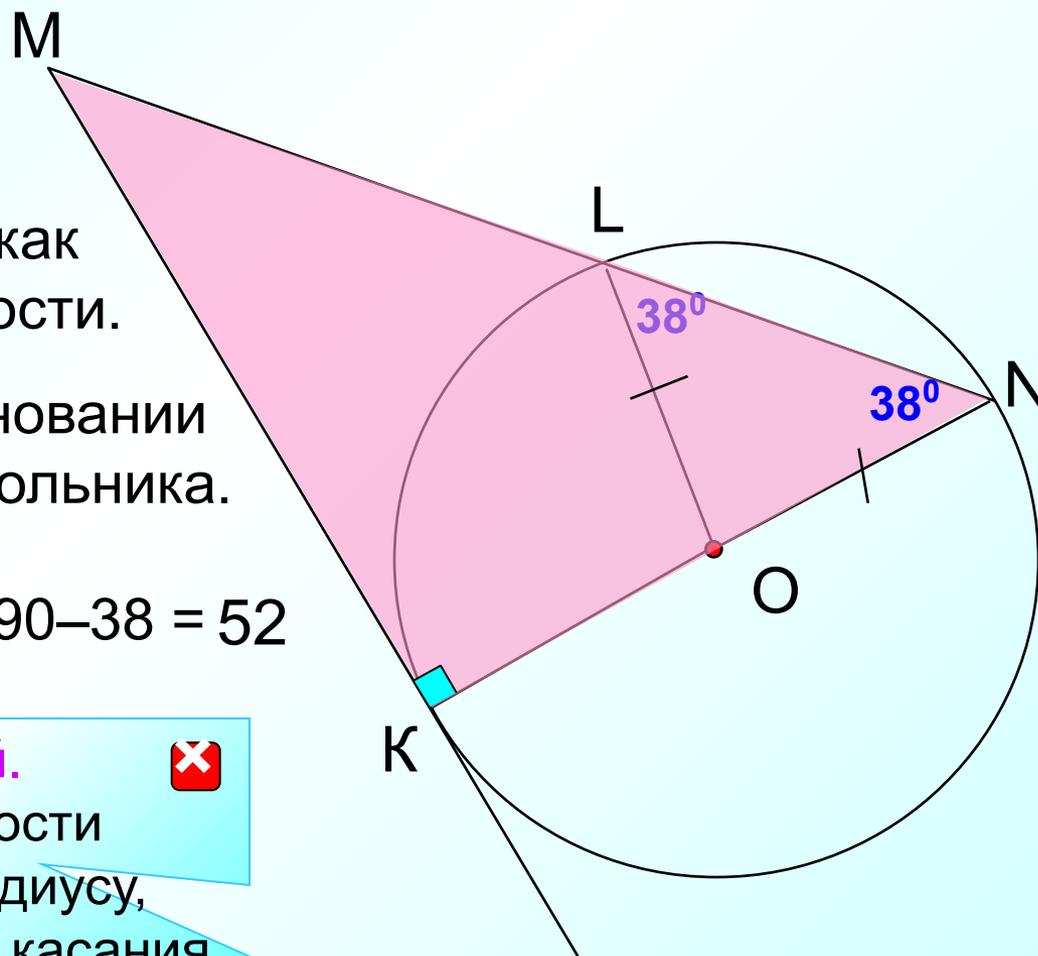
$\angle OLN = \angle ONL$ , углы при основании равнобедренного треугольника.

Из  $\triangle KMN$ :  $\angle NМК = 180 - 90 - 38 = 52$

**Свойство касательной.**



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.



**Ответ:  $52^\circ$ .**

**Задание 12.** В угол  $AOB$  величиной в  $120^\circ$  вписана окружность, касающаяся стороны  $OA$  в точке  $P$ . Найдите расстояние от центра окружности  $O$  до центра  $N$ .

