Муниципальное общеобразовательное учреждение

Ольшанская средняя общеобразовательная школа № 7

" ТЕОРЕМА ПИФАГОРА "

Целинский район

Ростовская область

Основные цели:

- *Образовательные:*
- \- Повторить знания о площадях многоугольников.
- \- Сформировать понятие о тереме Пифагора.
- \- Сформировать и развить умения доказывать различными способами данную теорему.
- \- углубить знания теоретического и практического характера с помощью элементов историзма и задач историко – математического содержания.
- *Развивающие:*
- \- Развивать логическое и пространственное мышление: умение анализировать, обобщать, планировать деятельность.
- \- Развивать знания по истории развития геометрии
- \- Развивать интерес к поисково – исследовательской деятельности.
- *Воспитательные:*
- \- Формировать умение работать в группе, участвовать в коллективном диалоге.
- \- Воспитывать толерантность и творческие интересы.

Пояснительная записка

Данное электронное приложение разработано для учащихся 8 – х классов основной школы, с целью применения его на уроках геометрии. Помогает учащимся:

- наглядно представить материал по данной теме и проконтролировать свои знания по данной теме;

- более глубокому пониманию и усвоению изучаемых закономерностей.

Содержит следующие разделы:

1. Исторические сведения

2. Теорема Пифагора.

3. Различные способы её доказательств

- Доказательство *1.*
- Доказательство *2.*
- Задача древних индусов
- Доказательство теоремы Пифагора в виде
  задачи - сказки.
- Доказательство Мёльманна
- Доказательство Гарфилда

4. Античный взгляд на теорему

5. Пифагорейская школа. Пифагоровы числа

6. Исторические задачи, приписываемые Пифагору

Исторические сведения

- «Крепкого телосложения юношу судьи одной из первых в истории Олимпиад не хотели допускать к спортивным состязаниям, так как он не вышел ростом. Но он не только стал участником всех противников. Такова легенда… Этот юноша был Пифагор (VI в. до н.э.) – знаменитый математик. Вся жизнь его была легендой…Пифагор был не только математиком, но и философом.

  Ему принадлежит немало великих догадок».

- Ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. На острове Самосе. По античным свидетельствам он был красив и обладал незаурядными способностями.

Теорема Пифагора и Египетский треугольник

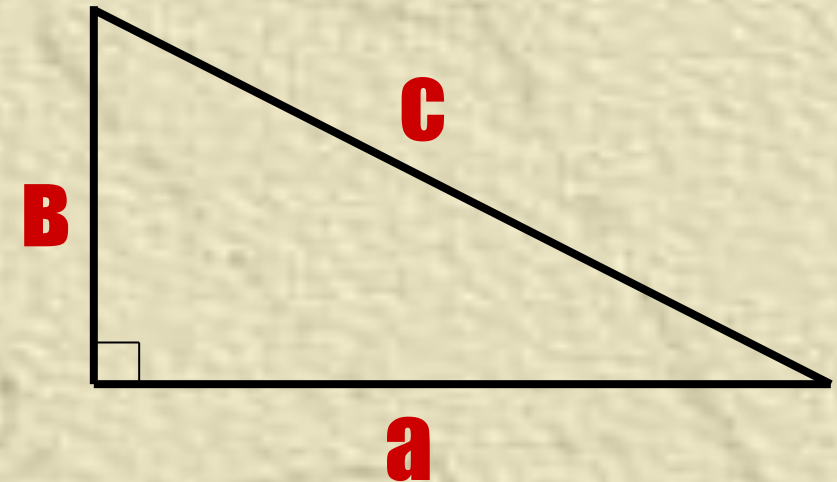
- ***Древне египтяне использовали данную формулу для построения на местности прямых углов – ведь оптических измерительных приборов тогда еще не было, а для строительства домов, дворцов и тем более гигантских пирамид надо было уметь строить прямые углы. Таким образом появилось понятие «Египетский треугольник».***
- ***Выполните практическую работу и вы узнаете как эти знания помогали в древности.***

Практическая работа

- ***Завяжите на тонкой веревочке узелки - метки, которые разделят её на 12 равных частей. Затем свяжите концы и растяните веревку в виде треугольника со сторонами 3,4 и 5.***
- ***Сделайте вывод.***
- ***Если вы все сделали правильно, то стороны треугольника будут пропорциональны числам 3,4 и 5 и этот треугольник будет прямоугольным.***

- Пифагор, доказав свою знаменитую теорему, отблагодарил богов, принеся им в жертв 100 быков !
- Существует более ста доказательств знаменитой т[illegible] П[illegible]а.

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



в прямоугольном треугольнике

квадрат гипотенузы

равен сумме квадратов катетов

$$c^2 = a^2 + в^2$$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА. Множество способов её доказательства.

- Доказательство 1.
- Доказательство 2.
  Задача древних индусов
- Доказательство теоремы Пифагора в виде
  задачи - сказки.
- Доказательство Мёльманна
- Доказательство Гарфилда
- Чертежи различных доказательств

ДОСТРОИМ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК С КАТЕТАМИ а, в И ГИПОТЕНУЗОЙ с ДО КВАДРАТА Q СО СТОРОНОЙ а+в

▲1=▲2=▲3=▲4 (ПО ДВУМ КАТЕТАМ)

∟1+∟2=90°

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ P КВАДРАТ

∟1+∟2+∟3=180°

∟3=90°

S = (а+в)²

S = S(P)+ 4S▲

(а+в)² = S(P)+4S▲

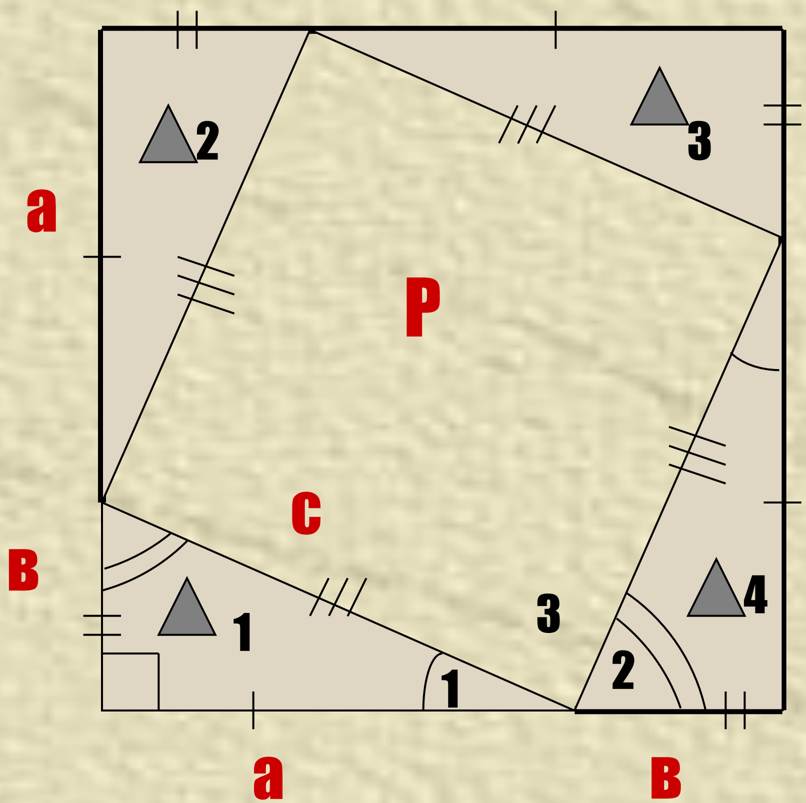
S(P) = с²

S▲ = ½ав

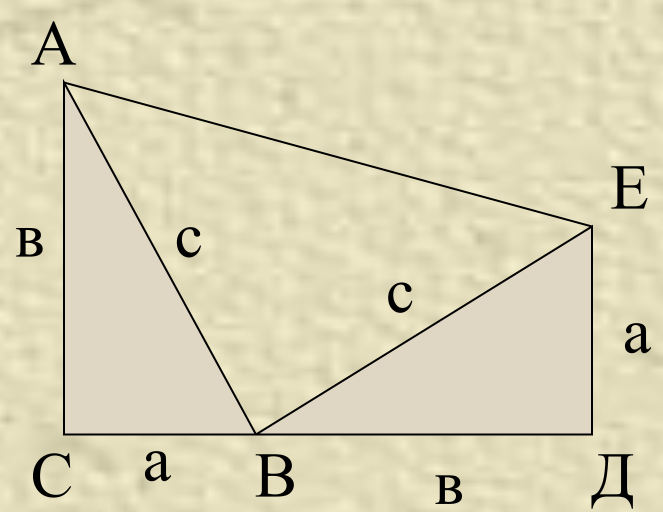
а²+2ав+в² = с²+4·½ав

(а+в)² = с²+2ав

$а^2+в^2=с^2$



Доказательство 2.



