



Решение заданий В7

тригонометрия по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2013 года



Полезная информация

- Членам НМС
- Разработчикам КИМ
- Экспертам ПК регионов
- Преподавателям вузов и осузов
- Учителям школ
- Родителям и учащимся



Задания открытого банка задач

1. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

Решение.

$$\frac{2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = \boxed{1}$$

Использована формула: $\sin 2t = 2 \sin t \cdot \cos t$

2. Найдите значение выражения $\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} &= \frac{-22(\cos^2 9^\circ - \sin^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} = \frac{-22 \cos 2 \cdot 9^\circ}{\cos 18^\circ} = \\ &= \frac{-22 \cos 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \boxed{-22} \end{aligned}$$

Использована формула: $\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$

Задания открытого банка задач

3. Найдите значение выражения $\frac{33 \cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$.

Решение.

$$\frac{33 \cos 63^\circ}{\sin 27^\circ} = \frac{33 \cos(90^\circ - 27^\circ)}{\sin 27^\circ} = \frac{33 \sin 27^\circ}{\sin 27^\circ} = \boxed{33}$$

Использована формула приведения: $\cos(90^\circ - t) = \sin t$

4. Найдите значение выражения $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$.

Решение.

$$6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = 6\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \boxed{3}$$

Использована таблица значений тригонометрических функций.

5. Найдите значение выражения $\frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)}$.

Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)} = \frac{60}{-\sin\left(3 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(3 \cdot 2\pi - \frac{5\pi}{6}\right)} = \\ & = \frac{60}{-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{5\pi}{6}} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60}{\frac{3}{4}} = \boxed{80} \end{aligned}$$

Использованы:

а) свойство нечетности функции $\sin t$: $\sin(-t) = -\sin t$

б) свойство периодичности функций $\sin t$ и $\cos t$:

$\sin(2\pi n \pm t) = \pm \sin t$, $\cos(2\pi n \pm t) = \cos t$, где $n \in \mathbb{Z}$

в) свойство четности функции $\cos t$: $\cos(-t) = \cos t$

г) формула приведения: $\cos(\pi - t) = -\cos t$.

д) таблица значений тригонометрических функций.

Задания открытого банка задач

б. Найдите значение выражения $24\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$.

Решение.

$$\begin{aligned}24\sqrt{3}\cos(-750^\circ) &= 24\sqrt{3}\cos(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = 24\sqrt{3}\cos 30^\circ = \\ &= 24\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 12 \cdot 3 = \boxed{36}.\end{aligned}$$

Использованы:

а) свойство четности функции $\cos t$: $\cos(-t) = \cos t$

б) свойство периодичности функции $\cos t$:

$$\cos(2\pi n \pm t) = \cos t, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

в) таблица значений тригонометрических функций.

Задания открытого банка задач

7. Найдите значение выражения $\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$.

Решение.

$$\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ} = \frac{34 \sin (90^\circ + 10^\circ)}{\sin (270^\circ - 10^\circ)} = \frac{34 \cos 10^\circ}{-\cos 10^\circ} = \boxed{-34}$$

Использованы формулы приведения:

$$\sin (90^\circ + t) = \cos t \text{ и } \sin (270^\circ - t) = -\cos t$$

8. Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ$.

Решение.

$$\begin{aligned} 5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ &= 5 \operatorname{tg} (90 + 64^\circ) \cdot \operatorname{tg} (180 + 64^\circ) = \\ &= -5 \operatorname{ctg} 64^\circ \cdot \operatorname{tg} 64^\circ = \boxed{-5}. \end{aligned}$$

Использованы:

а) формулы приведения: $\operatorname{tg} (90^\circ + t) = -\operatorname{ctg} t$ и $\operatorname{tg} (180^\circ + t) = \operatorname{tg} t$

б) тождество: $\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$.

Задания открытого банка задач

9. Найдите значение выражения $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ} &= \frac{37}{\sin^2(90^\circ + 83^\circ) + \sin^2(180^\circ + 83^\circ)} = \\ &= \frac{37}{\cos^2 83^\circ + \sin^2 83^\circ} = \frac{37}{1} = \boxed{37}. \end{aligned}$$

Использованы:

а) формулы приведения:

$$\sin(90^\circ + t) = \cos t \quad \text{и} \quad \sin(180^\circ + t) = -\sin t$$

$$\sin^2(180^\circ + t) = (-\sin t)^2 = \sin^2 t$$

б) тождество: $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$.