$$\angle AON = \angle BON = 120^\circ : 2 = 60^\circ$$

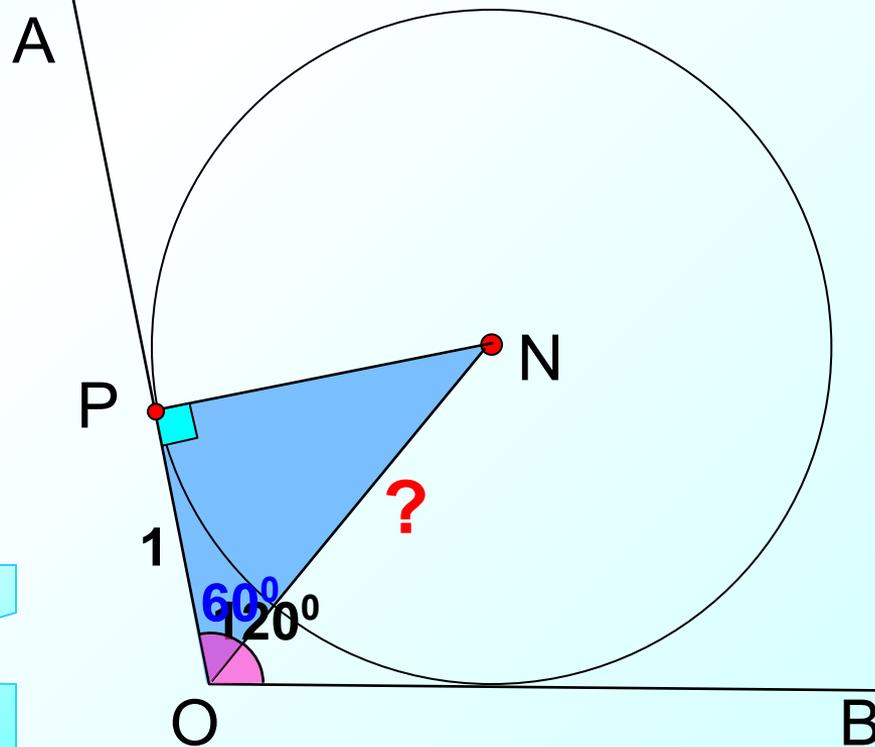
$$\text{Из } \triangle OPN: \cos 60^\circ = \frac{OP}{ON}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{ON}$$

$$ON = 2$$

**Свойство касательной.**  
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

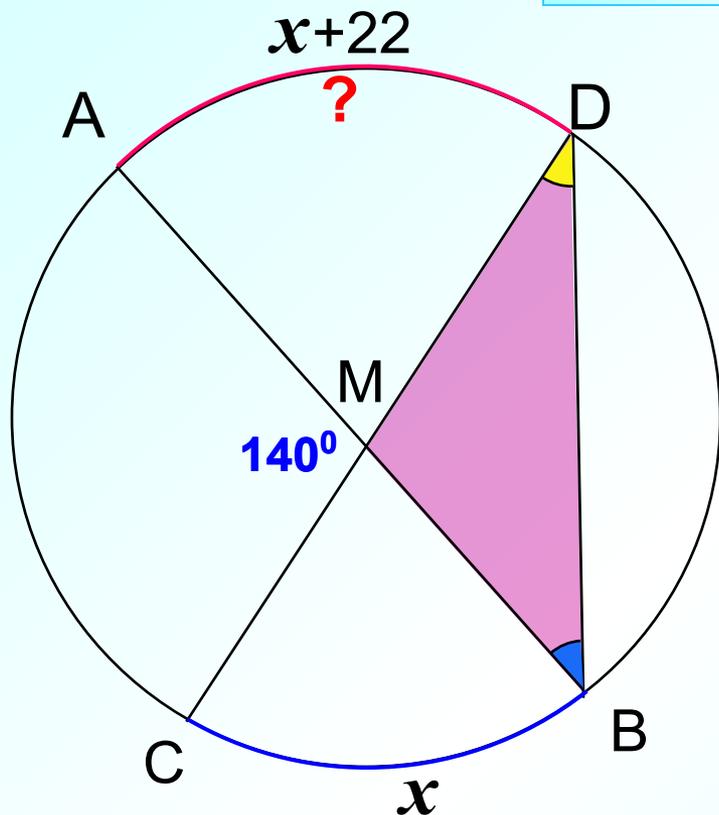


**Ответ: 2.**

**Задание 13.** Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. Известно, что  $\angle AMC = 140^\circ$ . Дуга AD больше меры дуги BC на  $22^\circ$ . Найдите величину дуги AD в градусах.

**Вписанный угол**

измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



$$\angle CDB = \frac{1}{2} \cup CB = \frac{1}{2}x$$

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD = \frac{1}{2}(x+22)$$

$\angle AMC = \angle BMD = 140^\circ$ ,  
как вертикальные углы

Сумма углов треугольника  $180^\circ$ .

