Электромагнитные переходные процессы при нарушении симметрии трехфазной цепи

Метод симметричных составляющих

Любой из векторов симметричной трехфазной системы можно представить одноименным вектором другой фазы с помощью оператора поворота

$$a = e^{j\,120^{\circ}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Умножение вектора на оператор ***a*** означает поворот его на 120° в положительном направлении (против часовой стрелки).

$$a = e^{j\,120^{\circ}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

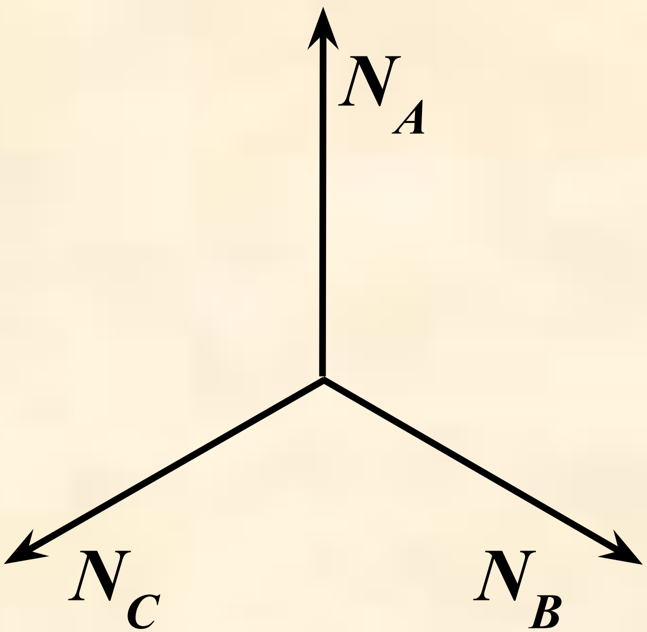
$$a^2 = e^{j\,240^{\circ}} = e^{-j\,120^{\circ}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Сумма операторов поворота $a^2 + a = -1$

Разность операторов поворота $a^2 - a = -j\sqrt{3}$

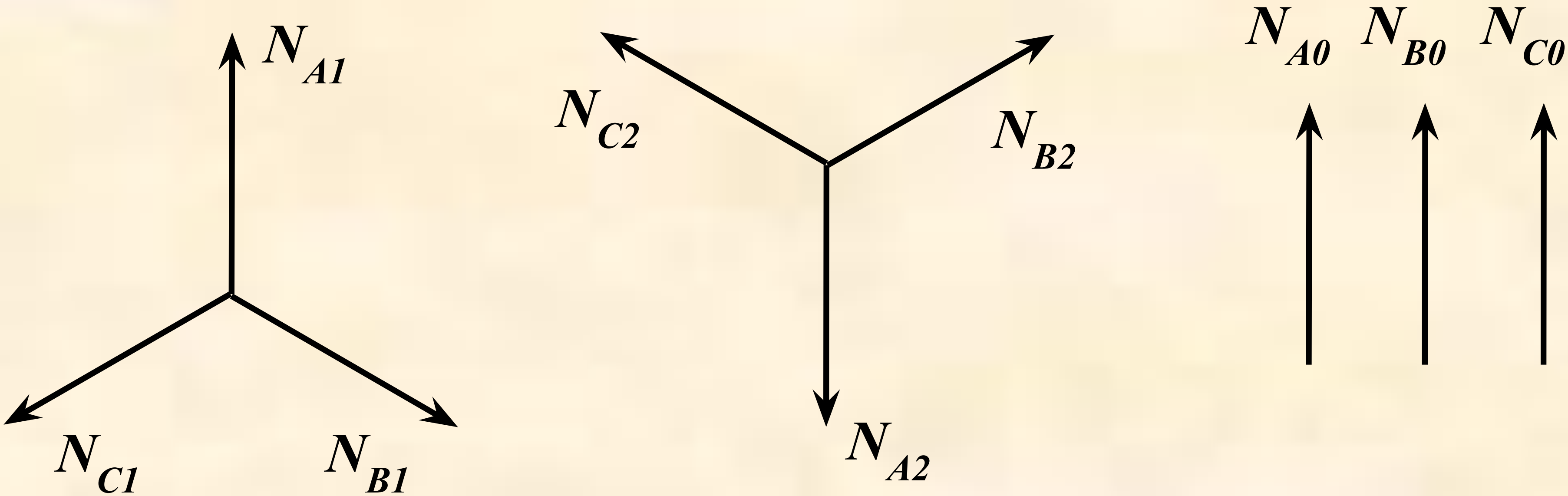
$$a^3 = e^{j\,360^{\circ}} = 1 \quad \Rightarrow \quad a^{3n+m} = a^m$$

В симметричной трехфазной системе каждый из векторов можно представить следующим образом



$$
\begin{cases}
\underline{N}_A = a\underline{N}_B = a^2\underline{N}_C \\
\underline{N}_B = a\underline{N}_C = a^2\underline{N}_A \\
\underline{N}_C = a\underline{N}_A = a^2\underline{N}_B
\end{cases}
$$

Любую несимметричную систему трех векторов можно разложить на три симметричные системы: прямой, обратной и нулевой последовательности



$$\underline{N}_{A1} + \underline{N}_{B1} + \underline{N}_{C1} = \underline{N}_{A1}\left(1 + a^2 + a\right) = 0$$

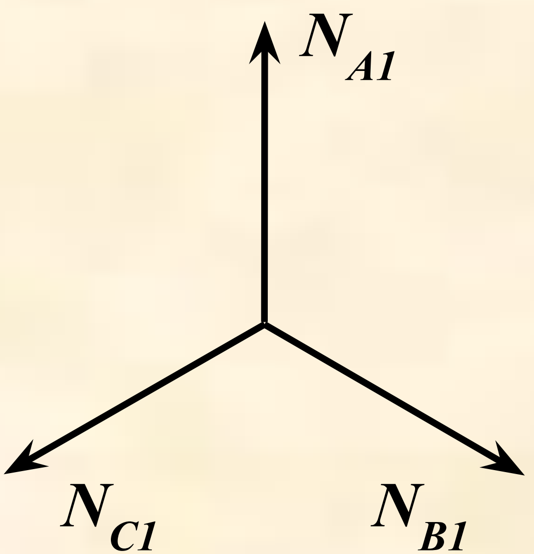
$$\underline{N}_{A2} + \underline{N}_{B2} + \underline{N}_{C2} = \underline{N}_{A2}\left(1 + a + a^2\right) = 0$$

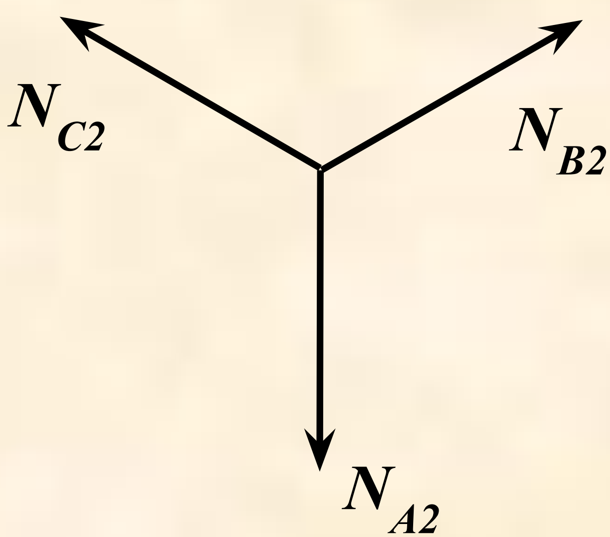
$$\underline{N}_{A0} + \underline{N}_{B0} + \underline{N}_{C0} = 3\underline{N}_{A0} \neq 0$$

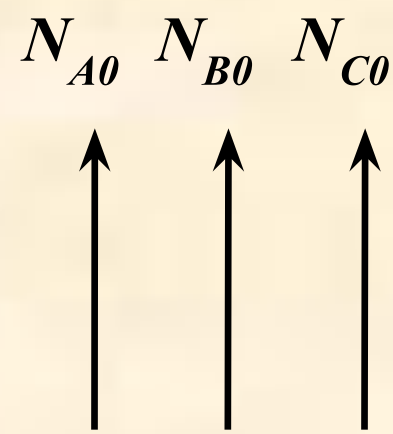
Для каждой из систем прямой, обратной и нулевой последовательностей явления в фазах подобны, что позволяет вести расчет для одной фазы.

Фаза, которая находится в условиях, отличающихся от условий двух других фаз, называется **особой**.

Обычно в расчетах за особую принимают фазу ***A***.







По составляющим прямой, обратной и нулевой последовательности можно восстановить исходную несимметричную систему.

$$\begin{cases} \underline{N}_A = \underline{N}_{A1} + \underline{N}_{A2} + \underline{N}_{A0} \\ \underline{N}_B = \underline{N}_{B1} + \underline{N}_{B2} + \underline{N}_{B0} \\ \underline{N}_C = \underline{N}_{C1} + \underline{N}_{C2} + \underline{N}_{C0} \end{cases}$$

Если принять за особую фазу ***A***, то систему можно записать

$$\begin{cases} \underline{N}_A = \underline{N}_{A1} + \underline{N}_{A2} + \underline{N}_{A0} \\ \underline{N}_B = a^2 \underline{N}_{A1} + a\underline{N}_{A2} + \underline{N}_{A0} \\ \underline{N}_C = a\underline{N}_{A1} + a^2 \underline{N}_{A2} + \underline{N}_{A0} \end{cases}$$

Составляющие прямой, обратной и нулевой последовательности через векторы фазных величин

$$\underline{N}_{A1} = \left(\underline{N}_A + a\underline{N}_B + a^2\underline{N}_C\right)/3$$

$$\underline{N}_{A2} = \left(\underline{N}_A + a^2\underline{N}_B + a\underline{N}_C\right)/3$$

$$\underline{N}_{A0} = \left(\underline{N}_A + \underline{N}_B + \underline{N}_C\right)/3$$

Допущения при расчете несимметричных режимов:

1) в симметричных цепях токи и напряжения различных последовательностей не взаимодействуют друг с другом

2) каждый элемент цепи оказывает свое сопротивление токам различных последовательностей

3) симметричные составляющие токов связаны симметричными составляющими напряжений только одноименной последовательности

$$\Delta U_1 = Z_1 I_1$$

$$\Delta U_2 = Z_2 I_2$$

$$\Delta U_0 = Z_0 I_0$$

где Z1, Z2, Z0 – сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Схемы замещения отдельных последовательностей

Схема прямой последовательности.