1) Достроим до трапеции.

2) $\angle$ABE=180-($\angle$ABC+ $\angle$ДBE)= =180-($\angle$ ABC+$\angle$CAB)=180-90=90;

3)S_{ABE}=(с*с)/2=с²/2;

4)$S_{CAEД}$= ав/2 +с²/2+ав/2=(2ав+с²)/2;

5)$S_{CAEД}$=(а+в)/2 * (а+в)=(а+в)²/2;

6) (2ав+с²)/2=(а²+2ав+в²)/2;

7) с²=а²+в².

В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

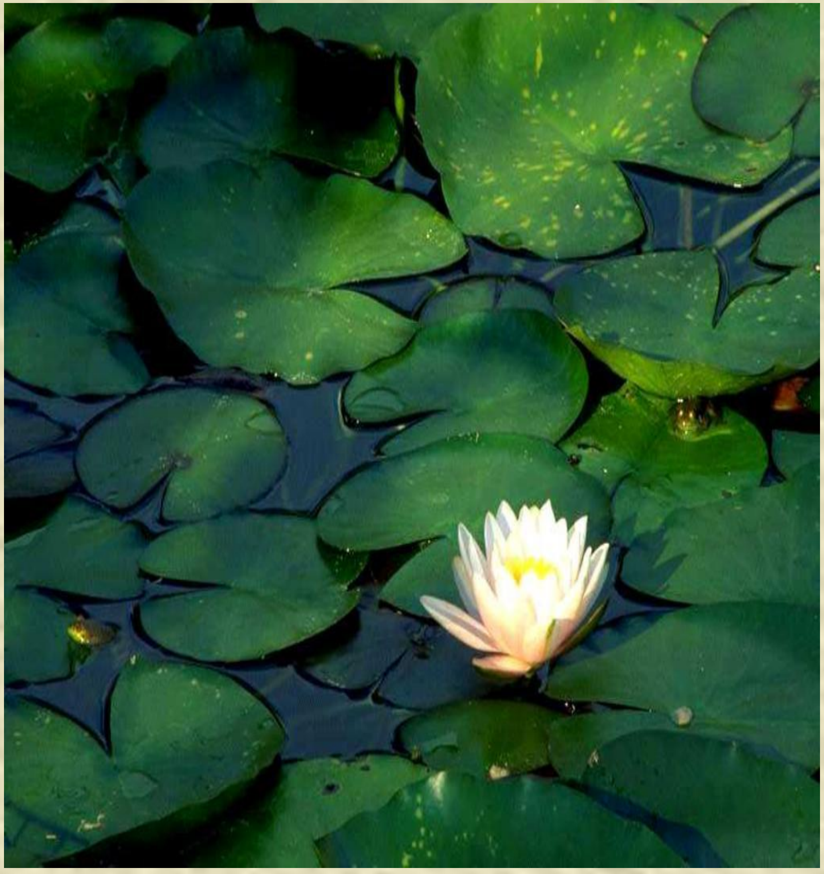
КВАДРАТ ГИПОТЕНУЗЫ

ЗАПОМНИ !

РАВЕН СУММЕ КВАДРАТОВ КАТЕТОВ

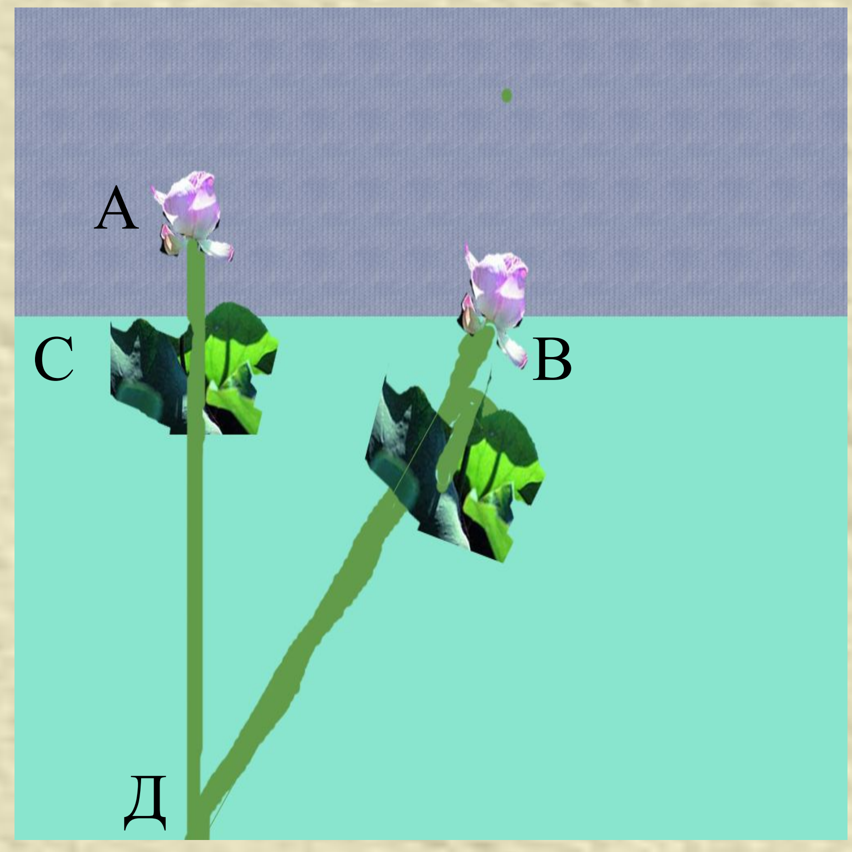
$$c^2 = a^2 + в^2$$

Задача древних индусов



- *Над озером тихим с полфута размером, высился лотоса цвет. Он рос одиноко. И ветер порывом отнес его в сторону. Нет боле цветка над водой. Нашел же рыбак его ранней весной В двух футах от места, где рос. Итак, предложу я вопрос: Как озера вода здесь глубока?*

Решение задачи древних индусов



- $x^2 = ВД^2 - ВС^2$
- $x^2 = (x + ½)^2 - 2^2$
- $x^2 = x^2 + x + ¼ - 4$
- $x = 3¾.$

Ответ:

Глубина озера 3¾ фута.

