РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППАРАТА ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ

ТИПОВЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЗВЕНЬЯ

Для анализа устойчивости обычно используются логарифмические частотные характеристики. Для их построения удобен аппарат типовых линейных звеньев.

Типовые линейные звенья – это простейшие математические звенья, из которых можно составить любую передаточную функцию, которая записывается в виде отношения двух полиномов

Таких звеньев семь:

1) безынерционное с передаточной функцией $K(p) = K$;

2) интегрирующее с $K(p) = 1/p$;

3) инерционное с $K(p) = 1/(1 + pT)$;

4) колебательное с $K(p) = 1/(1 + 2dpT + p^2T^2)$;

5) дифференцирующее с $K(p) = p$;

6) форсирующее с $K(p) = 1 + pT$;

7) форсирующее второго порядка с $K(p) = 1 + 2dpT + p^2T^2$.

Построим логарифмические АЧХ (ЛАЧХ, ЛАХ) и ФЧХ (ЛФЧХ, ЛФХ) для типовых звеньев первого порядка: интегрирующего и инерционного

1) Интегрирующее звено

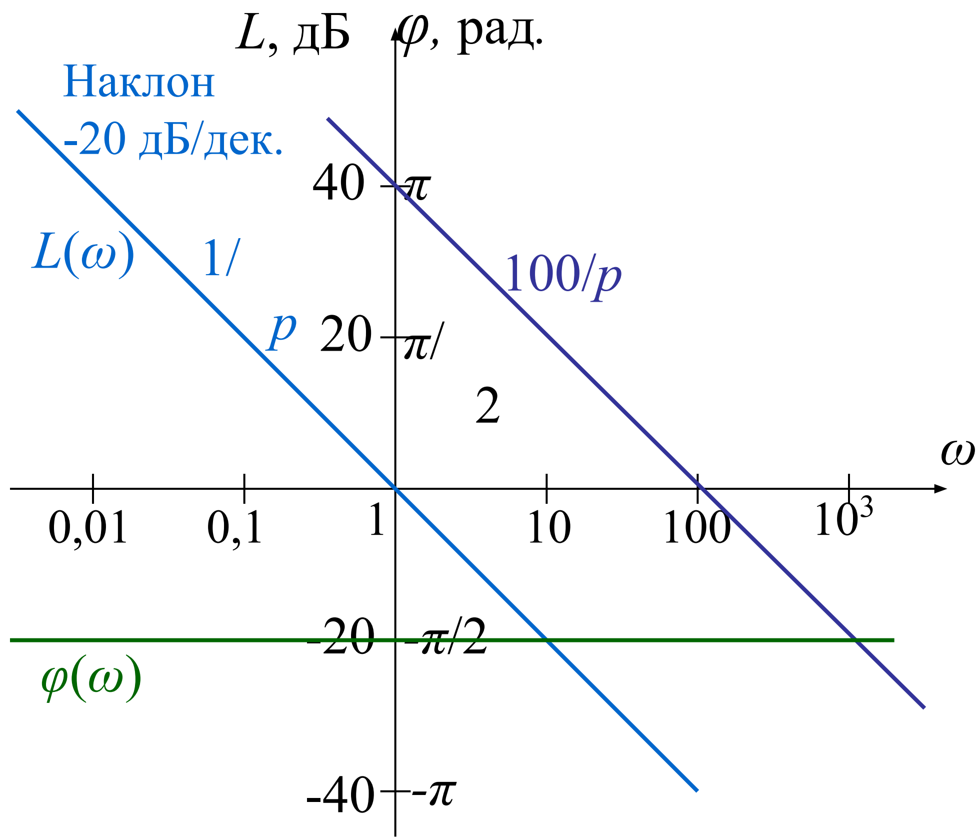
Компл. ЧХ: $K(j\omega) = 1/j\omega$;

АЧХ: $K(\omega) = 1/\omega$;

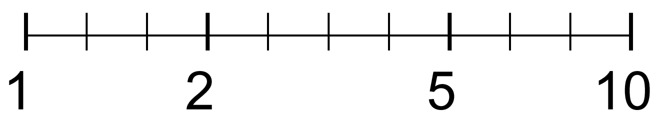
ЛАХ: $L(\omega) = 20\lg K(\omega) =$

$= 20\lg(1/\omega) = -\,20\lg\omega$;

ЛФХ: $\varphi(\omega) = \arg K(j\omega) = -\pi/2$.