Полностью соответствует схеме, составляемой для расчета трехфазного КЗ.

В зависимости от применяемого метода расчета и момента времени генераторы и нагрузки вводятся в нее ЭДС и соответствующими реактивностями. Все остальные элементы вводят в схему неизменными во времени сопротивлениями.

Схема обратной последовательности.

По структуре аналогична схеме прямой последовательности, но **ЭДС** всех генерирующих элементов в ней приравниваются **нулю**, а сопротивления обратной последовательности считают постоянными для любого момента времени.

Если точные значения сопротивлений обратной последовательности для электрических машин неизвестны, то принимают:

- для машин без демпферных обмоток $X_2 \approx 1{,}45\ X'_d$
- для турбогенераторов и машин с демпферной обмоткой $X_2 \approx 1{,}22\ X''_d$.

В практических расчетах часто принимают $X_2 \approx X''_d$

Параметры остальных элементов в схеме обратной последовательности соответствуют их величинам в схеме прямой последовательности.

Схема нулевой последовательности.

В значительной мере определяется соединением обмоток трансформаторов и автотрансформаторов, так как ток нулевой последовательности является, по существу, однофазным током, разветвленным между тремя фазами и возвращающимся через землю.

Сопротивление элементов нулевой последовательности:

а) **Синхронные машины**

$$X_0 \approx (0{,}15 \div 0{,}16)\, X''_d$$

Как правило схемы соединения обмоток трансформаторов и подключаемых к ним генераторов подбирают Y, Δ, чтобы исключить протекание через генераторы токов нулевой последовательности.

б) **Обобщенная нагрузка**

X_0 - определяется сопротивлениями и схемами соединения входящих в нее элементов и питающих обмоток трансформаторов.

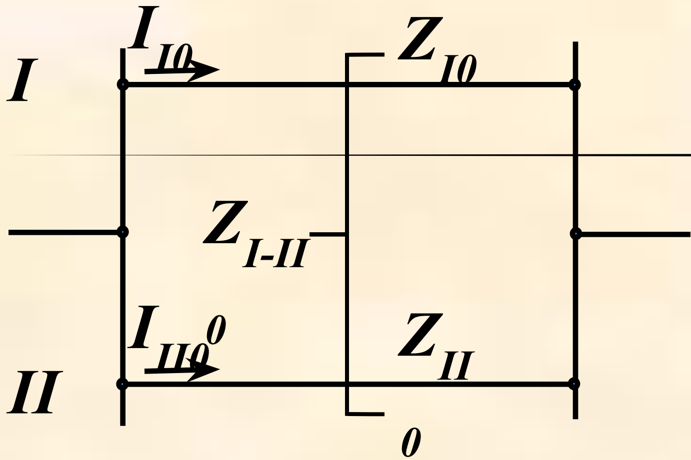
Как правило понижающие обмотки питающих трансформаторов соединяются в Δ, что исключает проникновение в нагрузку токов нулевой последовательности.

в) **Токоограничивающие реакторы**

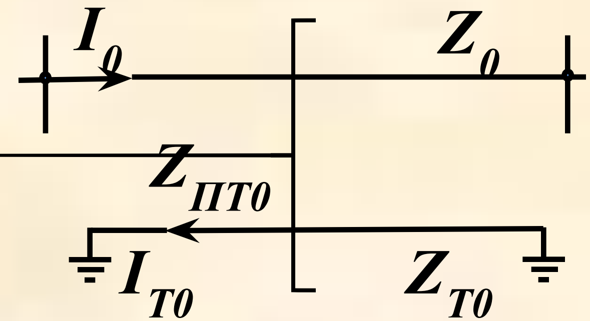
$$X_0 = X_2 = X_1$$

г) **Воздушная линия** с учетом взаимоиндукции

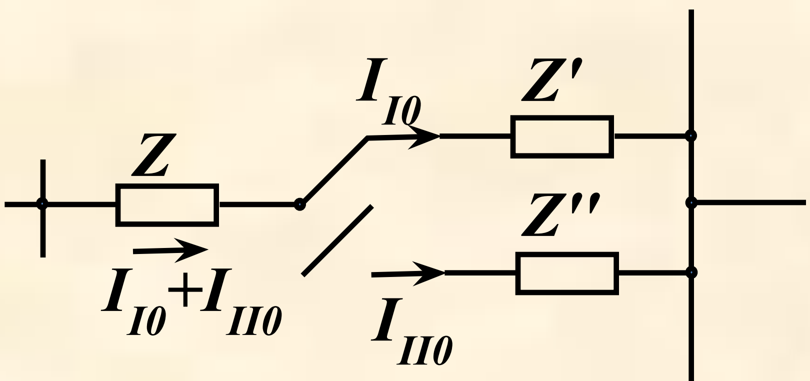
Двухцепная ВЛ



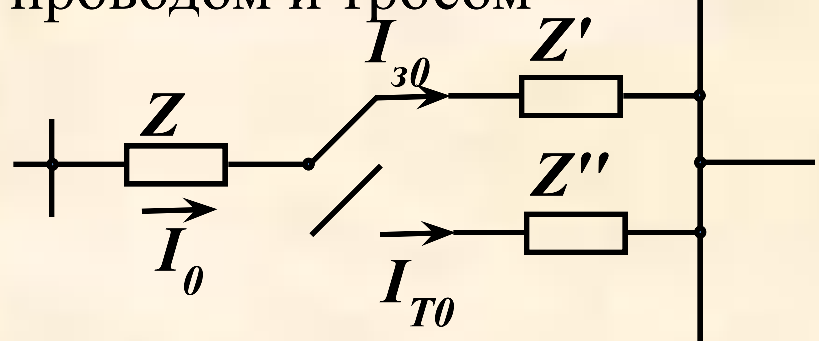
Одноцепная ВЛ с заземленным тросом



$Z_{ПТ0}$ – сопротивление взаимоиндукции нулевой последовательности между проводом и тросом



$$Z=Z_{I-II0}$$
$$Z'=Z_{I0}-Z_{I-II0}$$
$$Z''=I_{II0}-Z_{I-II0}$$



$$Z=Z_0-Z_{ПТ0}$$
$$Z'=Z_{ПТ0}$$
$$Z''=Z_{Т0}-Z_{ПТ0}$$

Воздушные линии

- одноцепные без тросов $X_0=3,5X_1$
- одноцепные со стальными тросами $X_0=3,0X_1$
- двухцепные без тросов $X_0=5,5X_1$
- двухцепные со стальными тросами $X_0=4,7X_1$

д) **Кабельные линии**

$X_0\approx(3,5\div4,6)\ X_1$

$r_0\approx10r_1$

е) **Трансформаторы и автотрансформаторы**

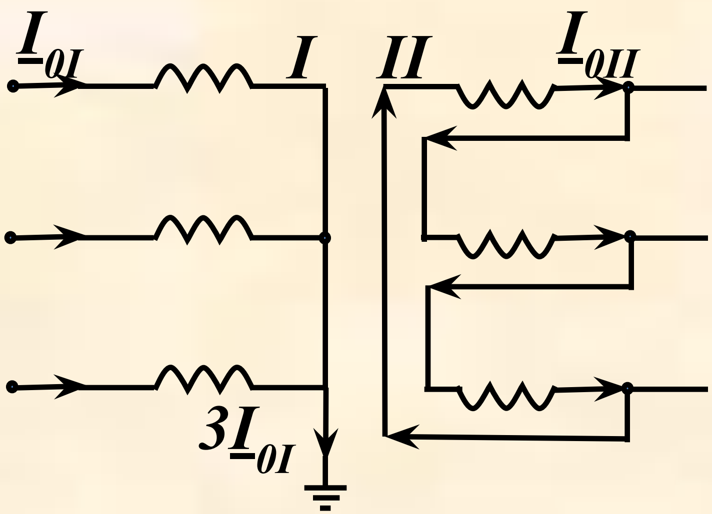
Величина X_0 определяется их конструкцией и соединением обмоток

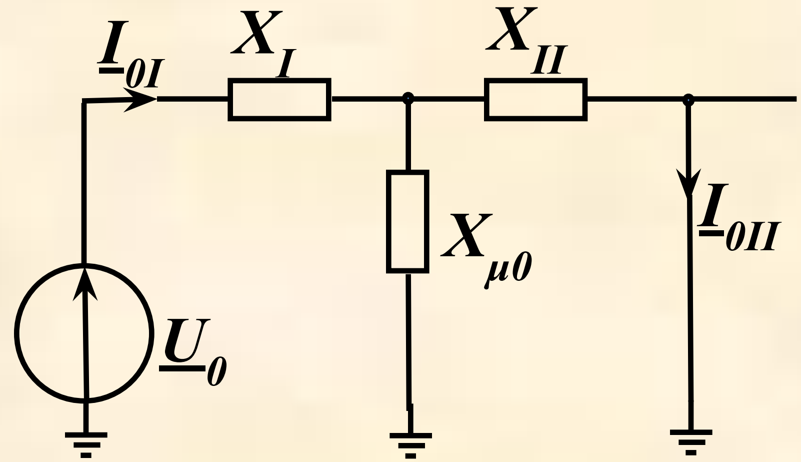
Сопротивление нулевой последовательности трансформаторов со стороны обмотки, соединенной в Δ или Y равно $X_0=\infty$.

Сопротивление нулевой последовательности трансформаторов со стороны обмотки, соединенной Y-0 зависит от схемы соединения других обмоток и наличия в их цепи контуров для прохождения токов нулевой последовательности.