Задания открытого банка задач

10. Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\operatorname{cost} = \frac{5\sqrt{29}}{29}$, $t \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Решение.

$$\operatorname{cost} = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t = 1 - \left(\frac{5}{\sqrt{29}}\right)^2 = 1 - \frac{25}{29} = \frac{29}{29} - \frac{25}{29} = \frac{4}{29}$$

$$\sin t = -\sqrt{\frac{4}{29}} = -\frac{2}{\sqrt{29}}, \text{ где } t \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right) \Rightarrow \sin t < 0$$

$$\operatorname{tgt} = \frac{\sin t}{\operatorname{cost}} = \frac{-\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = -\frac{2}{5} = \boxed{-0,4}$$

Использованы тождества: $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ и $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$.

Задания открытого банка задач

11. Найдите $-20\cos 2t$, если $\sin t = -0,8$

Решение.

$$\begin{aligned} -20 \cos 2t &= -20(1 - 2 \sin^2 t) = -20(1 - 2 \cdot (-0,8)^2) = \\ &= -20(1 - 2 \cdot 0,64) = -20(1 - 1,28) = -20 \cdot (-0,28) = \boxed{5,6} \end{aligned}$$

Использована формула: $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$

12. Найдите $\frac{2 \sin 4t}{5 \cos 2t}$, если $\sin 2t = -0,7$.

Решение.

$$\frac{2 \sin 4t}{5 \cos 2t} = \frac{4 \sin 2t \cdot \cos 2t}{5 \cos 2t} = \frac{4 \sin 2t}{5} = \frac{4 \cdot (-0,7)}{5} = \frac{-2,8}{5} = \boxed{-0,56}$$

Использована формула: $\sin 2t = 2 \sin t \cos t$

Задания открытого банка задач

13. Найдите значение выражения $\frac{\cos(3\pi - t) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + t\right)}{5\cos(t - \pi)}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{\cos(3\pi - t) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + t\right)}{5\cos(t - \pi)} &= \frac{-\cos t + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right)}{5\cos(\pi - t)} = \\ &= \frac{-\cos t - \cos t}{-5\cos t} = \frac{-2\cos t}{-5\cos t} = \frac{2}{5} = \boxed{0,4} \end{aligned}$$

Использованы:

а) свойство нечетности функции $\sin t$: $\sin(-t) = -\sin t$

б) свойство четности функции $\cos t$: $\cos(-t) = \cos t$

в) формулы приведения:

$$\cos(3\pi - t) = -\cos t, \quad \sin(3\pi/2 - t) = -\cos t, \quad \cos(\pi - t) = -\cos t.$$

Задания открытого банка задач

14. Найдите значение выражения:

$$4\operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3\operatorname{tg} t, \text{ если } \operatorname{tg} t = 1.$$

Решение.

$$\begin{aligned} 4\operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3\operatorname{tg} t &= -4\operatorname{tg}(3\pi + t) - 3\operatorname{tg} t = -4\operatorname{tg} t - 3\operatorname{tg} t = -7\operatorname{tg} t = \\ &= -7 \cdot 1 = \boxed{-7} \end{aligned}$$

Использованы:

а) свойство нечетности функции $\operatorname{tg} t$: $\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t$

б) формула приведения: $\operatorname{tg}(3\pi + t) = \operatorname{tg} t$.

Задания открытого банка задач

15. Найдите $-4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$, если $\sin t = 0,96$, $t \in (0; 0,5\pi)$.

Решение.

$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - (0,96)^2 = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2 = \frac{625}{625} - \frac{576}{625} = \frac{49}{625}$$

$$\cos t = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28, \text{ где } t \in (0; 0,5\pi) \Rightarrow \cos t > 0$$

$$-4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = 4 \cos t = 4 \cdot 0,28 = \boxed{1,12}$$

Использованы:

а) формула приведения: $\sin(3\pi/2 - t) = -\cos t$

б) тождество: $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$.

Задания открытого банка задач

16. Найдите $\operatorname{tg}\left(t + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} t = 0,1$.

Решение.

$$\operatorname{tg}\left(t + \frac{5\pi}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + t\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\operatorname{ctgt} = -\frac{1}{\operatorname{tgt}} = -\frac{1}{0,1} = \boxed{-10}.$$

Использованы:

а) формула приведения: $\operatorname{tg}(5\pi/2 + t) = -\operatorname{ctg} t$

б) тождество: $\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$.