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(x+22) + 140 = 180$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + 11 + 140 = 180$$

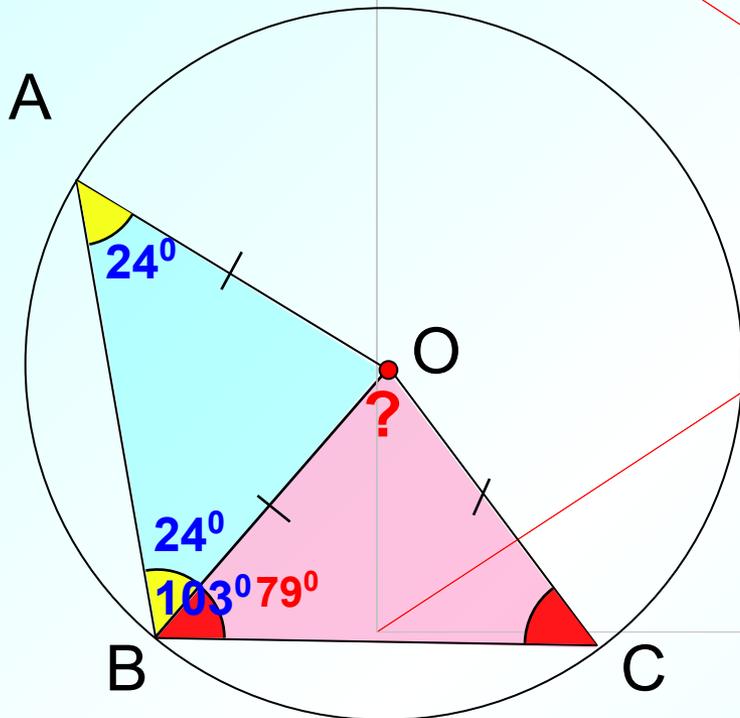
$$x = 180 - 140 - 11$$

$$x = 29$$

$$\cup AD = 29 + 22 = 51^\circ$$

**Ответ:  $51^\circ$ .**

**Задание 14.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 103^\circ$  и  $\angle OAB = 24^\circ$ . Найдите угол  $\angle BOC$ . Ответ дайте в градусах.



$\triangle AOB$  – р/б, т.к.  $AO=BO$ , как радиусы одной окружности.

$$\Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = 24^\circ$$

$$\angle OBC = 103^\circ - 24^\circ = 79^\circ$$

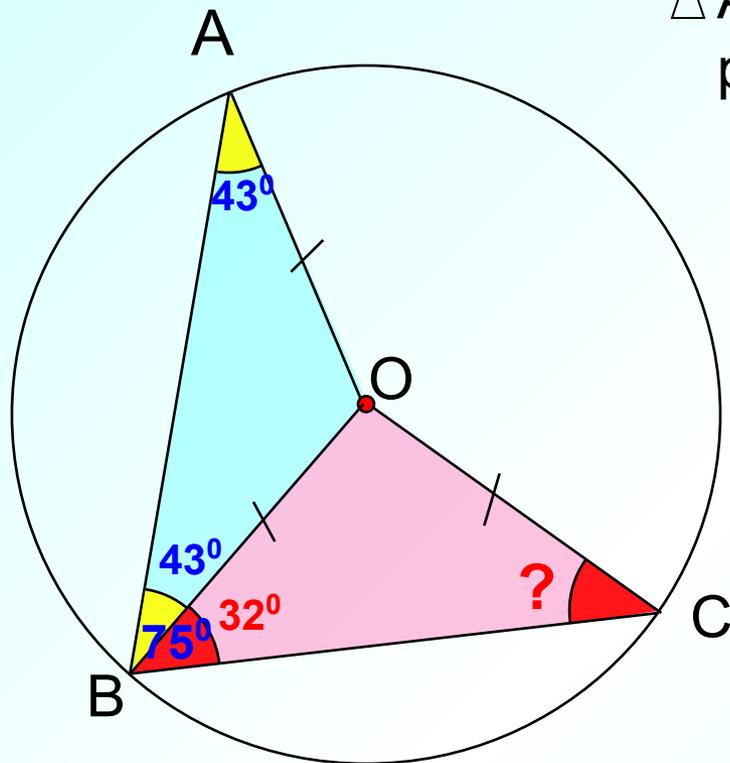
$\triangle COB$  – р/б, т.к.  $CO=BO$ , как радиусы одной окружности.

$$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = 79^\circ$$

$$\angle BOC = 180 - 2 \cdot 79^\circ = 22^\circ$$

**Ответ:  $22^\circ$ .**

**Задание 15.** Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



$\triangle AOB$  – р/б, т.к.  $AO=BO$ , как радиусы одной окружности.