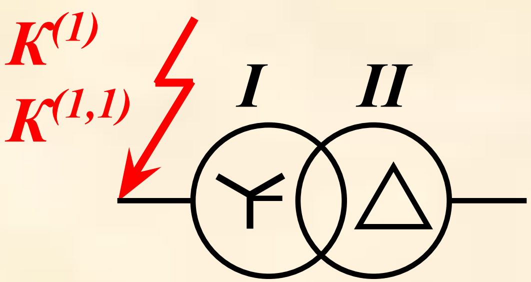
Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

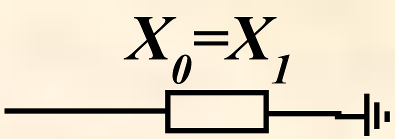
1) Y-0/Δ





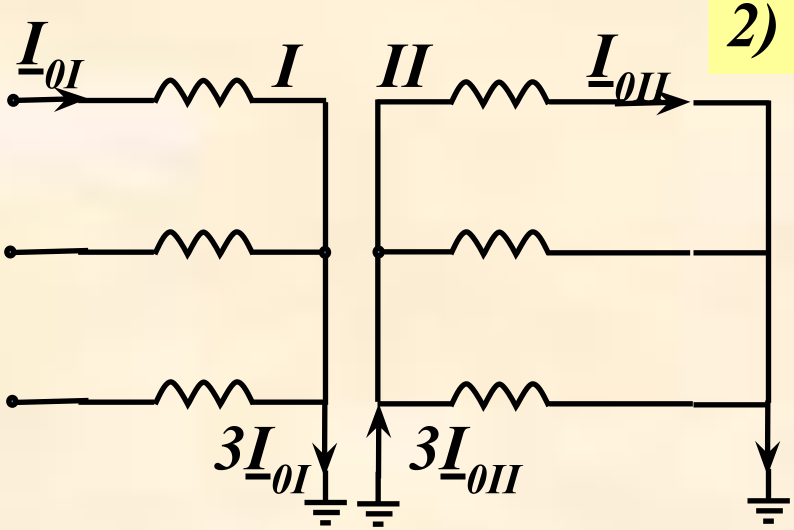
$X_0 = X_1$ $X_{\mu 0} = \infty$

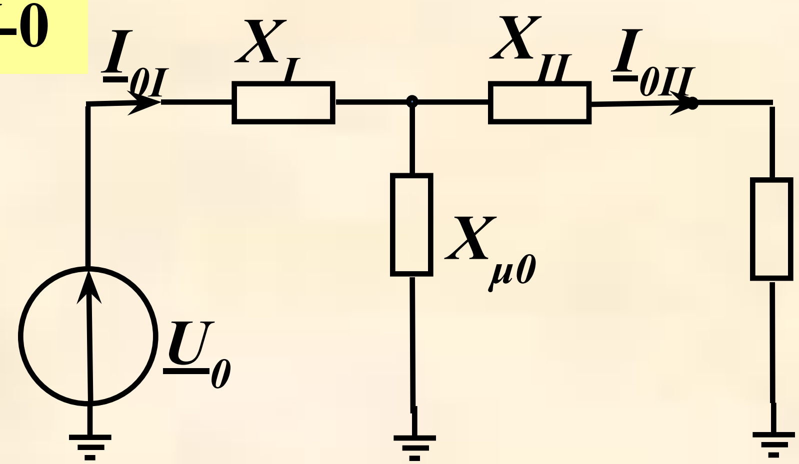




Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

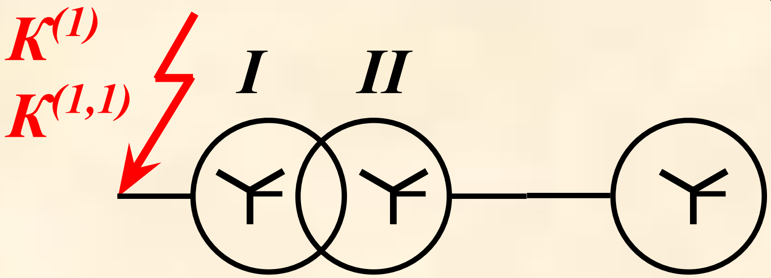
2) Y-0 / Y-0

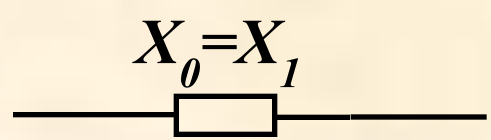




$X_0 = X_1 \qquad X_{\mu 0} = \infty,$

если в цепи обмотки ***II*** есть хотя бы одна заземленная нейтраль

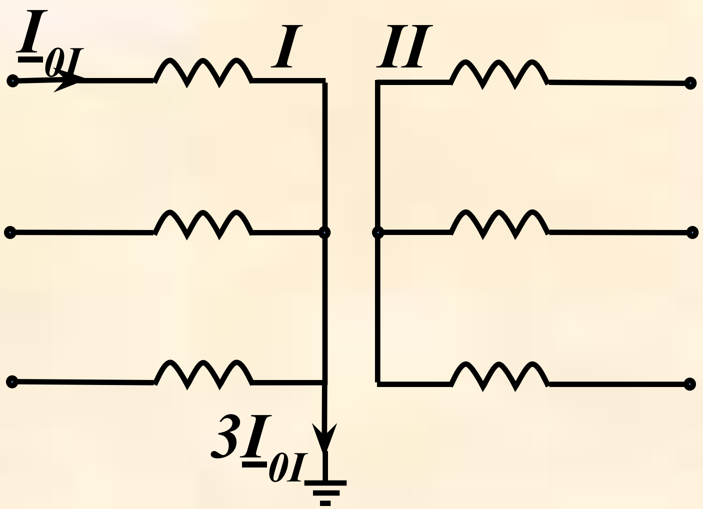


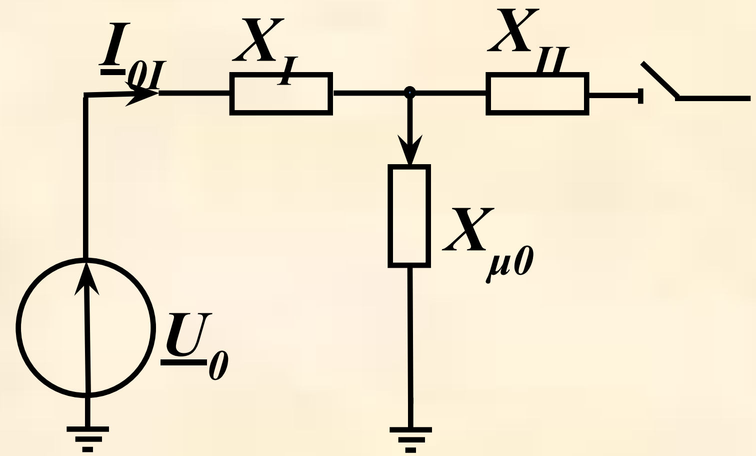


Если в цепи обмотки ***II*** заземленных нейтралей нет, то схема замещения будет такой же, как при соединении обмоток по схеме **Y-0/Y**

Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

3) Y-0/Y





$X_0=X_I+X_{\mu0}$ $\quad X_I=X_{II}=X_1/2$

Для группы и трех однофазных трансформаторов и для трехфазных трансформаторов с четырьмя и пятью магнитопроводами

$$X_{\mu0}=\infty$$

Сопротивление намагничивания трехфазных трехстержневых трансформаторов

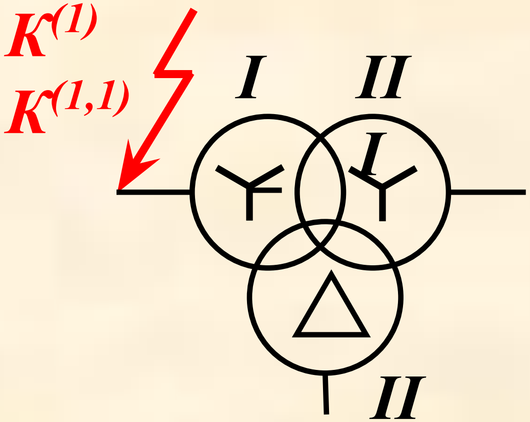
$$X_{*\mu0}=0,3\div1$$

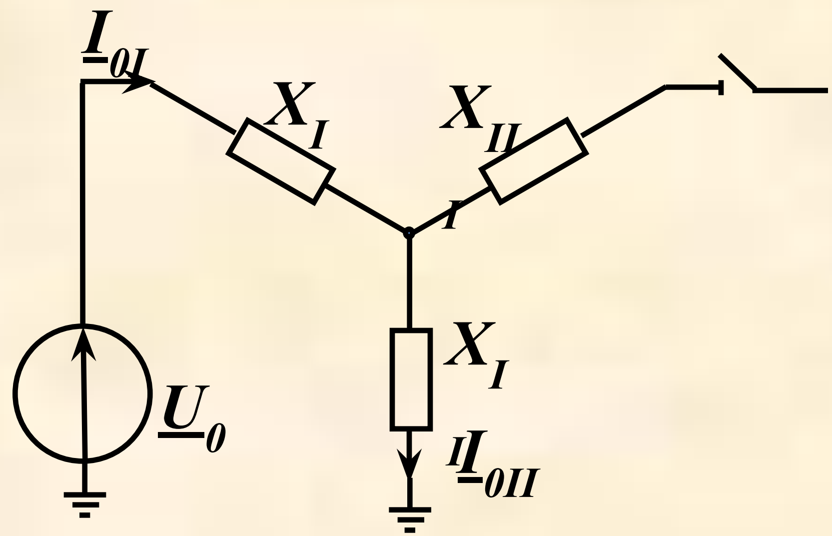
Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

