

# Дерево игры



Поиск выигрышной стратегии

Учитель информатики и ИКТ  
МБОУ СОШ № 7 г. Оха  
Сахалинской области  
Сергиенко Татьяна Геннадьевна

# Что нужно знать:



- В простых играх можно найти выигрышную стратегию, просто перебрав все возможные варианты ходов соперников.
- Полный перебор вариантов реально выполнить только для очень простых игр; например, в шахматах сделать это за приемлемое время не удастся (дерево игры очень сильно разветвляется, порождая огромное количество вариантов)



- Все позиции в простых играх делятся на *выигрышные* и *проигрышные*
- **Выигрышная позиция** – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку; при этом говорят, что у него есть выигрышная стратегия – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть



- Если игрок начинает играть в **проигрышной** позиции, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник; в этом случае говорят, что у него нет выигрышной стратегии; таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для соперника



- *выигрышные* и *проигрышные* позиции можно охарактеризовать так:
  - позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – **проигрышная** для соперника;
  - позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведет в проигрышную позицию – **выигрышная** для соперника, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию.



# Задача



- Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней.
- В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 24$ .

# 1. При каких $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом;



- За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза.
- Выиграть ходом  $+2$  можно только из  $S = 23$  или  $24$ .
- Увеличив число камней в 2 раза, он получит число, большее 24 при  $S$  от 13 (26) до 24 (48), причём числа 23 и 24 тоже войдут в этот промежуток.
- Следовательно, выигрышными для первого хода Пети будут все значения  $S$  от 13 до 24.
- $S = 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$

# 1. При каких $S$ : 1б) Ваня выигрывает первым ходом?



- $S = 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$
- Для ответа на этот вопрос нужно найти позицию, из которой все возможные ходы ведут к выигрышу Вани за 1 ход.
- Ваня выиграет первым ходом, если после первого хода Пети  $S = 11$  или  $12$ , т.к. любой его ход в этом случае будет выигрышным.
- $11 + 2 = 13$        $12 + 2 = 14$
- $11 * 2 = 22$        $12 * 2 = 24$ , т.е. при  $S = 11$  или  $12$  Ваня выиграет первым ходом.



## 2. Назовите три значения $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

- Петя может выиграть своим вторым ходом на основе Ваниных выигрышных вариантов, т.е. попав в позицию, которая заведомо могла быть выигрышной для Вани, но стала для него проигрышной, т.к. ход Пети.
- $11 - 2 = 9$      $11$  на  $2$  не делится, пропускаем
- $12 - 2 = 10$      $12 / 2 = 6$
- Следовательно, при  $S = 6, 9, 10$  Петя может выиграть своим вторым ходом.

### 3. При каком $S$ Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?



- Ваня выиграет своим первым или вторым ходом, если оба его хода приведут в промежуток  $S$  от **13** до **24** или  $S = 6, 9, 10$ .
- $6 - 2 = 4$   $4 * 2 = 8$  (не входит ни в один промежуток)
- $9 - 2 = 7$   $7 * 2 = 14$  (подходит)
- $10 - 2 = 8$   $8 * 2 = 16$  (подходит)
- Следовательно, при  $S = 7$  или  $8$  Ваня выиграет своим первым ходом.



- Остается построить таблицу возможных вариантов игры из позиции  $S = 7$  и  $8$ .
- Красным цветом выделим позиции, в которых игра заканчивается.

Начальная позиция	1-й ход Пети (все варианты)	1-й ход Вани (ход по стратегии)	2-й ход Пети (все варианты)	2-й ход Вани (ход по стратегии)
7	9	11	13	15
			<b>26</b>	
		18	22	24
			<b>44</b>	
			20	22
			<b>40</b>	
		<b>36</b>	---	
	14	16	18	20
			<b>36</b>	
		<b>32</b>	---	
<b>28</b>		---		
8	10	12	14	16
			<b>28</b>	
		20	24	<b>26</b>
			<b>48</b>	
			22	24
			<b>44</b>	
		<b>40</b>	---	
	16	18	20	22
			<b>40</b>	
		<b>36</b>	---	
<b>32</b>		---		

---

□ Спасибо за  
внимание!