$$\Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = 43^\circ$$

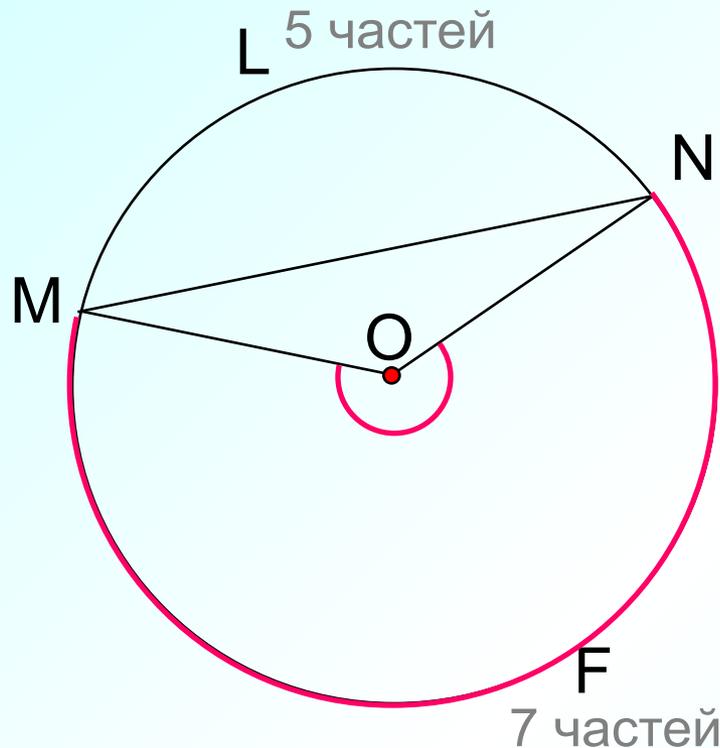
$$\angle OBC = 75^\circ - 43^\circ = 32^\circ$$

$\triangle COB$  – р/б, т.к.  $CO=BO$ , как радиусы одной окружности.

$$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = 32^\circ$$

**Ответ:  $32^\circ$ .**

**Задание 16.** Хорда MN делит окружность на две дуги в отношении 5 : 7. Найдите градусную величину центрального угла, опирающегося на большую из дуг.



Пусть  $x$  – 1 часть

$$\left. \begin{array}{l} \sphericalangle MLN = 5x \\ \sphericalangle MFN = 7x \end{array} \right\} 360^\circ$$

$$5x + 7x = 360$$

$$12x = 360 \quad /: 12$$

$$x = 30$$

$$30 \cdot 7 = 210$$

Центральный угол равен дуге,  
на которую он опирается.



**Ответ:  $210^\circ$ .**

**Задание 17.** АВ – диаметр окружности, АВ=13 см. CD – хорда,  $CD \perp AB$ , CD пересекает АВ в точке К, СК=6.

Найдите меньший из отрезков, на которые точка К делит диаметр АВ.

$CO=OD$ , как радиусы одной окружности.

$\Rightarrow \triangle COD$  – р/б

В равнобедренном треугольнике высота ОК является и медианой.