Трехобмоточные трансформаторы и автотрансформаторы

$X_{\mu 0}=\infty$

4) Y-0/Δ/Y

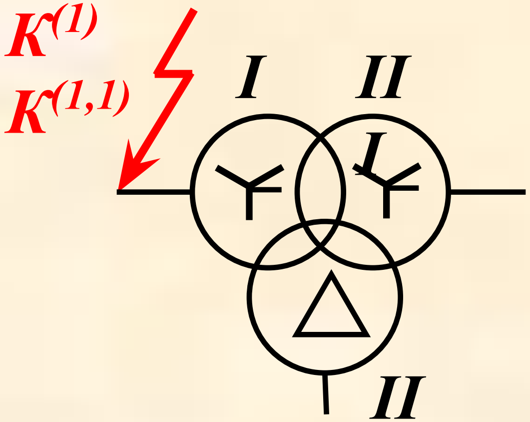




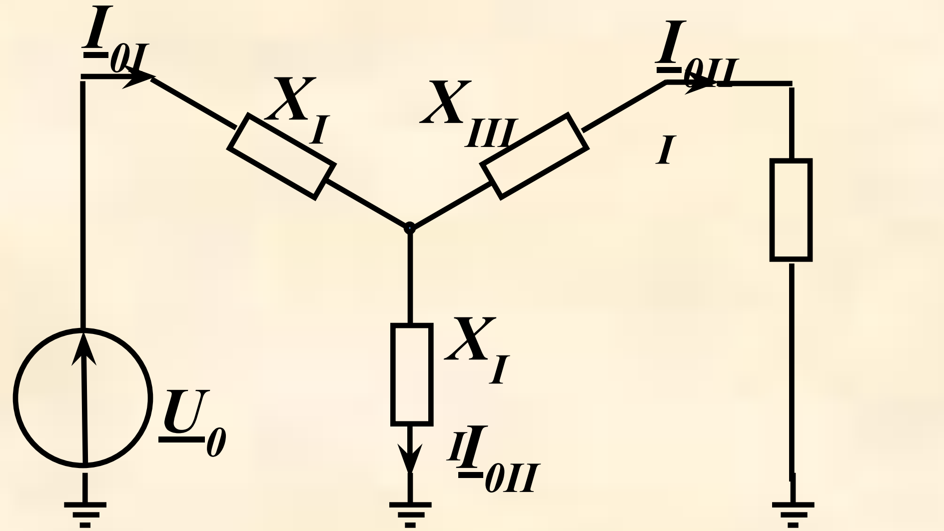
$$X_0=X_1=X_2$$

Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

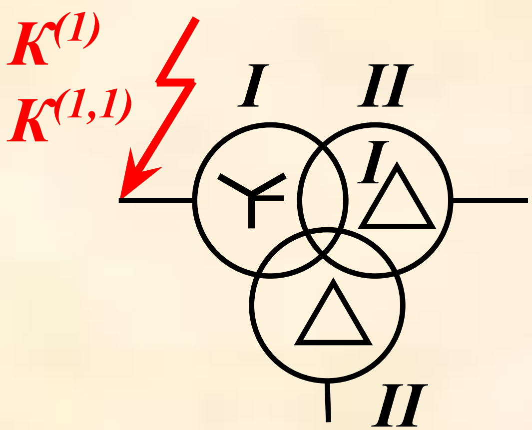
5) Y-0/Δ/Y-0



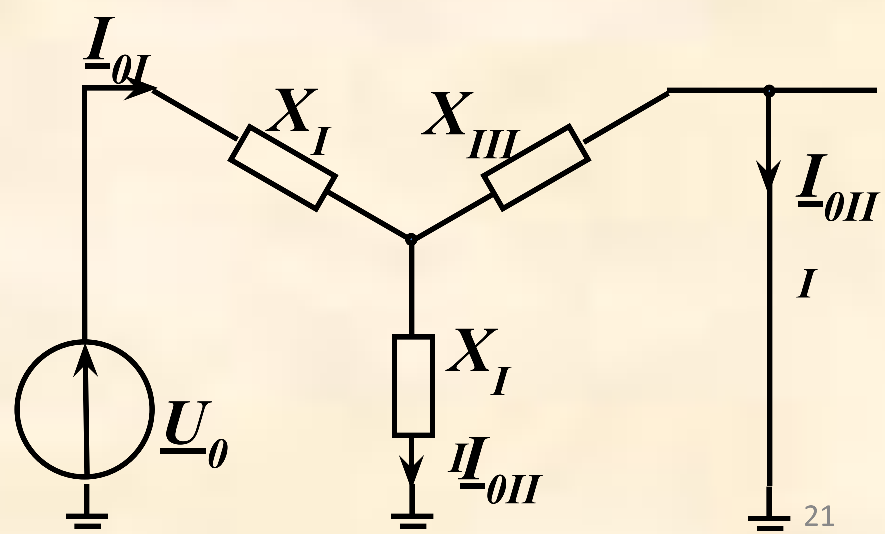
$X_0=X_1=X_2$



6) Y-0/Δ/Δ

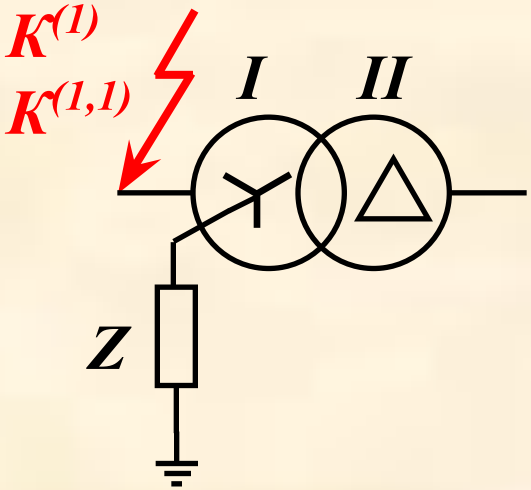


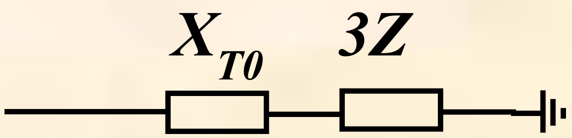
$X_0=X_1=X_2$



Соединение обмоток трансформаторов и схемы их замещения

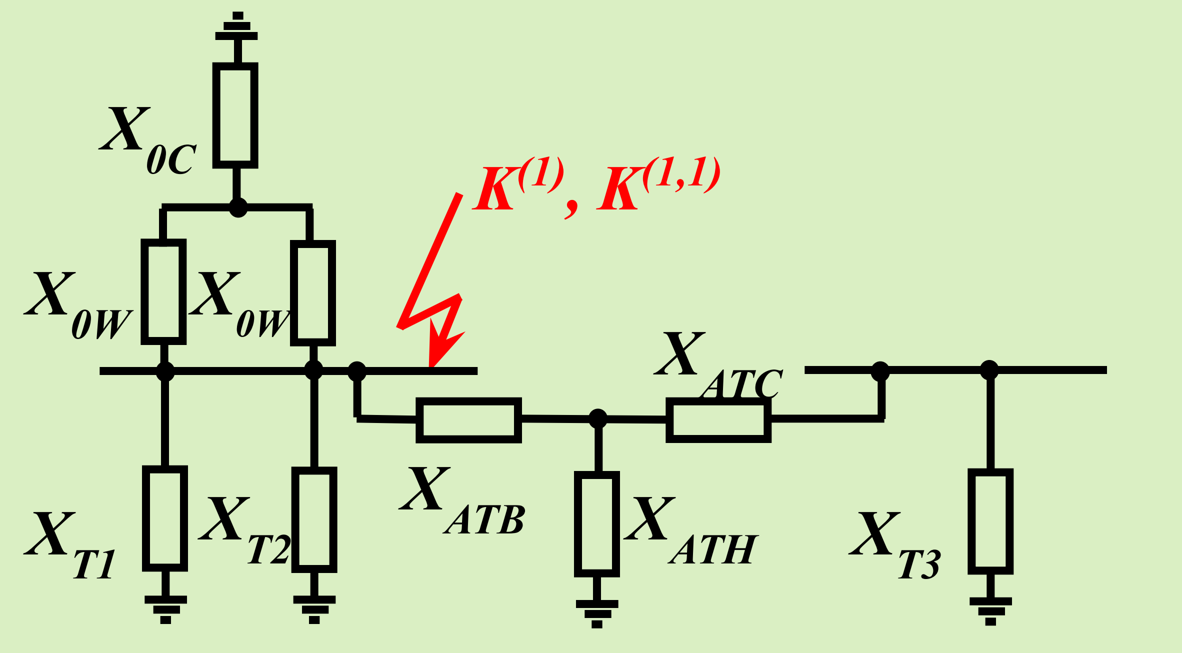
Если **в нейтраль** обмотки трансформатора, по которой протекает ток нулевой последовательности, **включено сопротивление**, то оно учитывается последовательным включением в схему замещения сопротивления **утроенной** величины

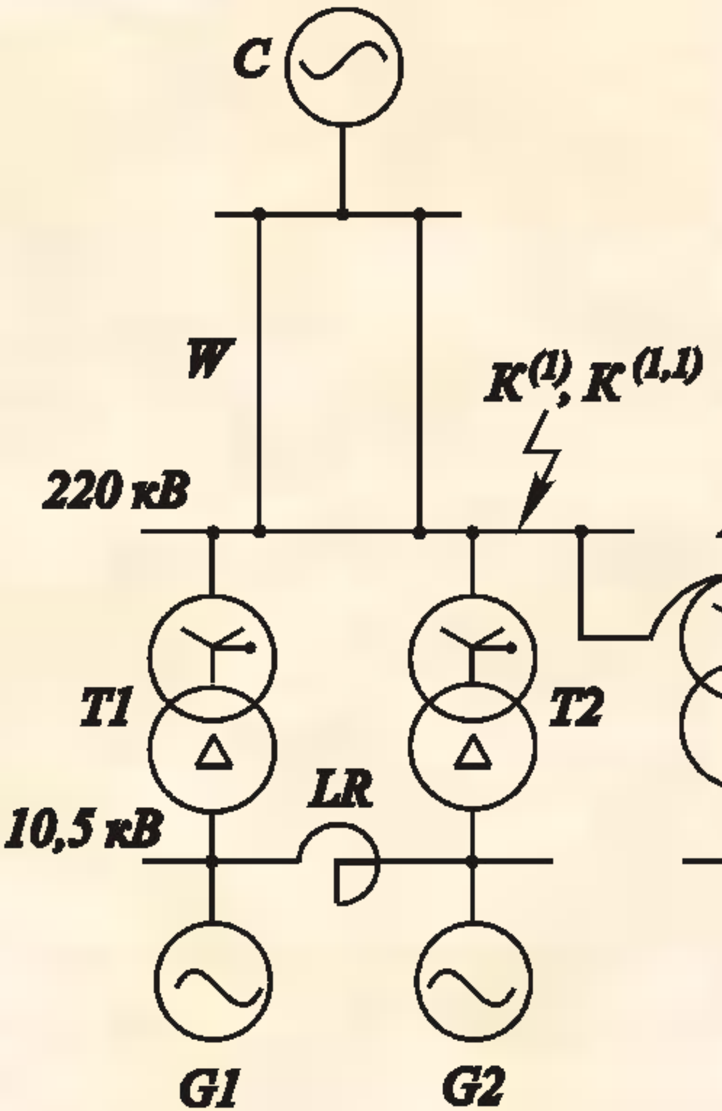
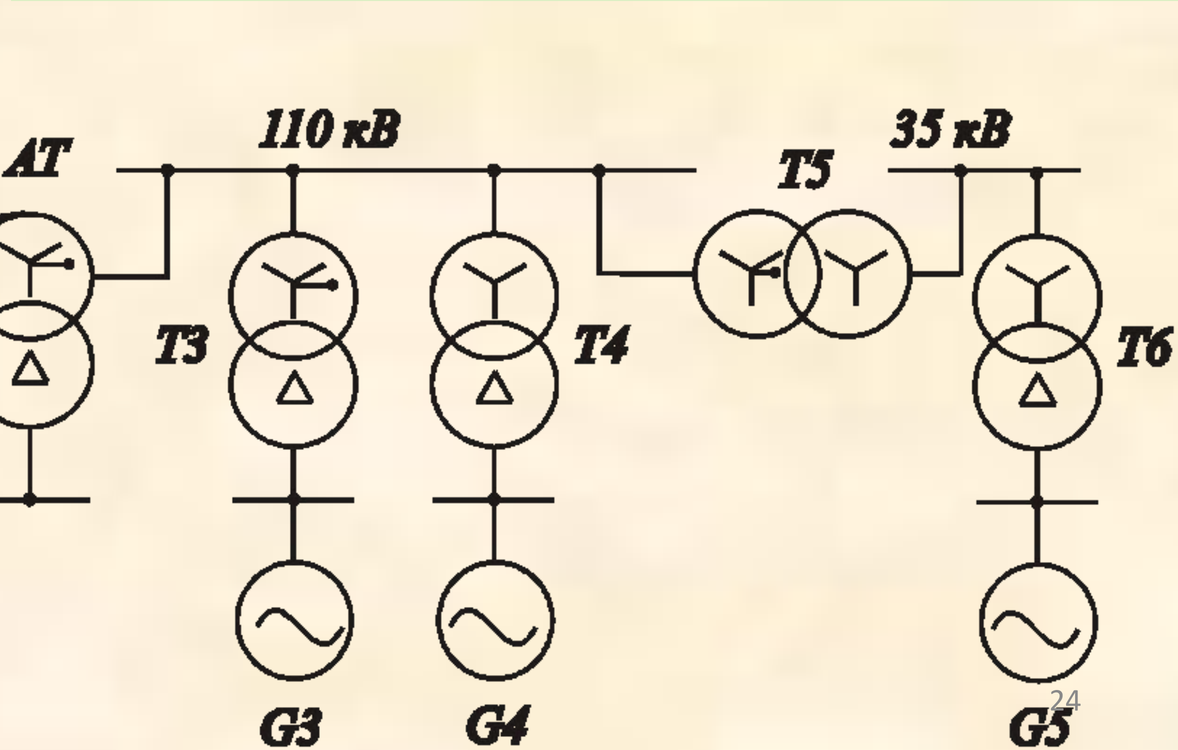