Доказательство теоремы Пифагора в виде задачи - сказки

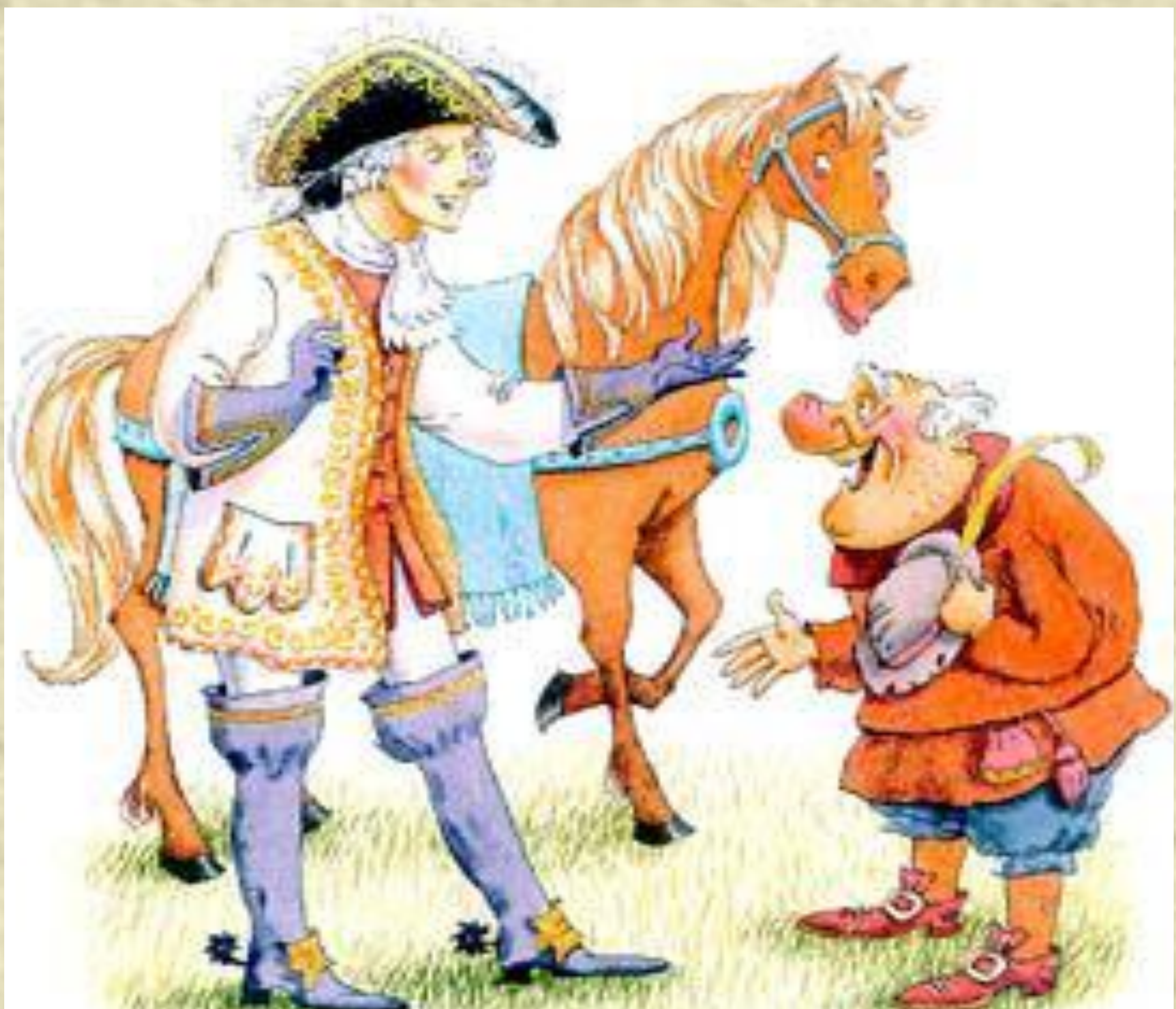
ДАВНЫМ-ДАВНО В СКАЗОЧНОЙ СТРАНЕ ЖИЛА ПРЕКРАСНАЯ ПРИНЦЕССА.

И БЫЛА У НЕЁ СТАРШАЯ СЕСТРА, КОТОРАЯ КРАСОТОЙ НЕ БЛИСТАЛА. ОНА ЗАВИДОВАЛА ПРИНЦЕССЕ И РЕШИЛА ЕЙ ОТОМСТИТЬ.

ОНА ПОШЛА К ВЕДЬМЕ И ПОПРОСИЛА ЗАКОЛДОВАТЬ ПРИНЦЕССУ.

ВЕДЬМА ПРИДУМАЛА УСЫПИТЬ ПРИНЦЕССУ В БАШНЕ ДО ТОЙ ПОРЫ, ПОКА КАКОЙ– НИБУДЬ ПРИНЦ НЕ ПОСМОТРИТ НА ОКНО БАШНИ С ТАКОГО МЕСТА, ЧТОБЫ РАССТОЯНИЕ ОТ ГЛАЗ ПРИНЦА ДО ОКНА БЫЛО 50 ШАГОВ.

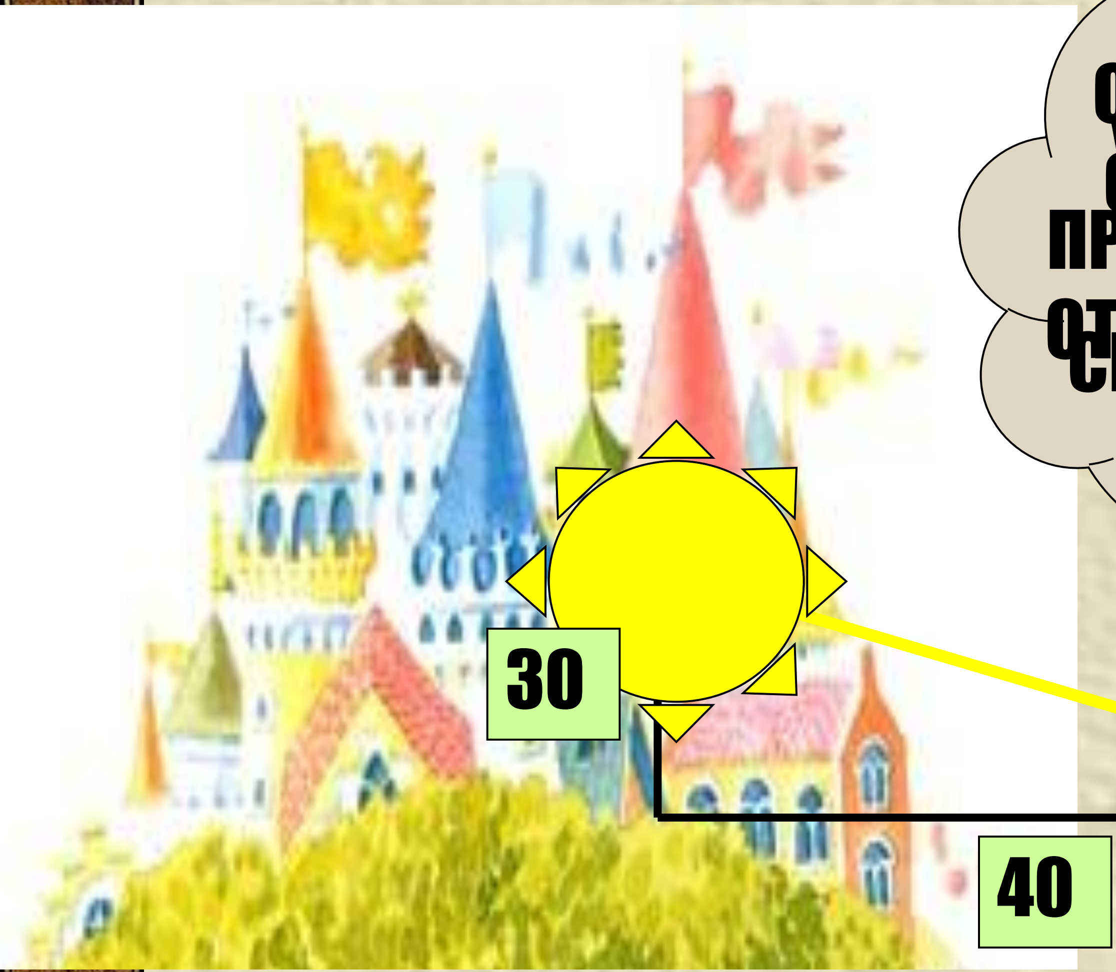
В ОДИН ПРЕКРАСНЫЙ ДЕНЬ В ЭТОМ ГОРОДЕ ПОЯВЛЯЕТСЯ МОЛОДОЙ ПРИНЦ,. УЗНАВ, КАКОЕ НЕСЧАСТЬЕ ПРОИЗОШЛО С ПРИНЦЕССОЙ, ПРИНЦ БЕРЕТСЯ РАСКОЛДОВАТЬ ЕЕ.