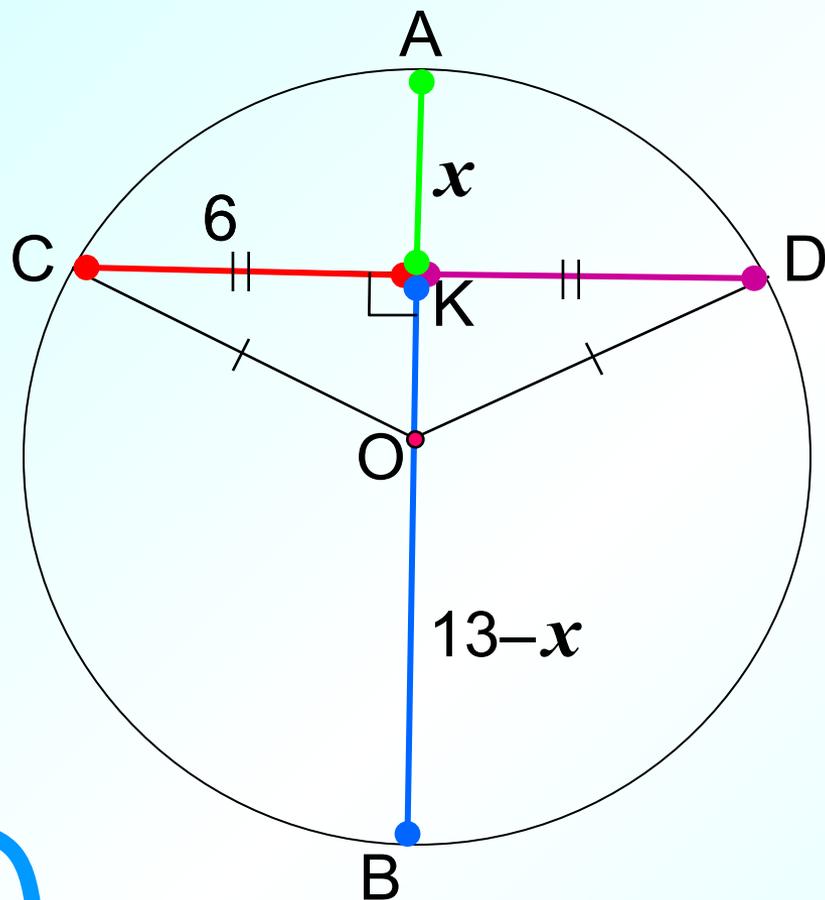
$$AK \cdot KB = CK \cdot KD$$

$$6 \cdot 6 = x(13 - x)$$

$$36 = 13x - x^2$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 13 \\ x_1 = 4 \\ x_2 = 9 \end{cases}$$



**Свойство пересекающихся хорд.**  
Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

ОТВЕТ: 4.

**Задание 18.** Найдите угол  $\angle ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности,  $O$  – центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри этого угла, равна  $100^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

О какой дуге идет речь?

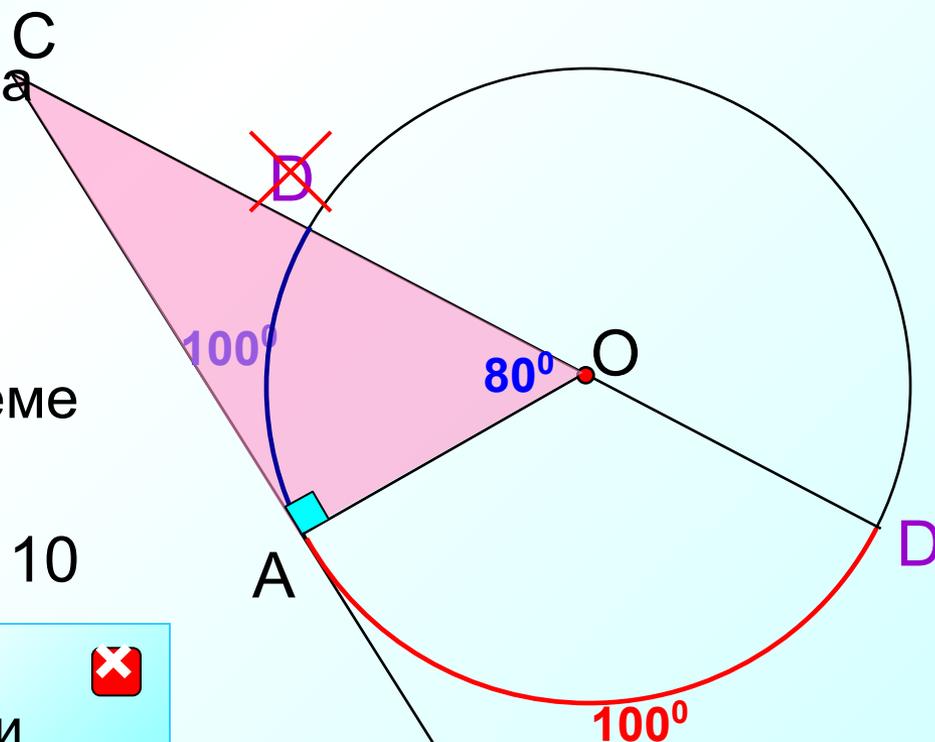
$\sphericalcap AD = \angle AOD = 100^\circ$ , центральный угол равен дуге, на которую он опирается.

Тогда в треугольнике  $COA$  сумма углов  $A$  и  $O$  больше  $180^\circ$ .