Логарифмическая шкала



При изменении коэффициента передачи в K раз ЛАХ переместится параллельно самой себе по вертикальной оси на $20\lg K$

2) Инерционное звено

Комплексная ЧХ:

$K(j\omega) = 1/(1 + j\omega T) =$

$$= \frac{1}{1+\omega^2T^2} - j\,\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}\;;$$

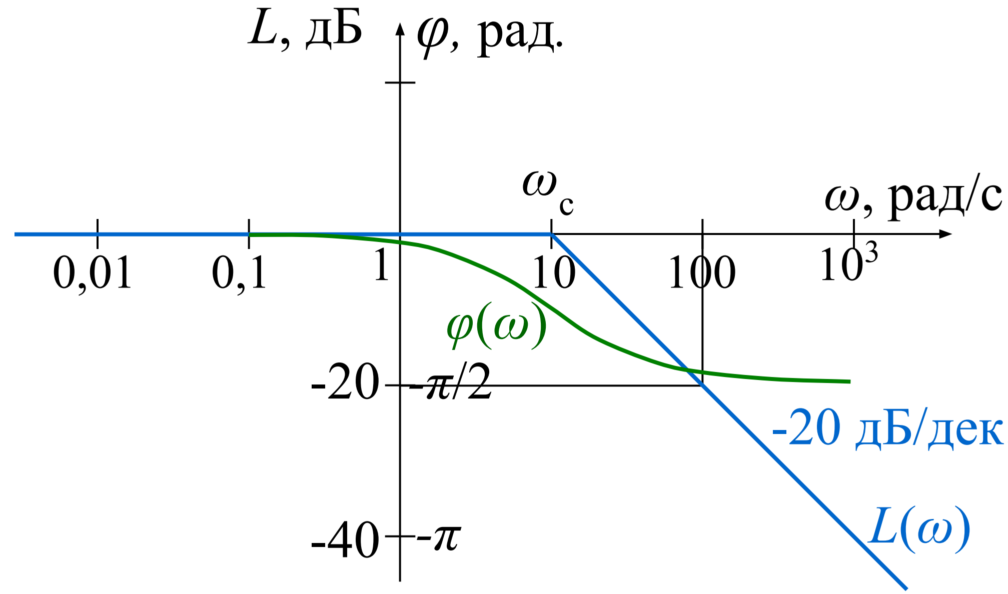
АЧХ: $K(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\;;$

ЛАХ: $L(\omega) = -\,20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}\;;$

ЛФХ: $\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\dfrac{\mathrm{Im}K(j\omega)}{\mathrm{Re}K(j\omega)} =$

$= \mathrm{arctg}(-\omega T)$.

Примем $K(p)=\dfrac{1}{1+0{,}1\,p}$ $\quad\omega_c=1/0{,}1=10$ рад/с.



Асимптотическая ЛАХ:

$\omega\to 0\;\; L(\omega) = -20\lg\sqrt{1+\cancel{\omega^2T^2}} = 0$

$\omega\to\infty\;\; L(\omega) = -20\lg\sqrt{\cancel{1}+\omega^2T^2} =$

$= -20\lg\omega T$

Асимптоты пересекаются на частоте $\omega_c = 1/T$, которая называется сопрягающей.

Максимальное отличие истинной ЛАХ от асимтотической $L(\omega_c) = -20\lg 2 = -3$ дБ

ЛФХ строится по точкам.

$\varphi(\omega_c) = \mathrm{arctg}(-1) = -\pi/4$ рад $= -45^0$;

$\varphi(0{,}1\omega_c) = \mathrm{arctg}(-0{,}1) \approx -0{,}1$ рад $= -5{,}7^0$;

$\varphi(10\omega_c) = \mathrm{arctg}(-10) \approx -\pi/2 + 0{,}1$ рад.