Задания открытого банка задач

17. Найдите $\operatorname{tg}^2 t$, если $5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6$.

Решение.

$$5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6 \quad | : \cos^2 t$$

$$\frac{5\sin^2 t}{\cos^2 t} + \frac{12\cos^2 t}{\cos^2 t} = \frac{6}{\cos^2 t}$$

$$5\operatorname{tg}^2 t + 12 = 6 \cdot \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$5\operatorname{tg}^2 t + 12 = 6(\operatorname{tg}^2 t + 1)$$

$$5\operatorname{tg}^2 t - 6\operatorname{tg}^2 t = 6 - 12$$

$$-\operatorname{tg}^2 t = -6$$

$$\operatorname{tg}^2 t = \boxed{6}$$

Использовано тождество: $\operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$.

Задания открытого банка задач

18. Найдите $\frac{7 \cos t - 6 \sin t}{3 \sin t - 5 \cos t}$, если $\operatorname{tg} t = 1$.

Решение.

Поделим числитель и знаменатель в дроби на $\cos t$,
где $\cos t \neq 0$:

$$\frac{7 \cos t - 6 \sin t}{3 \sin t - 5 \cos t} = \frac{\frac{7 \cos t}{\cos t} - \frac{6 \sin t}{\cos t}}{\frac{3 \sin t}{\cos t} - \frac{5 \cos t}{\cos t}} = \frac{7 - 6 \operatorname{tg} t}{3 \operatorname{tg} t - 5} = \frac{7 - 6 \cdot 1}{3 \cdot 1 - 5} = \frac{1}{-2} = -0,5.$$

Использовано тождество: $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$.

Задания открытого банка задач

19. Найдите $\frac{10 \cos t - 2 \sin t + 10}{\sin t - 5 \cos t + 5}$, если $\operatorname{tg} t = 5$.

Решение.

Поделим числитель и знаменатель в дроби на $\cos t$,
где $\cos t \neq 0$:

$$\begin{aligned} \frac{10 \cos t - 2 \sin t + 10}{\sin t - 5 \cos t + 5} &= \frac{\frac{10 \cos t}{\cos t} - \frac{2 \sin t}{\cos t} + \frac{10}{\cos t}}{\frac{\sin t}{\cos t} - \frac{5 \cos t}{\cos t} + \frac{5}{\cos t}} = \frac{10 - 2 \operatorname{tg} t + \frac{10}{\cos t}}{\operatorname{tg} t - 5 + \frac{5}{\cos t}} = \\ &= \frac{10 - 2 \cdot 5 + \frac{10}{\cos t}}{5 - 5 + \frac{5}{\cos t}} = \frac{10}{5} = \boxed{2}. \end{aligned}$$

Использовано тождество: $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$.

Задания открытого банка задач

20. Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\frac{7 \sin t - 2 \cos t}{4 \sin t - 9 \cos t} = 2$.

Решение.

$$\frac{7 \sin t - 2 \cos t}{4 \sin t - 9 \cos t} = 2$$

$$7 \sin t - 2 \cos t = 2(4 \sin t - 9 \cos t)$$

$$16 \cos t = 10 \sin t \quad | : \cos t$$

$$\frac{16 \cos t}{\cos t} = \frac{10 \sin t}{\cos t}$$

$$16 = 10 \operatorname{tg} t$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{16}{10}$$

$$\operatorname{tg} t = \boxed{1,6}$$

Использовано тождество: $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$.

Задания открытого банка задач

21. Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\frac{3 \sin t + 5 \cos t + 1}{2 \sin t + \cos t + 4} = \frac{1}{4}$.

Решение.

$$\frac{3 \sin t + 5 \cos t + 1}{2 \sin t + \cos t + 4} = \frac{1}{4}$$

$$4(3 \sin t + 5 \cos t + 1) = 2 \sin t + \cos t + 4$$

$$12 \sin t + 20 \cos t + 4 = 2 \sin t + \cos t + 4$$

$$12 \sin t - 2 \sin t = \cos t - 20 \cos t$$

$$10 \sin t = -19 \cos t \quad | : \cos t$$

$$\frac{10 \sin t}{\cos t} = \frac{-19 \cos t}{\cos t}$$

$$10 \operatorname{tg} t = -19$$

$$\operatorname{tg} t = -\frac{19}{10}$$

$$\operatorname{tg} t = \boxed{-1,9}$$

Использовано тождество: $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$.