$\sphericalcap AD = \angle AOD = 100^\circ$ ,  
 $\angle COA = 180 - 100 = 80$ , по теореме о смежных углах

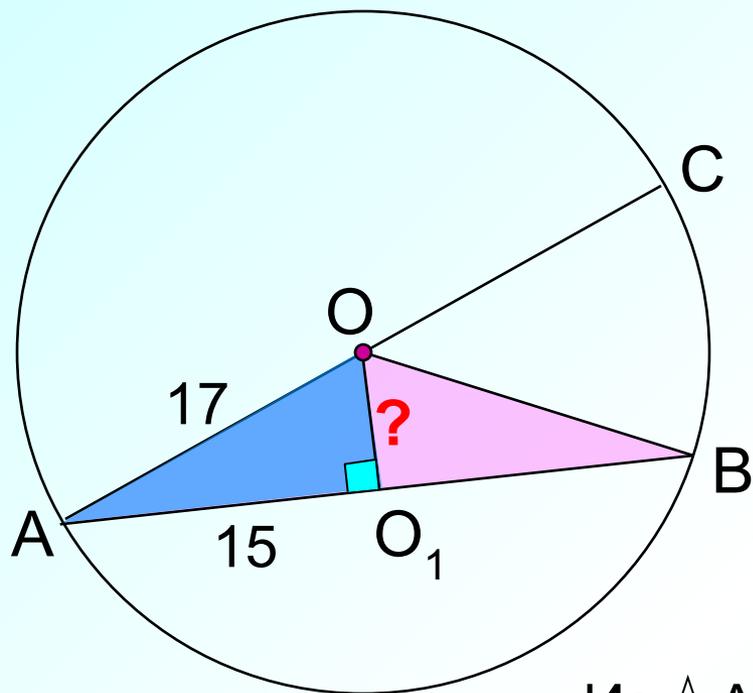
Из  $\triangle ACO$ :  $\angle C = 180 - 90 - 80 = 10$

**Свойство касательной.**   
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.



**Ответ:  $10^\circ$ .**

**Задание 19.** Длина хорды АВ равна 30, диаметр окружности равен 34. Найдите расстояние  $OO_1$  от центра окружности до хорды.



$$d = 34.$$

$$r = 34 : 2 = 17.$$

$\triangle AOB$  – р/б, т.к.  $OA=OB$ , как радиусы одной окружности

Тогда высота  $OO_1$  является и медианой.

$$AO_1 = BO_1 = 30 : 2 = 15$$

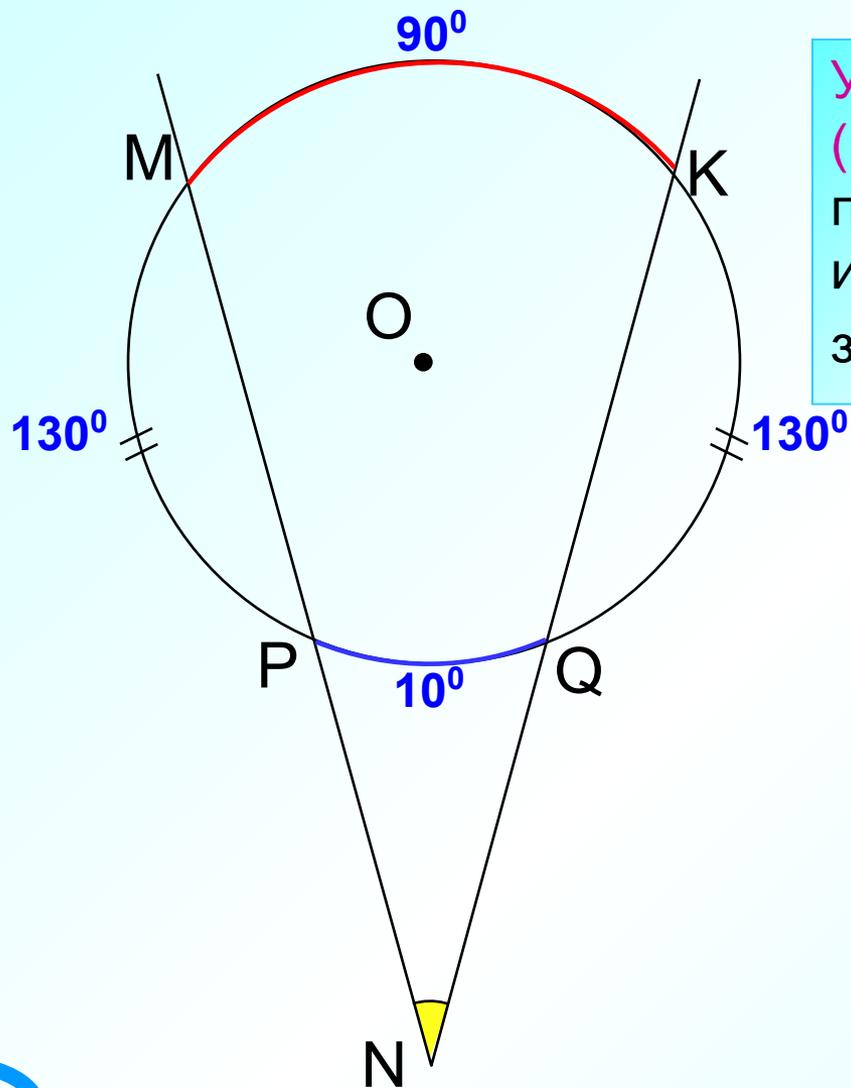
$$\text{Из } \triangle AOO_1: OO_1 = \sqrt{AO^2 - O_1A^2}$$