ЛФХ изменяется от 0 до $-\pi/2$ практически за две декады (от $0{,}1\omega_c$ до $10\,\omega_c$), проходя через $-\pi/4$ на сопрягающей частоте.

Построение логарифмических частотных характеристик по передаточным функциям

По передаточной функции определяем, какие типовые звенья ее образуют.

Например, $K(p) = \dfrac{100(1+0{,}1p)}{p(1+p)(1+0{,}01p)^2}$ образована последовательным соединением безынерционного, форсирующего, интегрирующего и трех инерционных звеньев.

Логарифмические частотные характеристики последовательного соединения звеньев строятся сложением характеристик отдельных звеньев

ЛАХ удобно строить, складывая не сами характеристики, а их наклоны

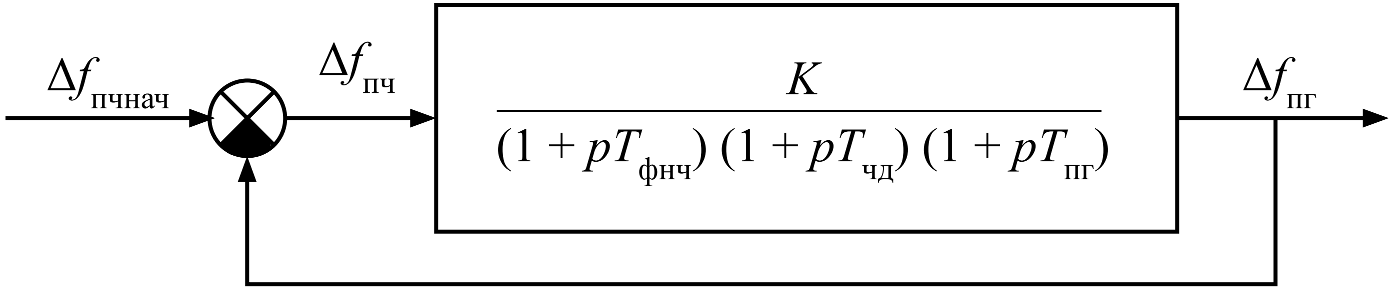
Методика построения ЛАХ:

1) рассчитываются сопрягающие частоты $\omega_{ci} = 1/T_i$ и наносятся на оси частот,
2) на частоте $\omega = 1$ строится точка с координатой L_1=20lg$K$,
3) через эту точку проводится вспомогательная прямая с наклоном 20(l – k) дБ/дек, где l – количество дифференцирующих, а k – интегрирующих звеньев
4) по этой линии проводится асимптотическая ЛАХ с нулевых частот до первой, самой низкой сопрягающей частоты. Начиная с этой частоты наклон ЛАХ изменяется в соответствии с типом учитываемого звена – на -20 дБ для инерционного и на +20 дБ для форсирующего.
5) ЛАХ с новым наклоном проводится до следующей сопрягающей частоты и т.д.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ПО ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ РАЗОМКНУТОЙ

Критерий: Замкнутая линейная система устойчива при устойчивой разомкнутой, если в области частот, где ЛАХ разомкнутой системы положительна ($L(\omega)>0$), ЛФХ разомкнутой системы или не пересекает значения $-\pi$ или пересекает его сверху вниз и снизу вверх одинаковое количество раз.