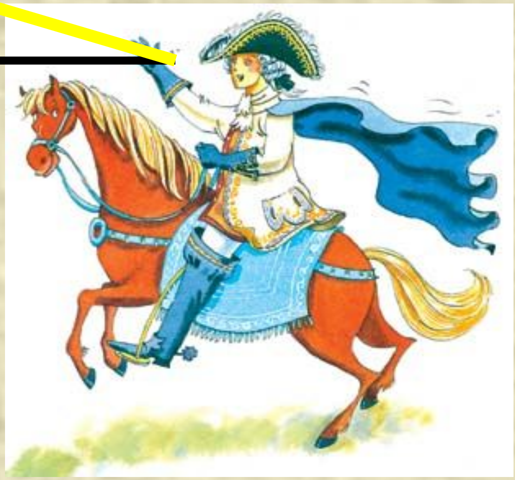


ОН ИЗМЕРЯЕТ ДЛИНУ ОТ

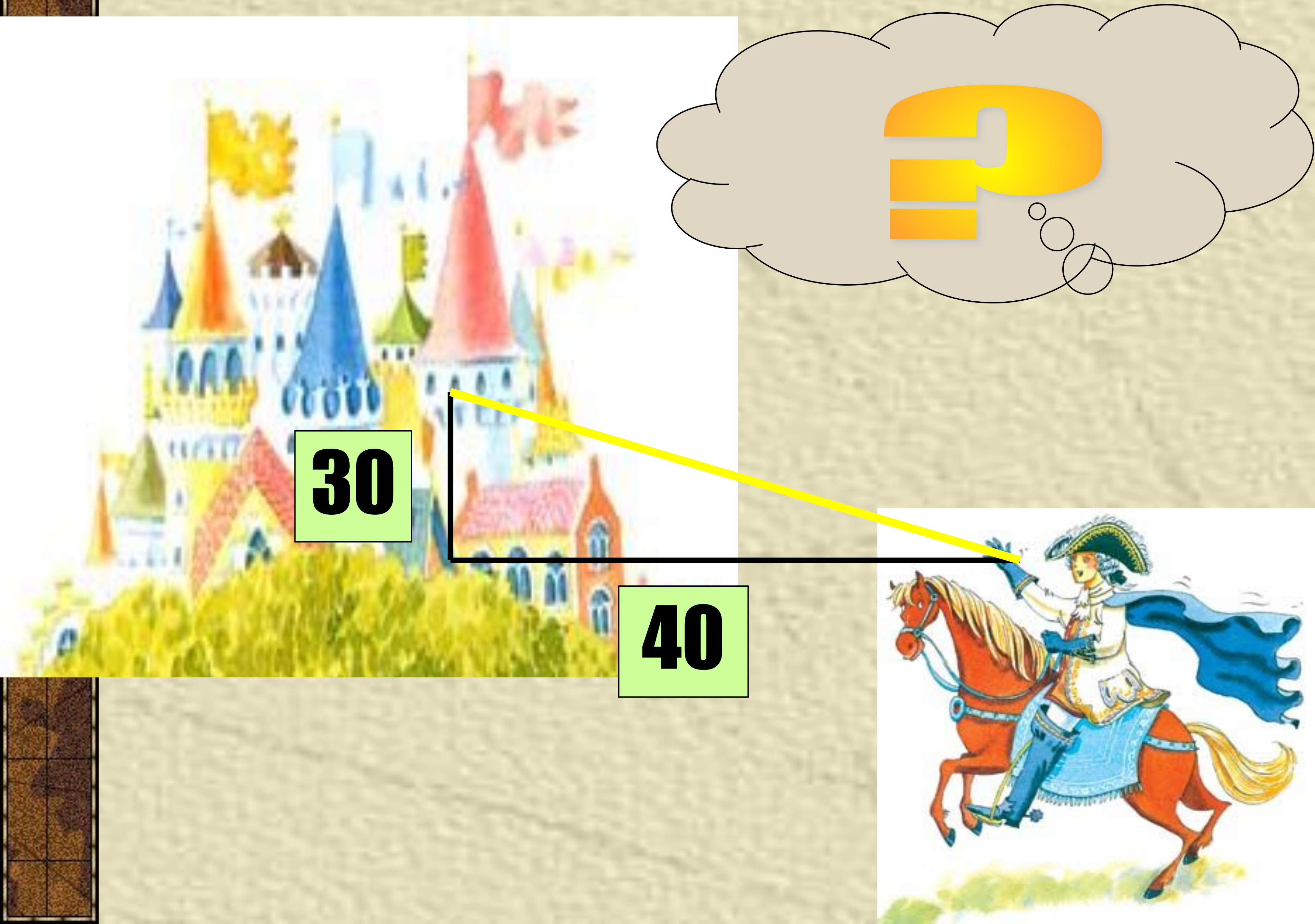
ОСНОВАНИЯ БАШНИ ДО

СКРЫВАЕТСЯ ПРИНЦЕССА.

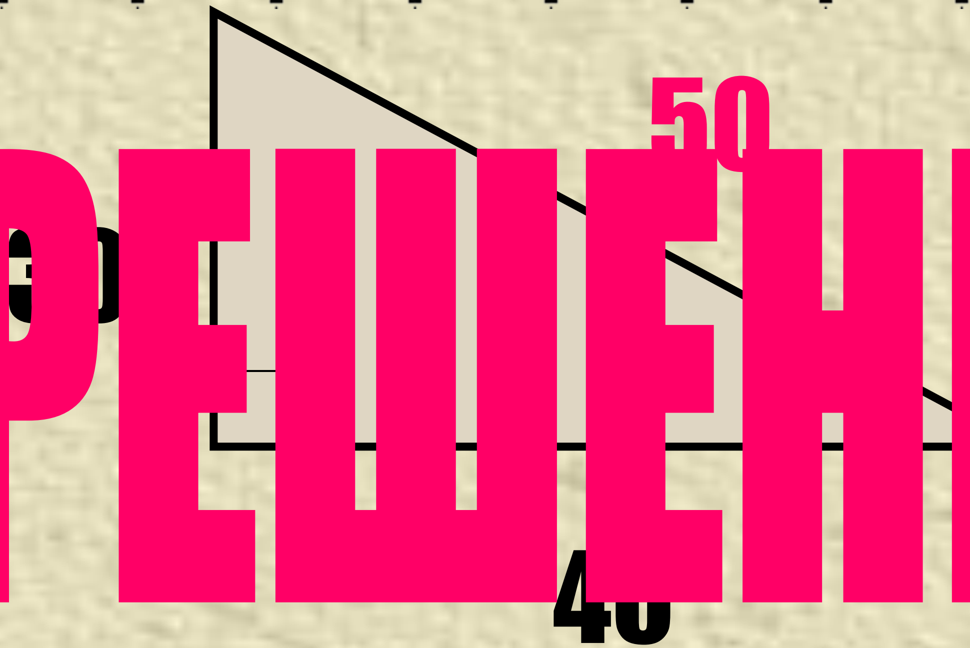




КАК ЖЕ ПРИНЦ
ДОГАДА ТО ОТ
БАШНИ О ЙТИ
НА 40 ШАГ


?
30
40

РЕШЕНИЕ



$$30^2+40^2=50^2$$

Пребудет вечной истина, как скоро
Её познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.

С. ШАМИСС.