$$\begin{aligned} OO_1 &= \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{289 - 225} = \\ &= \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

Расстоянием от точки до прямой называется длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

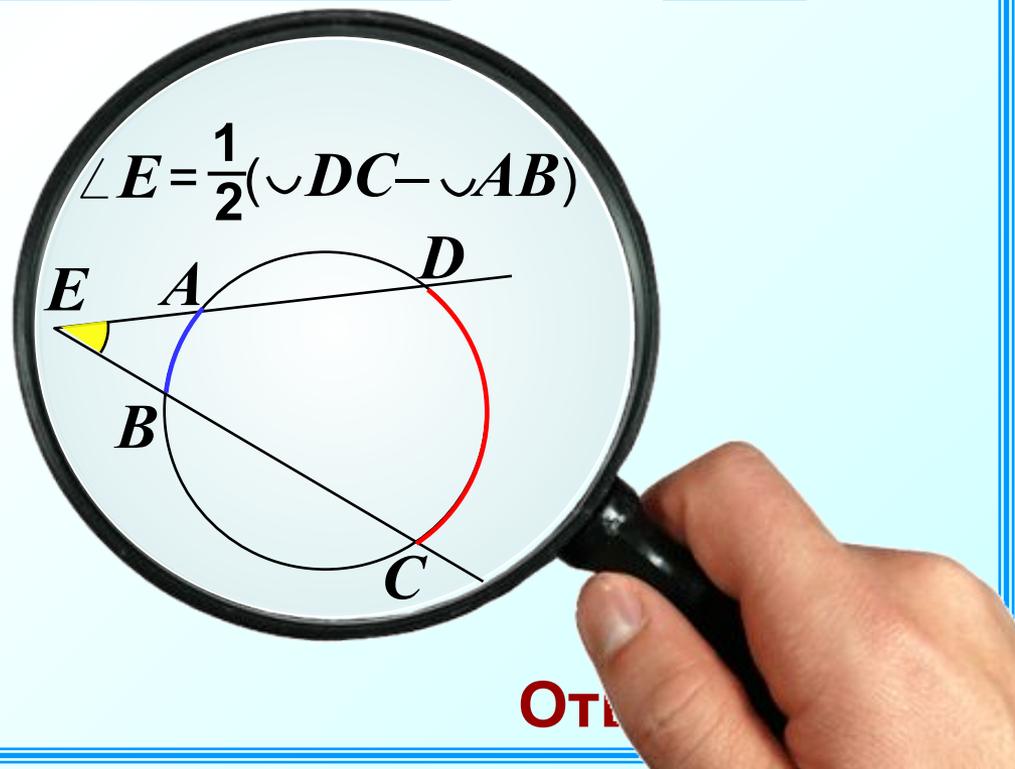
**Ответ: 8.**

**Задание 20.** На рисунке  $\sphericalangle MP = \sphericalangle KQ = 130^\circ$  и  $\sphericalangle MK = 90^\circ$ .  
 Найдите  $\sphericalangle N$ . Ответ дайте в градусах.