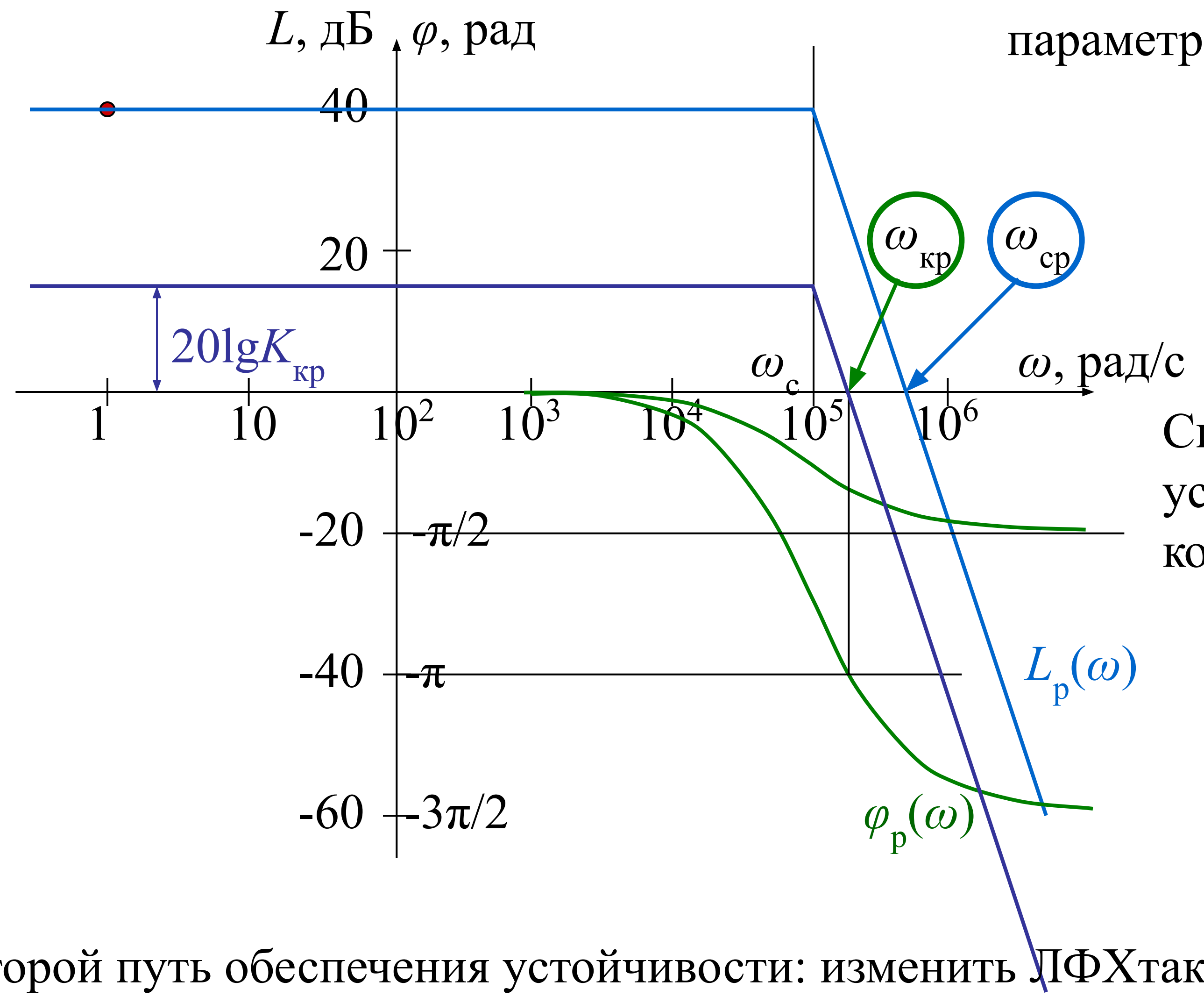
Проанализируем устойчивость системы АПЧГ



1. Примем $K = 100$, $T_{\text{фнч}} = T_{\text{чд}} = T_{\text{пг}} = 10^{-5}$ с. $K_p(p) = \dfrac{100}{(1 + 10^{-5}p)^3}$