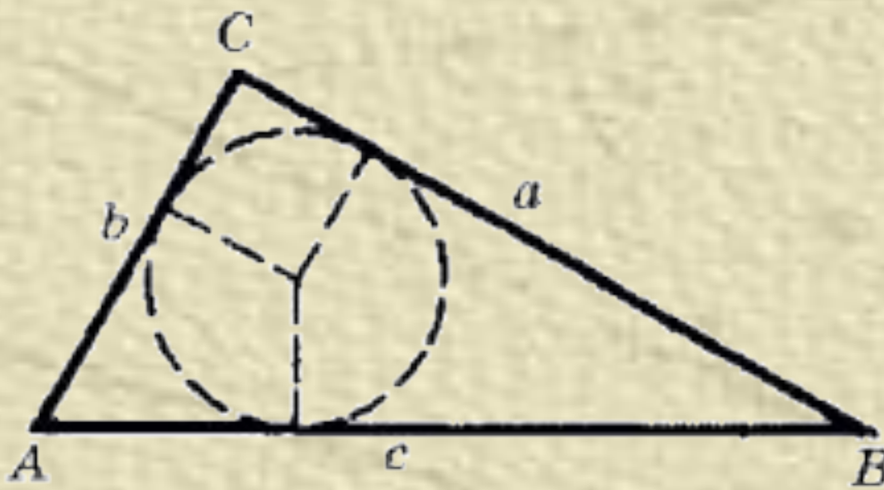
Доказательство Мёльмана

Площадь данного прямоугольного треугольника, с одной стороны, равна $\frac{1}{2}ab$, **с другой** $\frac{1}{2}pr$, **где** p – **полупериметр треугольника,** r – **радиус вписанной в него окружности** $\left(r = \frac{1}{2}(a+b-c)\right)$. **Имеем:**

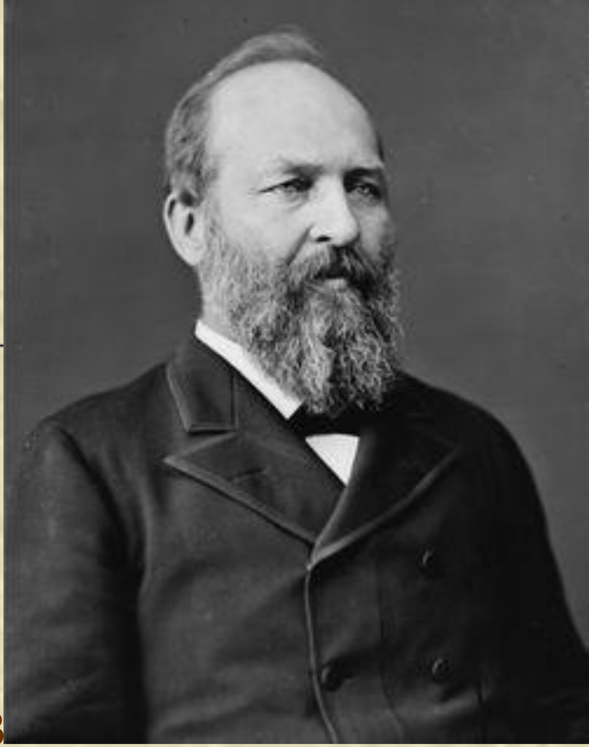
$$\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}pr = \frac{1}{2}(a+b+c)\cdot\frac{1}{2}(a+b-c),$$

откуда следует, что

$c^2=a^2+b^2$.



Доказательство Гарфилда

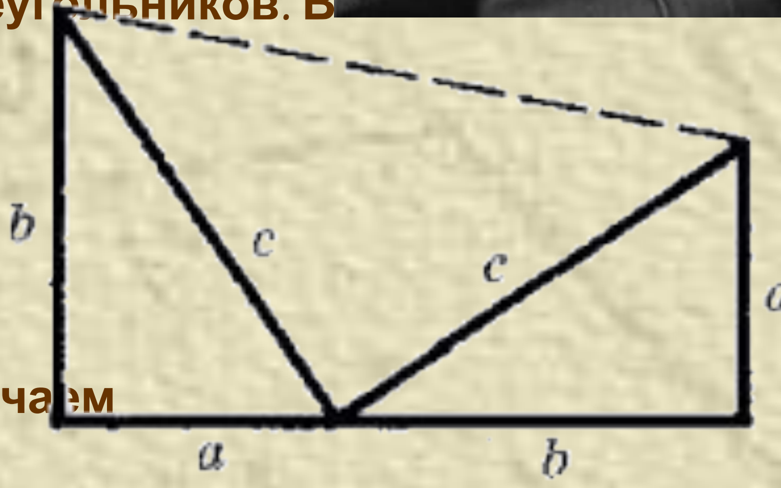


На рисунке *15* три прямоугольных треугольника составляют трапецию. Поэтому площадь этой фигуры можно находить по формуле площади прямоугольной трапеции, либо как сумму площадей трех треугольников. В первом случае эта площадь равна