Схему замещения нулевой последовательности начинают строить от точки КЗ, где как бы присоединен источник нулевой последовательности, прослеживая путь протекания тока нулевой последовательности.
В схему замещения войдут лишь те элементы, через которые протекают токи нулевой последовательности.

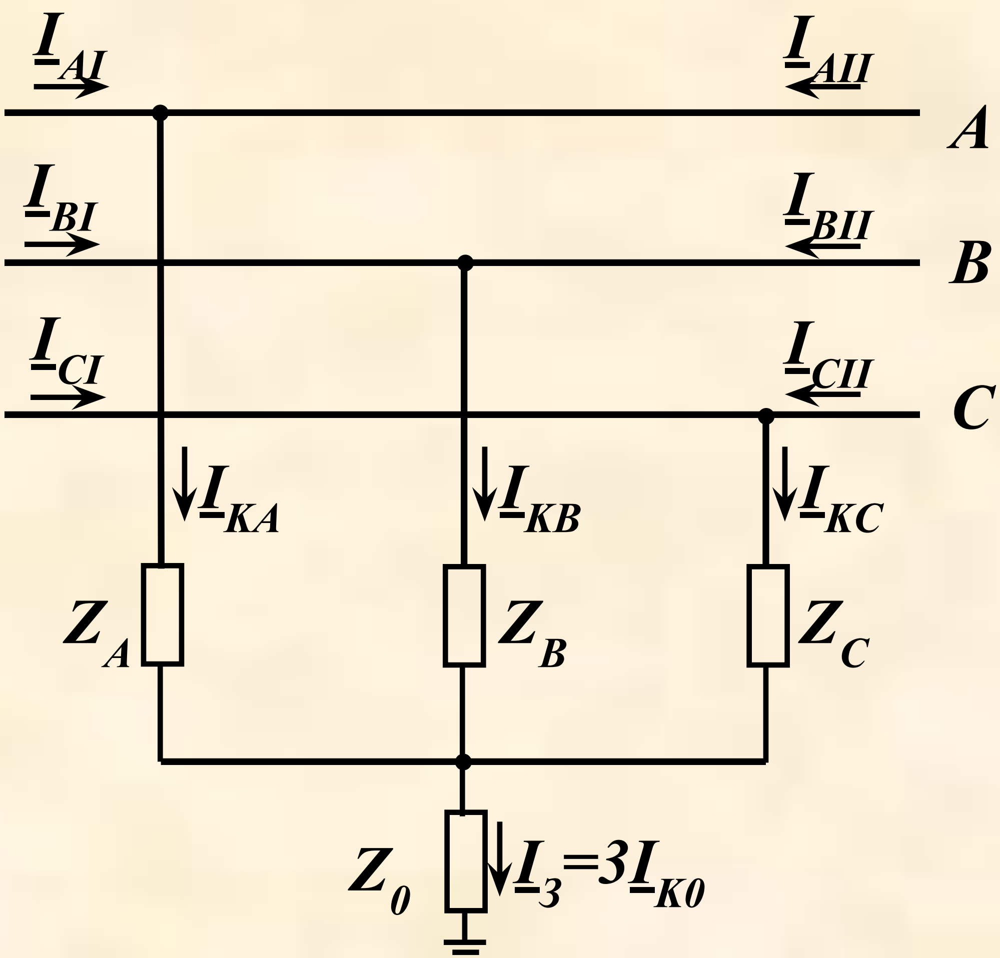
Схема замещения
нулевой
последовательности



Однократная поперечная несимметрия

Однократную поперечную несимметрию в произвольной точке трехфазной системы в общем виде можно представить присоединением в этой точке неодинаковых сопротивлений.



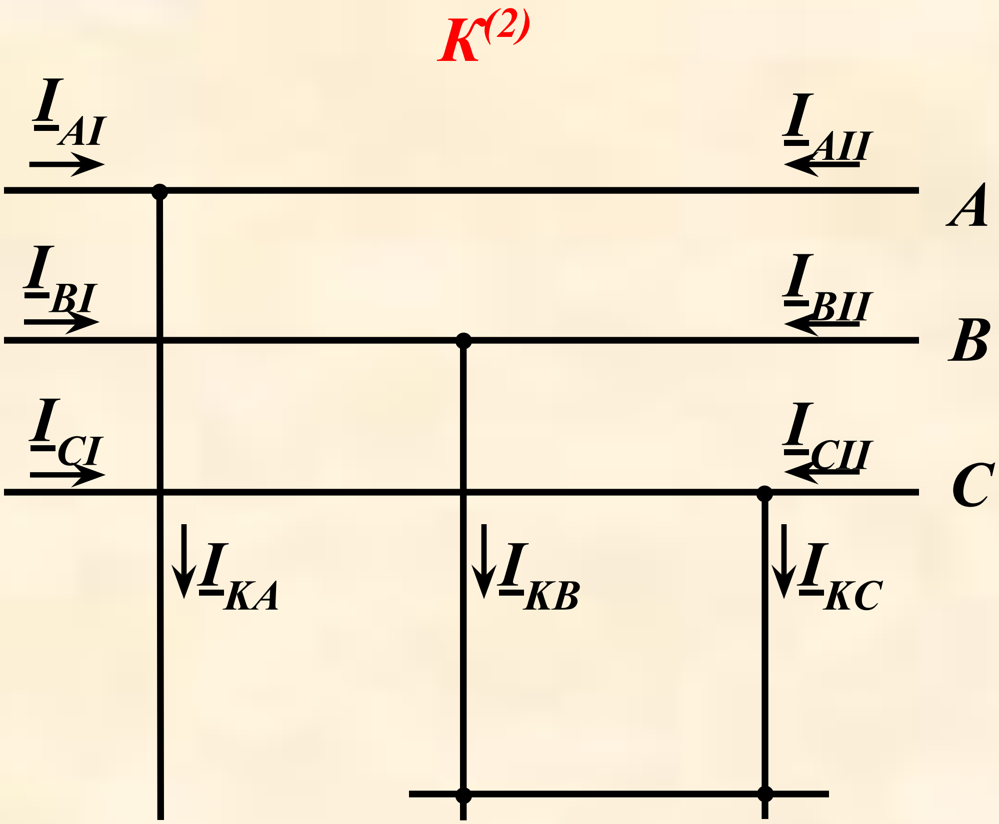
Это позволяет получить решение в общем виде, однако приводит к очень громоздким выражениям.

Значительно проще решать задачу для каждого вида КЗ, используя его **граничные условия**.

Допущения:

1. Фаза А является особой фазой.
2. Все сопротивления реактивные.
3. Положительное направление токов – к месту КЗ.

Двухфазное короткое замыкание



Граничные условия

$$\underline{I}_{\kappa A}^{(2)} = 0$$

$$\underline{I}_{\kappa B}^{(2)} = -\underline{I}_{\kappa C}^{(2)}$$

$$\underline{U}_{\kappa B}^{(2)} = \underline{U}_{\kappa C}^{(2)}$$

$$\left(\underline{U}_{\kappa B}^{(2)} - \underline{U}_{\kappa C}^{(2)} = 0\right)$$

Выразим все токи и напряжения через $\underline{I}_{кА1}$ так, чтобы соблюдались граничные условия

Поскольку система токов уравновешенная, то есть

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0, \quad то\ \underline{I}_{к0} = 0$$

тогда $$\underline{I}_{кA} = \underline{I}_{кA1} + \underline{I}_{кA2} = 0, \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_{кA2} = -\underline{I}_{кA1}$$

Токи поврежденных фаз в месте КЗ

$$\underline{I}_{кB}^{(2)} = \underline{I}_{кB1}^{(2)} + \underline{I}_{кB2}^{(2)} = a^2 \underline{I}_{кA1}^{(2)} + a\underline{I}_{кA2}^{(2)} =$$

$$= \left(a^2 - a\right)\underline{I}_{кA1}^{(2)} = -j\sqrt{3}\,\underline{I}_{кA1}^{(2)}$$

$$\underline{I}_{кAC}^{(2)} = j\sqrt{3}\,\underline{I}_{кA1}^{(2)}$$

Выразим $\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{кB}}$ и $\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{кC}}$ через симметричные составляющие фазы $\boldsymbol{A}$

$$\underline{U}_{кB}^{(2)} - \underline{U}_{кC}^{(2)} = 0$$

$$\underline{U}_{кB1} + \underline{U}_{кB2} + \underline{U}_{кB0} - \underline{U}_{кC1} - \underline{U}_{кC2} - \underline{U}_{кC0} = 0$$

$$a^2\underline{U}_{кA1} + a\underline{U}_{кA2} + \underline{U}_{кA0} - a\underline{U}_{кA1} - a^2\underline{U}_{кA2} + \underline{U}_{кA0} =$$

$$= \left(a^2 - a\right)\cdot\left(\underline{U}_{кA1} - \underline{U}_{кA2}\right) = 0$$

$$\left(a^2 - a\right) \neq 0 \quad \Rightarrow \underline{U}_{кA2} = \underline{U}_{кA1}$$