$$\sphericalangle PQ = 360 - 130 \cdot 2 - 90 = 10$$

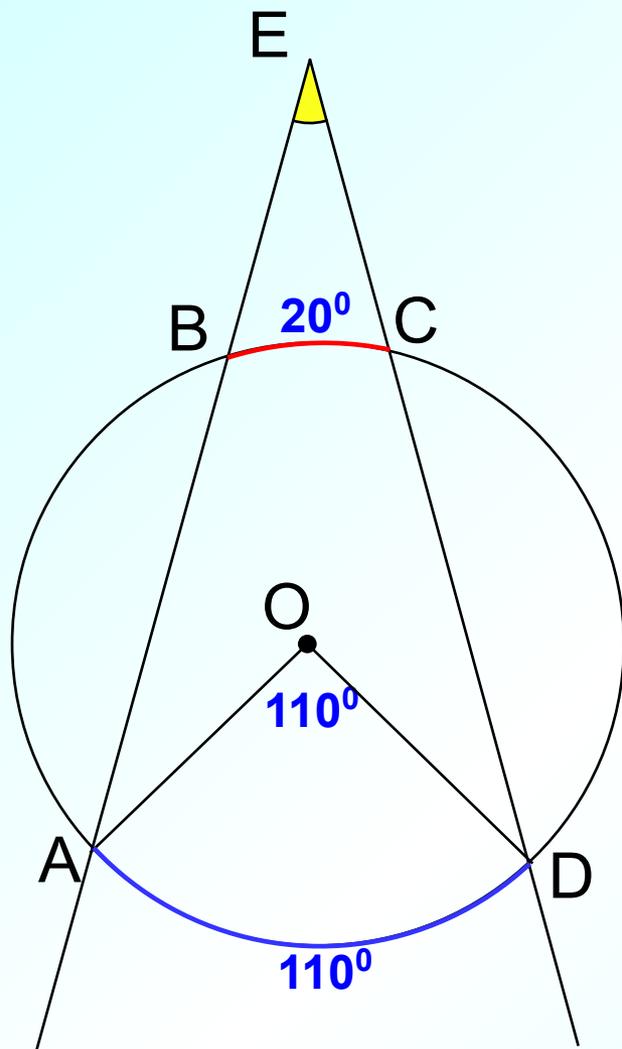
Угол между двумя секущими (вне окружности), проведенными из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри его дуг.



$$\sphericalangle E = \frac{1}{2}(\sphericalangle DC - \sphericalangle AB)$$

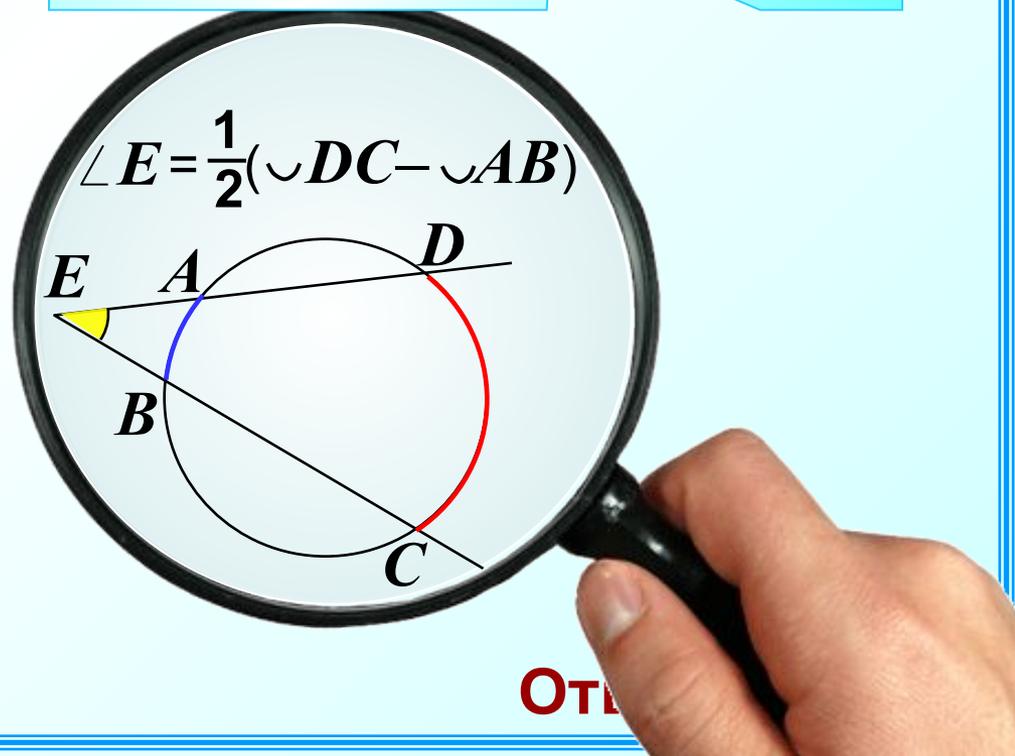
**Отв**

**Задание 21.** Найдите градусную меру угла AED, если  $\sphericalangle BC = 20^\circ$ ,  $\sphericalangle AOD = 110^\circ$ .



$$\sphericalangle AD = \sphericalangle AOD = 110^\circ$$

Угол между двумя секущими (вне окружности), проведенными из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри его дуг.



Отв