$$\frac{1}{2}(a+b)(a+b),$$

$$= \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2.$$

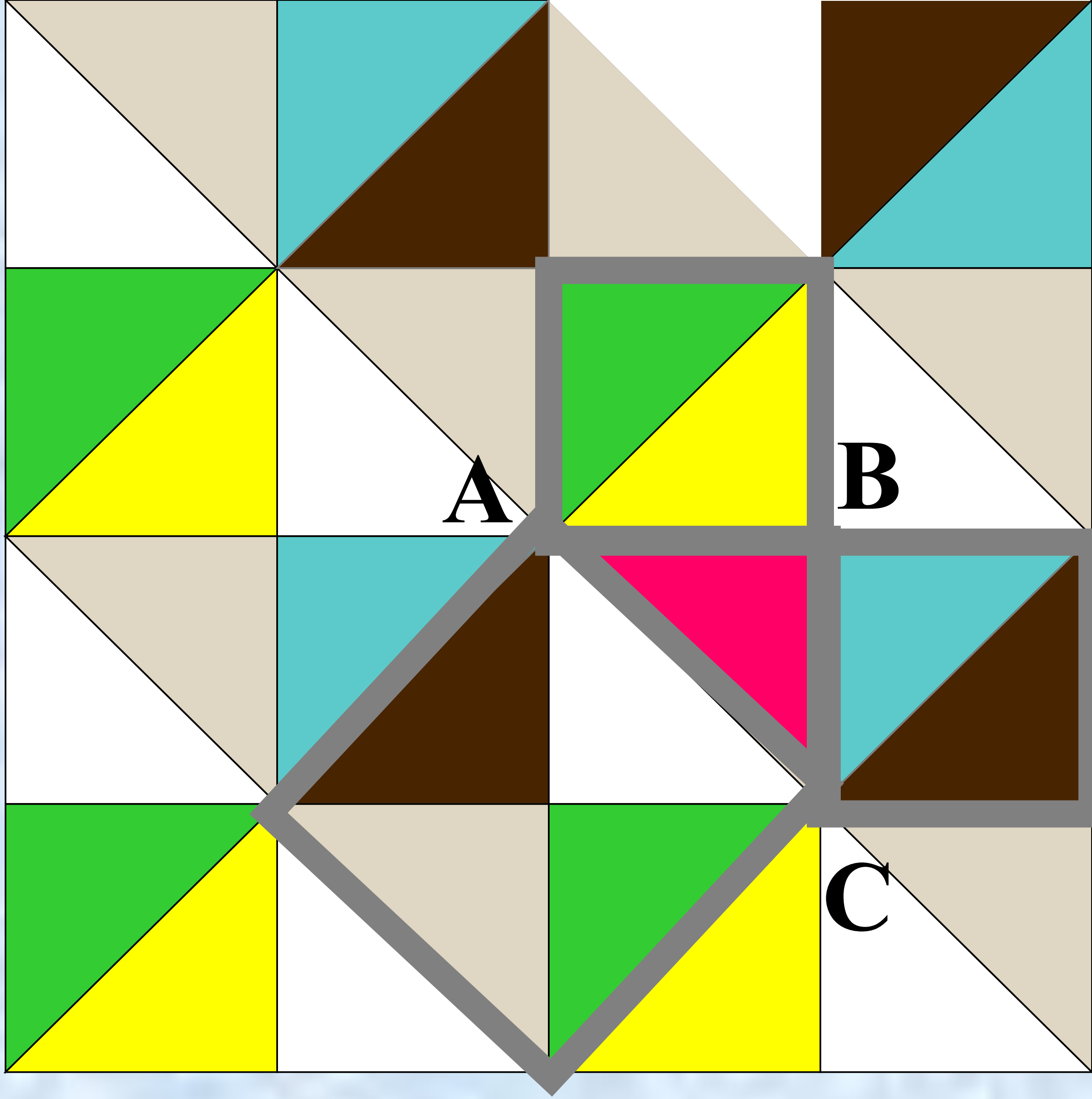
во втором



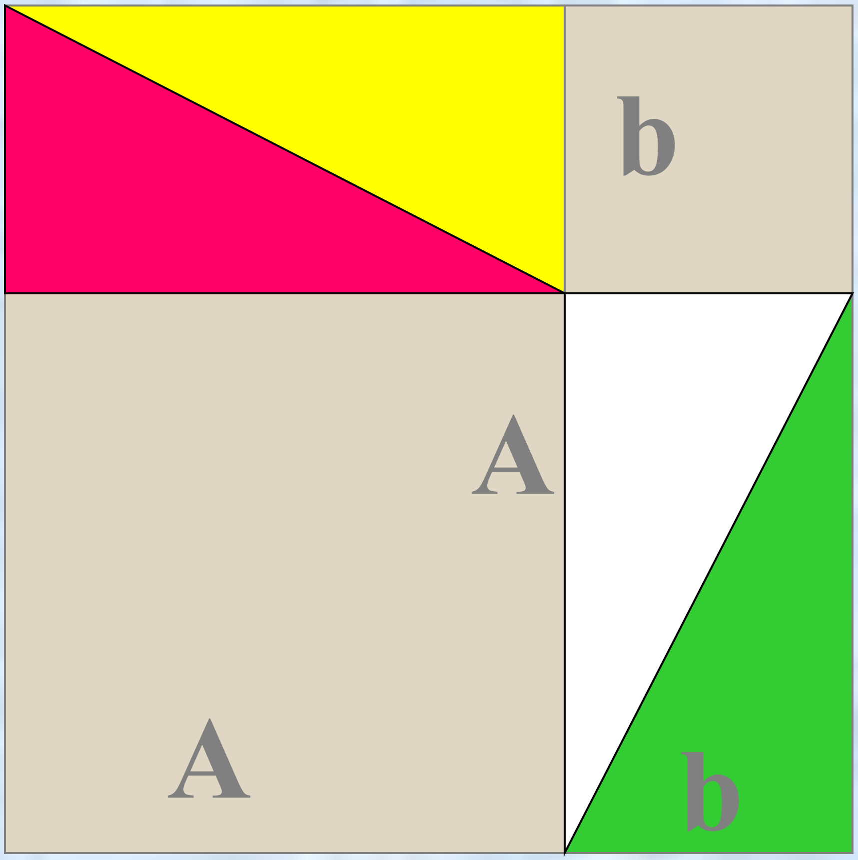
Приравнивая эти выражения, получаем теорему Пифагора

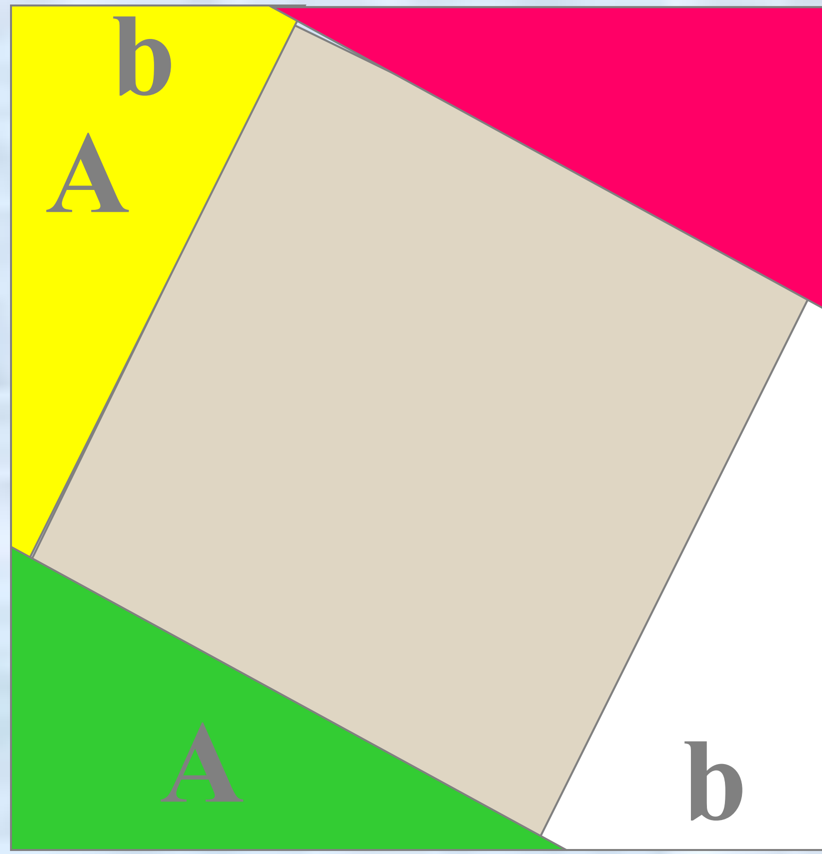
Существует множество доказательств теоремы

Античный взгляд на теорему



ЧЕРТЕЖИ





ИЗ ДРЕВНЕЙ ИНДИИ

Пифагорейская школа. Пифагоровы числа

«…Именно наука о числе может обладать ключом жизни и сути бытия…»

Для всех было у него одно правило:
«Беги от всякой хитрости;
отсекай огнем, железом и любым оружием
от тела - болезнь, от души – невежество,
от утробы – роскошь, от города – смуту, от семьи – ссору.

В основе религиозно-философского учения Пифагора лежало представление о числе, как **основе** всего существующего в мире. ***«Числа – суть боги на земле»,*** – говорил он.

Пифагорейцы узнавали друг друга по звездчатому пятиугольнику – пентаграмме. Они верили, что в числовых закономерностях спрятана **тайна мира.**

«…Так*, *четные числа они делили на*:*

-**сверх совершенные** *(***сумма делителей***,* **которых больше их самих** *)*

Например*: 24* **имеет сумму своих делителей***:*

12+6+4+8+3+2+1=33,

33 **больше** *24) ;*

- **несовершенные** *(***сумма делителей***,* **которых меньше его самого**

Например *14.* **Сумма его делителей** *7+2+1=10, 10* **меньше** *14)*

Далее…

Исторические задачи, приписываемые Пифагору

Задача1. Правило Пифагора для вычисления сторон прямоугольного треугольника основано на тождестве:

$$(2n+1)^2+(2n^2+2n)^2=(2n^2+2n+1)^2$$

Вычислить, пользуясь этим тождеством, стороны прямоугольных треугольников для n = 1, 2, 3, 4, 5.

Задача1. Правило Пифагора для вычисления сторон прямоугольного треугольника основано на тождестве:

Вычислить, пользуясь этим тождеством, стороны прямоугольных треугольников для n = 1, 2, 3, 4, 5.

Решение.

По правилу Пифагора за меньший катет принимаем нечетное число *2n +1*. Если возвести его в квадрат, вычесть единицу и остаток разделить пополам, получим больший катет:

$$(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1, \frac{4n^2 + 4n}{2} = 2n^2 + 2n.$$

Прибавив к полученному результату единицу, найдем гипотенузу $2n^2 + 2n + 1$ **. Например, если меньший катет 3, то больший** $\frac{3^2 - 1}{2} = 4$ **а гипотенуза *4 +1 =5.* Указанное тождество дает:**

для *n=1* соответственно	**3**	**4**	**5**
для *n=2* соответственно	**5**	**12**	**13**
для *n=3* соответственно	**7**	**24**	**25**
для *n=4* соответственно	**9**	**40**	**41**
для *n=5* соответственно	**11**	**60**	**61**

Задача 2.

Так называемое «правило Платона».

Если принять за один из катетов

четное число 2р,

то другой катет будет p^2+1 ***,***

а гипотенуза p^2-1 ***.***

Проверить и вычислить стороны треугольников для р=2,3,4,5.

Биографическая миниатюра*. Платон (429-348 г. до н.э.), философ, один из основателей идеалистической философии, пользовавшийся огромным авторитетом не только в древности, но и в новое время. Как и Пифагору, Платону охотно приписывали ряд математических открытий и создание новых методов доказательства.*

Задача 2. Так называемое «правило Платона».