Напряжение прямой и обратной последовательностей фазы А в месте КЗ

$$\underline{U}_{\kappa A1}^{(2)} = \underline{U}_{\kappa A2}^{(2)} = -jX_{2\Sigma}\underline{I}_{\kappa A2}^{(2)} = jX_{2\Sigma}\underline{I}_{\kappa A1}^{(2)}$$

Напряжение нулевой последовательности

$$\underline{U}_{\kappa 0}^{(2)} = -jX_{0\Sigma}\underline{I}_{\kappa 0}^{(2)} = -\infty \cdot 0 \ \text{(неопределенность)}$$

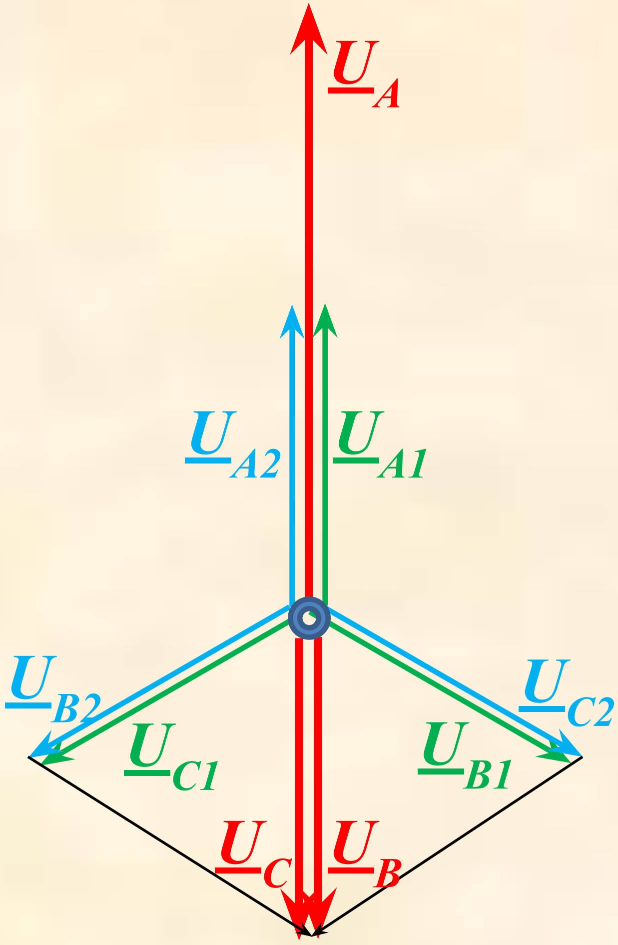
Фазные напряжения

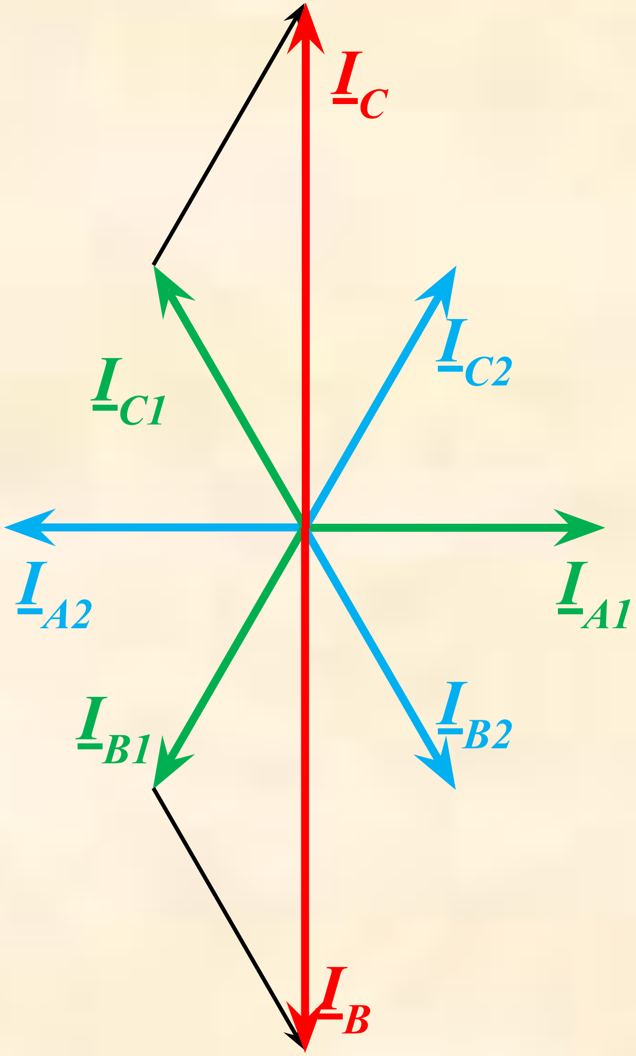
$$\underline{U}_{\kappa A}^{(2)} = \underline{U}_{\kappa A1}^{(2)} + \underline{U}_{\kappa A2}^{(2)} = 2\underline{U}_{\kappa A1}^{(2)} = 2jX_{2\Sigma}\underline{I}_{\kappa A1}^{(2)}$$

$$\underline{U}_{\kappa B}^{(2)} = \underline{U}_{\kappa C}^{(2)} = a^2\underline{U}_{\kappa A1}^{(2)} + a\underline{U}_{\kappa A2}^{(2)} = -\underline{U}_{\kappa A1}^{(2)} = -\frac{\underline{U}_{\kappa A}^{(2)}}{2}$$

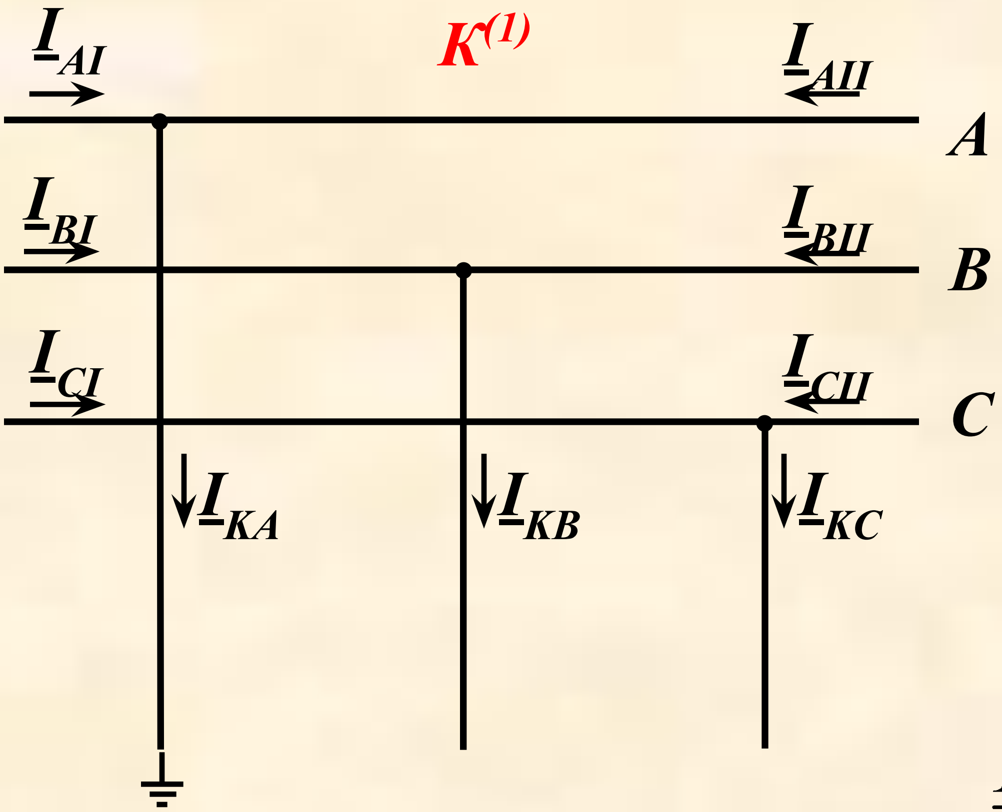
Векторные диаграммы напряжений и токов

$$\underline{U}_{кA1} = \underline{U}_{кA2} \qquad \underline{I}_{кA1} = -\underline{I}_{кA2}$$





Однофазное короткое замыкание



Граничные условия

$$\underline{I}_{\kappa B}^{(1)} = 0$$

$$\underline{I}_{\kappa C}^{(1)} = 0$$

$$\underline{U}_{\kappa A}^{(1)} = 0$$

$$\underline{I}_{\kappa A1}^{(1)} = \underline{I}_{\kappa A2}^{(1)} = \underline{I}_{\kappa 0}^{(1)} = \frac{1}{3}\underline{I}_{\kappa A}^{(1)}$$

Ток в поврежденной фазе в месте КЗ

$$\underline{I}_{\kappa A}^{(1)} = 3\underline{I}_{\kappa A1}^{(1)}$$

Для поврежденной фазы имеем

$$\underline{U}_{кA} = \underline{U}_{кA1} + \underline{U}_{кA2} + \underline{U}_{кA0} = 0$$

Симметрические составляющие напряжений в месте КЗ

$$\underline{U}_{к0} = -jX_{0\Sigma}\underline{I}_{к0} = -jX_{0\Sigma}\underline{I}_{кA1}$$

$$\underline{U}_{кA2} = -jX_{2\Sigma}\underline{I}_{кA2} = -jX_{2\Sigma}\underline{I}_{кA1}$$

$$\underline{U}_{кA1} = -\left(\underline{U}_{кA2} + \underline{U}_{кA0}\right) = j\left(X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}\right)\underline{I}_{кA1}$$