$\omega_c = 1/10^{-5} = 10^5$ рад/с, $L_1 = 20\lg 100 = 40$ дБ

Система АПЧГ с принятыми параметрами неустойчива



При монотонной ЛФХ система устойчива, если $\omega_{ср} < \omega_{кр}$

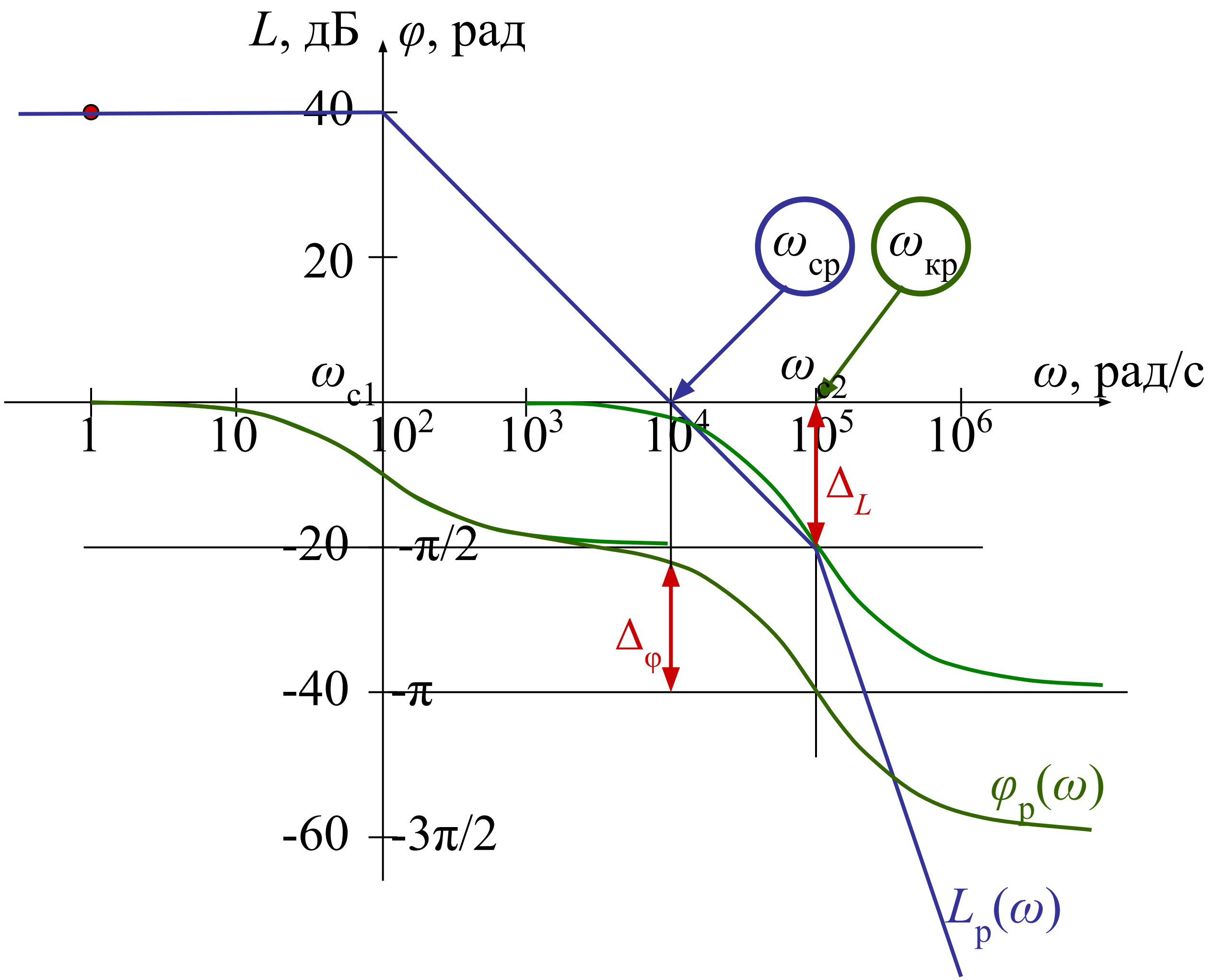
Систему можно сделать устойчивой, уменьшив коэффициент передачи

Второй путь обеспечения устойчивости: изменить ЛФХтак, чтобы критическая частота попала в область частот, где $L_p(\omega) < 0$

2. Примем $K = 100$, $T_{\text{фнч}} = 10^{-2}$ с, $T_{\text{чд}} = T_{\text{пг}} = 10^{-5}$ с.

$$K_p(p) = \frac{100}{(1+10^{-2}p)(1+10^{-5}p)^2}$$

$\omega_{c1} = 1/10^{-2} = 10^2$ рад/с, $\omega_{c2} = 1/10^{-5} = 10^5$ рад/с, $L_1 = 20\lg 100 = 40$ дБ



Система устойчива

$\Delta L = 20$ дБ

$\Delta\varphi = 80$ град.