Задания открытого банка задач

22. Найдите значение выражения $2\cos(2\pi + t) + 5\sin\left(-\frac{\pi}{2} + t\right)$,
если $\cos t = -\frac{2}{3}$.

Решение.

$$\begin{aligned} 2\cos(2\pi + t) + 5\sin\left(-\frac{\pi}{2} + t\right) &= 2\cos t - 5\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = 2\cos t - 5\cos t = \\ &= -3\cos t = -3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \boxed{2}. \end{aligned}$$

Использованы формулы приведения:

$$\cos(2\pi + t) = \cos t, \quad \sin(\pi/2 - t) = \cos t.$$

Задания открытого банка задач

23. Найдите значение выражения $\frac{-6 \sin 142^\circ}{\sin 71^\circ \cdot \sin 19^\circ}$.

Решение.

$$\frac{-6 \sin 142^\circ}{\sin 71^\circ \cdot \sin 19^\circ} = \frac{-6 \cdot 2 \sin 71^\circ \cdot \cos 71^\circ}{\sin 71^\circ \cdot \sin (90^\circ - 71^\circ)} = \frac{-12 \cos 71^\circ}{\cos 71^\circ} = \boxed{-12}$$

Использованы:

а) формула $\sin 2t = 2 \sin t \cdot \cos t$

б) формула приведения $\sin (90^\circ - t) = \cos t$.

Задания открытого банка задач

24. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cos \frac{13\pi}{8}$.

Решение.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cos \frac{13\pi}{8} &= \sqrt{2} \sin \left(2 \cdot \frac{13\pi}{8} \right) = \sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{4} = \\ &= \sqrt{2} \sin \left(4\pi - \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{-1} \end{aligned}$$

Использованы:

а) формула $\sin 2t = 2\sin t \cdot \cos t$

б) свойство периодичности функции $\sin t$:

$$\sin (2\pi n \pm t) = \pm \sin t, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

в) свойство нечетности функции $\sin t$: $\sin (-t) = -\sin t$

г) таблица значений тригонометрических функций.

Задания открытого банка задач

25. Найдите значение выражения $\sqrt{27} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \sqrt{27} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{13\pi}{12} &= \sqrt{27} \left(\cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sin^2 \frac{13\pi}{12} \right) = \\ &= \sqrt{27} \cos \left(2 \cdot \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt{27} \cos \left(\frac{13\pi}{6} \right) = \sqrt{27} \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{27} \cos \frac{\pi}{6} = \\ &= 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2} = \boxed{4,5}. \end{aligned}$$

Использованы:

а) формула $\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$.

б) свойство периодичности функции $\cos t$:

$$\cos(2\pi n \pm t) = \cos t, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

в) таблица значений тригонометрических функций.

Задания открытого банка задач

26. Найдите значение выражения $\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18}$.

Решение.

$$\begin{aligned}\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18} &= \sqrt{18} \left(2 \cos^2 \frac{15\pi}{8} - 1 \right) = \sqrt{18} \cos \left(2 \cdot \frac{15\pi}{8} \right) = \\ &= \sqrt{18} \cos \left(\frac{15\pi}{4} \right) = \sqrt{18} \cos \left(4\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{18} \cos \frac{\pi}{4} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{3}.\end{aligned}$$

Использованы:

а) формула $\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$.

б) свойство периодичности функции $\cos t$:

$$\cos(2\pi n \pm t) = \cos t, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

в) таблица значений тригонометрических функций.

Задания открытого банка задач

27. Найдите значение выражения $\sqrt{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{11\pi}{8}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \sqrt{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{11\pi}{8} &= \sqrt{8} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{11\pi}{8} \right) = \sqrt{8} \cos \left(2 \cdot \frac{11\pi}{8} \right) = \\ &= \sqrt{8} \cos \left(\frac{11\pi}{4} \right) = \sqrt{8} \cos \left(2\pi + \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt{8} \cos \frac{3\pi}{4} = 2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \boxed{-2}. \end{aligned}$$

Использованы:

а) формула $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$.

б) свойство периодичности функции $\cos t$:

$$\cos(2\pi n \pm t) = \cos t, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

в) таблица значений тригонометрических функций.