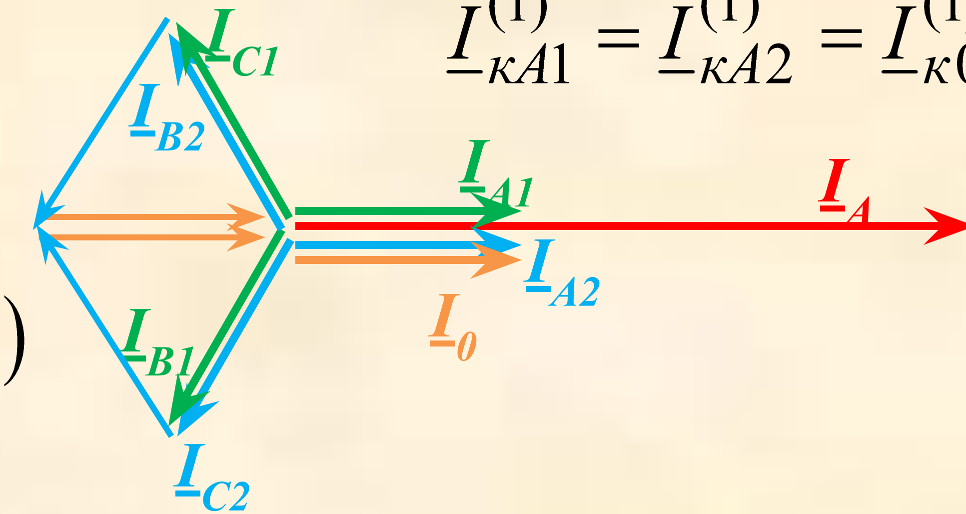
Фазные напряжения в месте КЗ

$$\underline{U}_{кB}^{(1)} = a^2\underline{U}_{кA1}^{(1)} + a\underline{U}_{кA2}^{(1)} + \underline{U}_{к0}^{(1)} = j\left[\left(a^2 - a\right)X_{2\Sigma} + \left(a^2 - 1\right)X_{0\Sigma}\right]\cdot\underline{I}_{кA1}^{(1)}$$

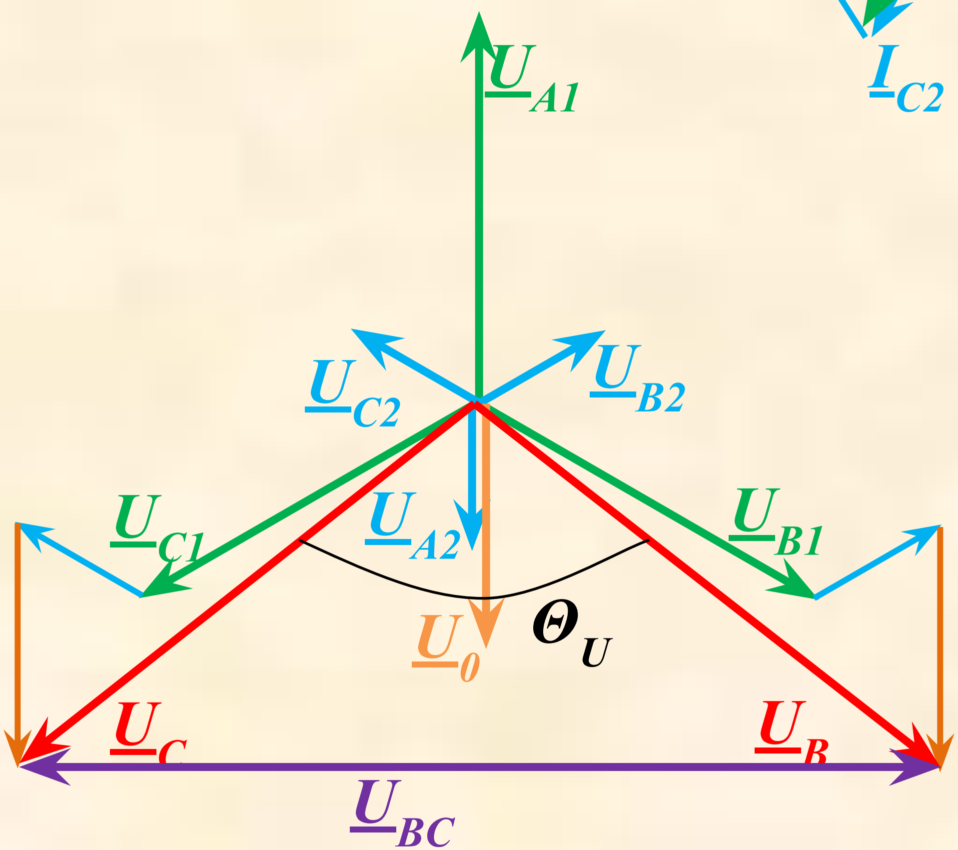
$$\underline{U}_{кC}^{(1)} = j\left[\left(a - a^2\right)X_{2\Sigma} + \left(a - 1\right)X_{0\Sigma}\right]\cdot\underline{I}_{кA1}^{(1)}$$

Векторные диаграммы токов и напряжений в месте однофазного КЗ

$$\underline{I}_{\kappa A1}^{(1)} = \underline{I}_{\kappa A2}^{(1)} = \underline{I}_{\kappa 0}^{(1)}$$



$$\underline{U}_{\kappa A1} = -\left(\underline{U}_{\kappa A2} + \underline{U}_{\kappa A0}\right)$$

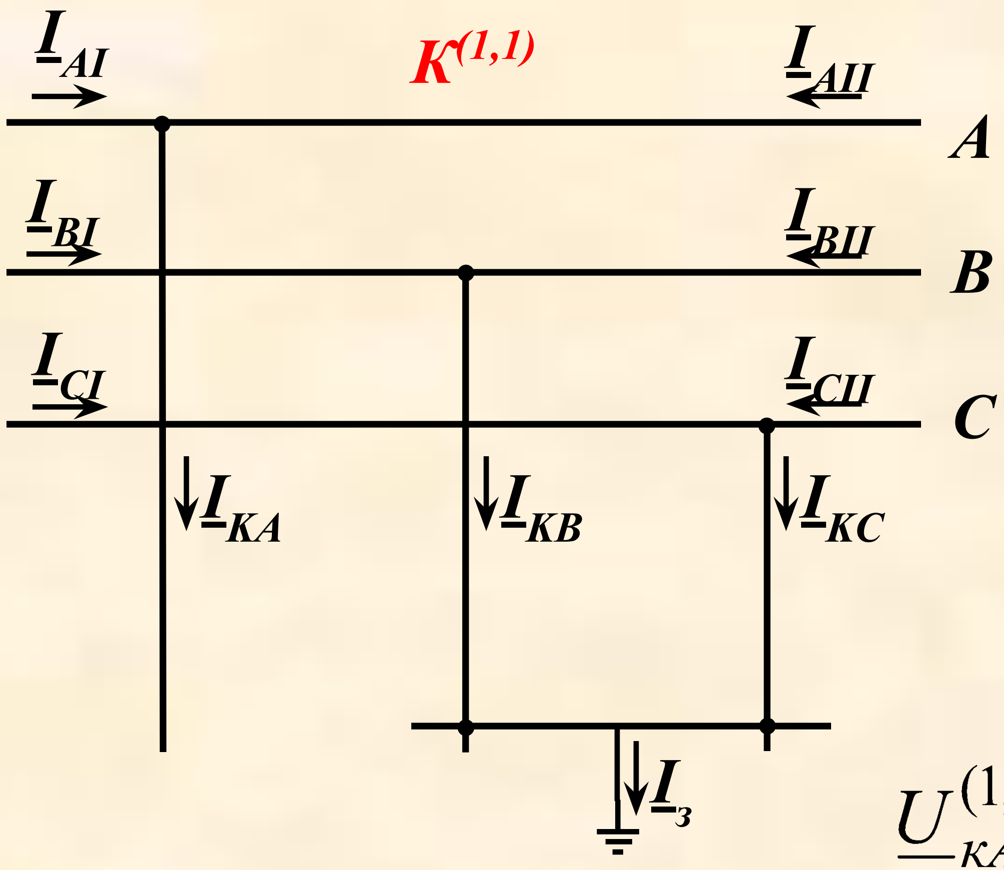


$$60° \leq \Theta_U < 180°$$

$X_{0\Sigma} = \infty$ $\quad X_{0\Sigma} \to 0$

$X_{2\Sigma} = X_{0\Sigma}$ $\quad \Theta_U = 120°$

Двухфазное короткое замыкание на землю



Граничные условия

$$\underline{I}_{кA}^{(1,1)} = 0$$

$$\underline{U}_{кB}^{(1,1)} = 0$$

$$\underline{U}_{кC}^{(1,1)} = 0$$

$$\underline{U}_{кA1}^{(1,1)} = \underline{U}_{кA2}^{(1,1)} = \underline{U}_{кA0}^{(1,1)} = \frac{1}{3}\underline{U}_{кA}^{(1,1)}$$

Напряжение на неповрежденной фазе в месте КЗ

$$\underline{U}_{кA}^{(1,1)} = 3\underline{U}_{кA1}^{(1,1)}$$

$$\underline{I}_{кA}^{(1,1)} = \underline{I}_{кA1}^{(1,1)} + \underline{I}_{кA2}^{(1,1)} + \underline{I}_{к0}^{(1,1)} = 0 \quad (*)$$

$$\underline{U}_{кA1}^{(1,1)} = \underline{U}_{кA2}^{(1,1)} = \underline{U}_{кA0}^{(1,1)} = \frac{1}{3}\underline{U}_{кA}^{(1,1)},$$ тогда

$$\underline{I}_{кA2}^{(1,1)} jX_{2\Sigma} = \underline{I}_{к0}^{(1,1)} jX_{0\Sigma}$$

Прибавив к обеим частям равенства $\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{K0}}\, \boldsymbol{jX}_{\boldsymbol{2\Sigma}}$ и учтя **(*)**, после преобразований получим:

$$\underline{I}_{к0}^{(1,1)} = -\underline{I}_{кA1}^{(1,1)} \frac{X_{2\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} \qquad \underline{I}_{кA2}^{(1,1)} = -\underline{I}_{кA1}^{(1,1)} \frac{X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}}$$

$$\underline{U}_{кA1}^{(1,1)} = \underline{I}_{кA1}^{(1,1)} j \frac{X_{2\Sigma} X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}}$$

Токи поврежденных фаз в месте КЗ

$$\underline{I}_{кB}^{(1,1)}=\left(a^2-\frac{X_{2\Sigma}+aX_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma}+X_{0\Sigma}}\right)\cdot\underline{I}_{кA1}^{(1,1)}$$

$$\underline{I}_{кC}^{(1,1)}=\left(a-\frac{X_{2\Sigma}+a^2X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma}+X_{0\Sigma}}\right)\cdot\underline{I}_{кA1}^{(1,1)}$$

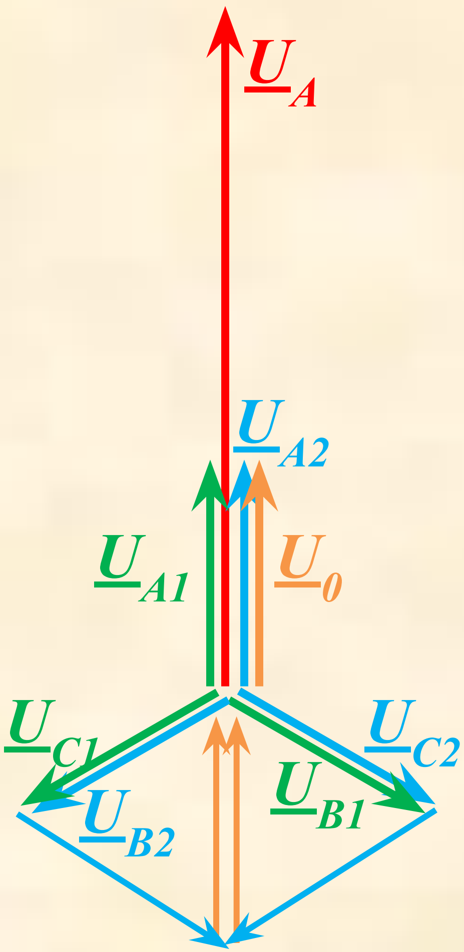
Модули выражений в скобках $m^{(1,1)}=\sqrt{3}\sqrt{1-\frac{X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}}{\left(X_{2\Sigma}+X_{0\Sigma}\right)^2}}$

$$\left(X_{2\Sigma}=X_{0\Sigma}\right)\quad 1{,}5\le m^{(1,1)}\le\sqrt{3}\quad\left(X_{0\Sigma}=\infty\right)$$

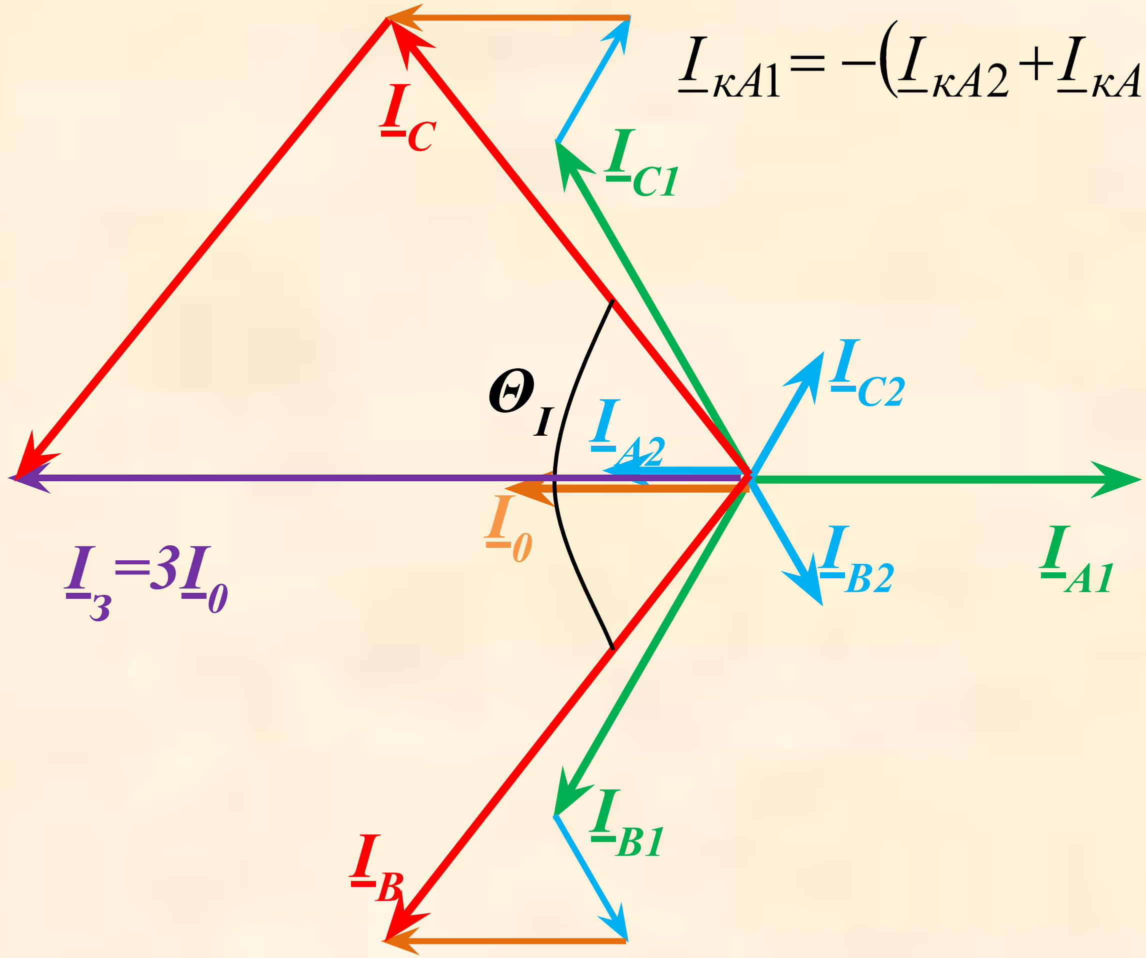
Ток в земле $\underline{I}_{з}^{(1,1)}=3\underline{I}_{к0}^{(1,1)}$

Векторная диаграмма напряжений и токов в месте КЗ на землю

$$\underline{U}_{кA1} = \underline{U}_{кA2} = \underline{U}_{к0}$$



$$\underline{I}_{кA1} = -\left(\underline{I}_{кA2} + \underline{I}_{кA0}\right)$$

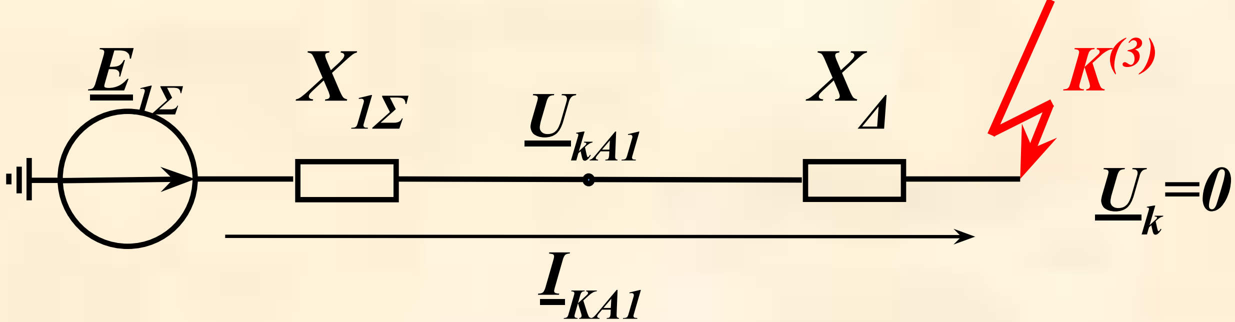


$$60° < \Theta_I \leq 180°$$

$$X_{0\Sigma} \to 0 \qquad X_{0\Sigma} = \infty$$

Правило эквивалентности прямой последовательности

Ток прямой последовательности несимметричного КЗ может быть определен как ток при трехфазном КЗ в точке, удаленной от действительной точки КЗ на дополнительное сопротивление X_{Δ}, которое для каждого вида КЗ определяется результирующими сопротивлениями обратной и нулевой последовательности относительно рассматриваемой точки схемы.



Ток прямой последовательности фазы *A* при любом несимметричном КЗ

$$\underline{I}_{\kappa A1}^{(n)} = \frac{\underline{E}_{1\Sigma}}{jX_{1\Sigma} + jX_{\Delta}^{(n)}},$$

где $X_{\Delta}^{(n)}$ – дополнительное сопротивление, зависящее от вида КЗ

$$X_{\Delta}^{(1)} = X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}$$

$$X_{\Delta}^{(2)} = X_{2\Sigma}$$

$$X_{\Delta}^{(1,1)} = \frac{X_{2\Sigma} \cdot X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}}$$

Фазные токи в месте КЗ пропорциональны току прямой последовательности

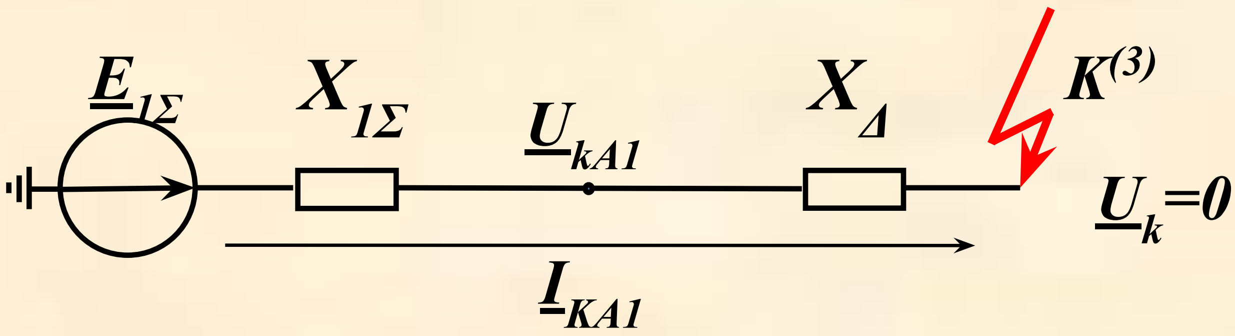
$$\underline{I}_{к}^{(n)} = \underline{I}_{П0}^{(n)} = m^{(n)} \cdot \underline{I}_{кA1}^{(n)},$$

где $\boldsymbol{m^{(n)}}$ – коэффициент, зависящий от вида КЗ.

$$m^{(1)} = 3$$

$$m^{(2)} = \sqrt{3}$$

$$m^{(1,1)} = \sqrt{3}\sqrt{1 - \frac{X_{2\Sigma} X_{0\Sigma}}{\left(X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}\right)^2}}$$



$$\underline{U}_{к1}^{(n)} = jX_{\Delta}^{(n)} \cdot \underline{I}_{к1}^{(n)},$$

Идентичность между током прямой последовательности несимметричного КЗ и током при эквивалентном трехфазном КЗ позволяет использовать все выражения для расчета тока трехфазного КЗ при расчете несимметричных КЗ.