Если принять за один из катетов четное число 2р, то другой катет будет p^2+1 , а гипотенуза p^2-1 .

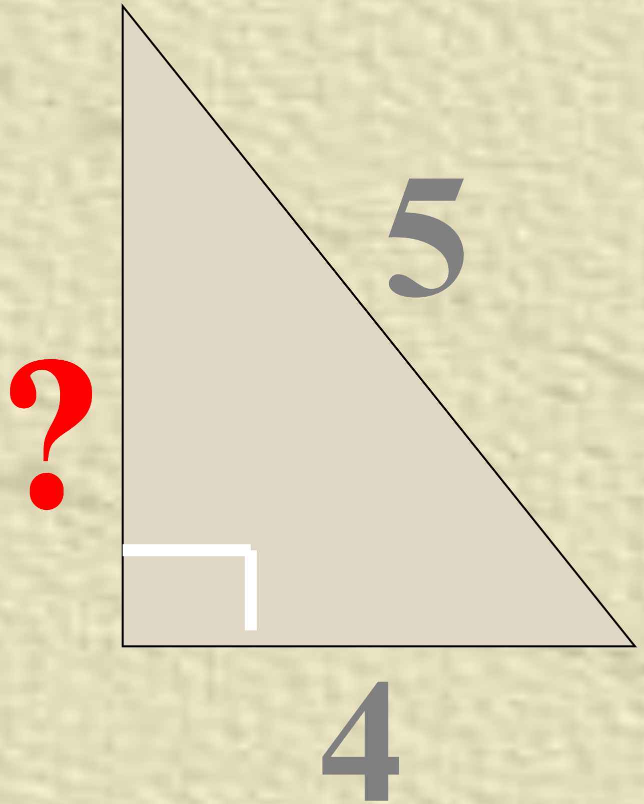
Проверить и вычислить стороны треугольников для р=2,3,4,5.

Решение. Правило Платона легко найти, удвоив числа, которые брал Пифагор.

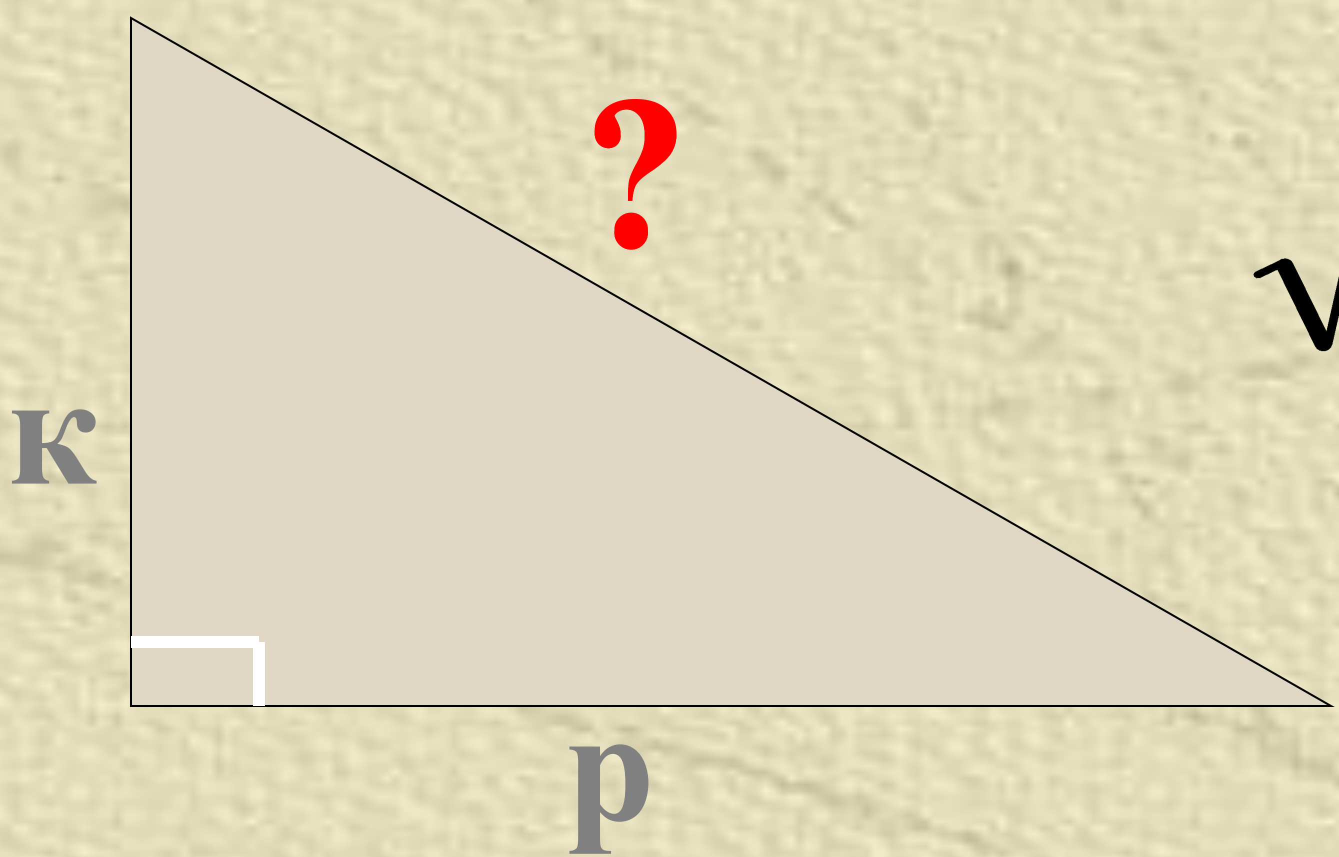
Для р=2 будем иметь	*4*	*3*	*5*
для р=3 будем иметь	***6***	***8***	***10***
для р=4 будем иметь	***8***	***15***	***17***
для р=5 будем иметь	***10***	***24***	***26.***

Практическая часть

1. Найдите катет



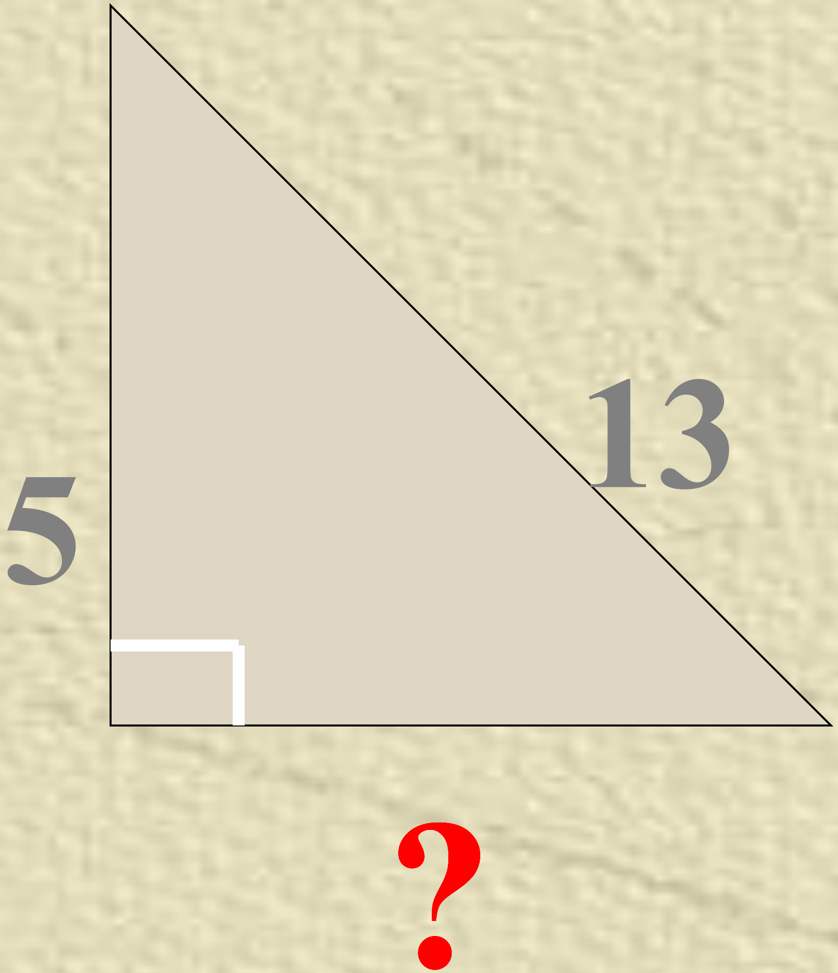
2. Найдите гипотенузу



Ответ:

$$\sqrt{к^2+р^2}$$

3. Найдите катет

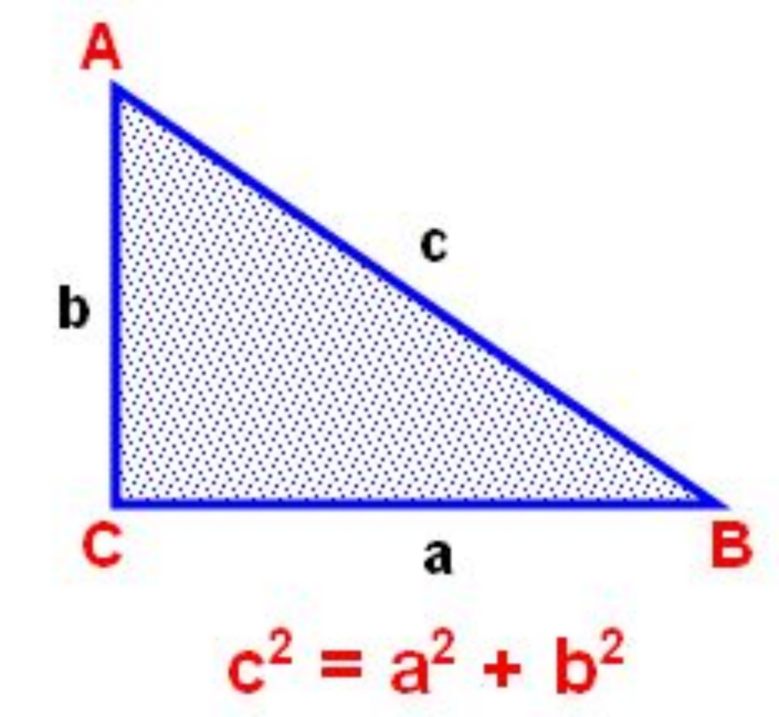


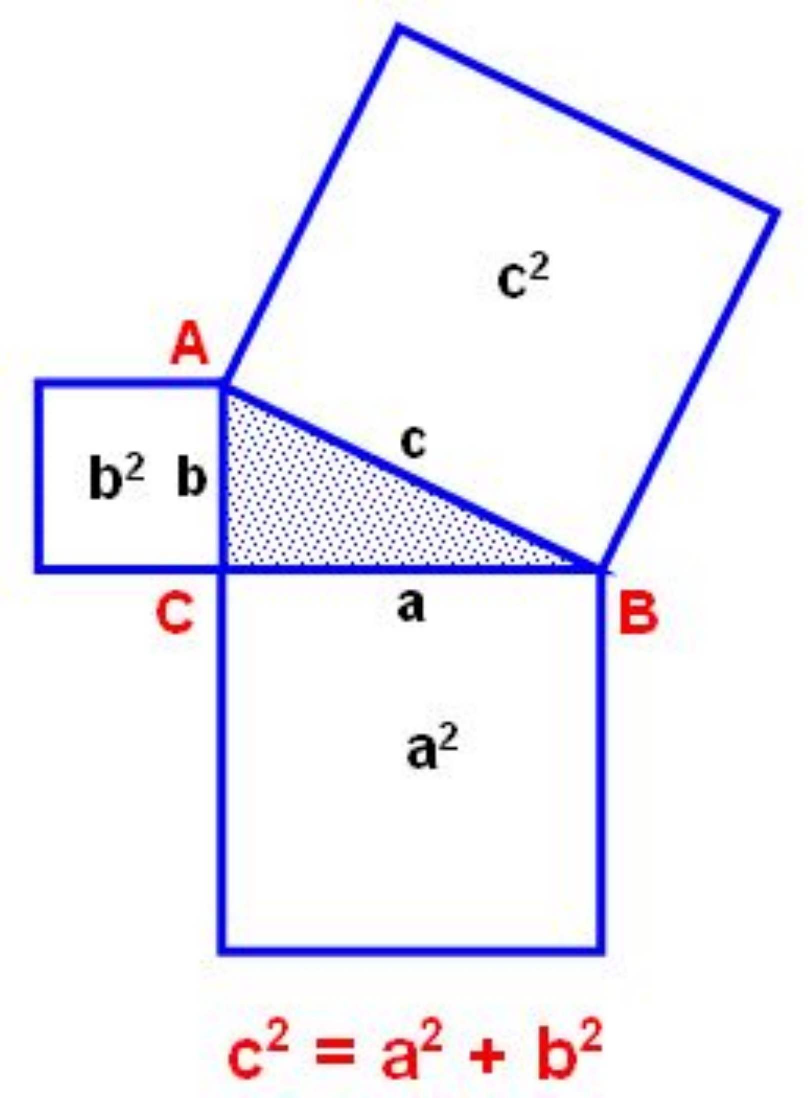
4. Выясните, является ли треугольник прямоугольным, если его стороны выражаются числами:

а) 6, 8, 10.

б) 5, 6, 7.

в) 3, 4, 6.

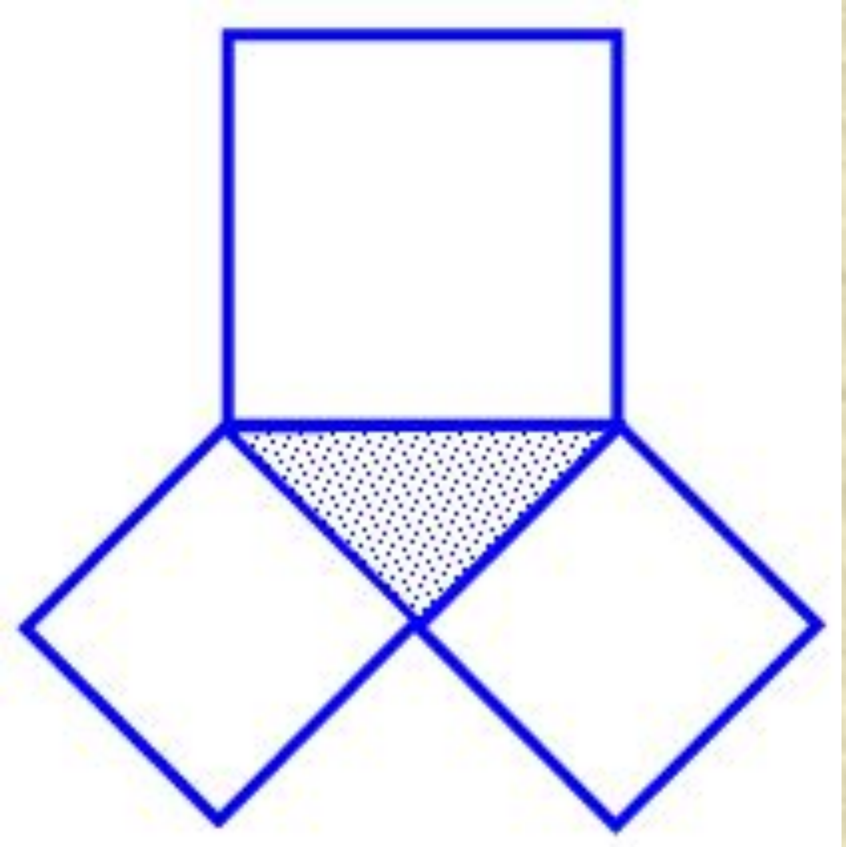


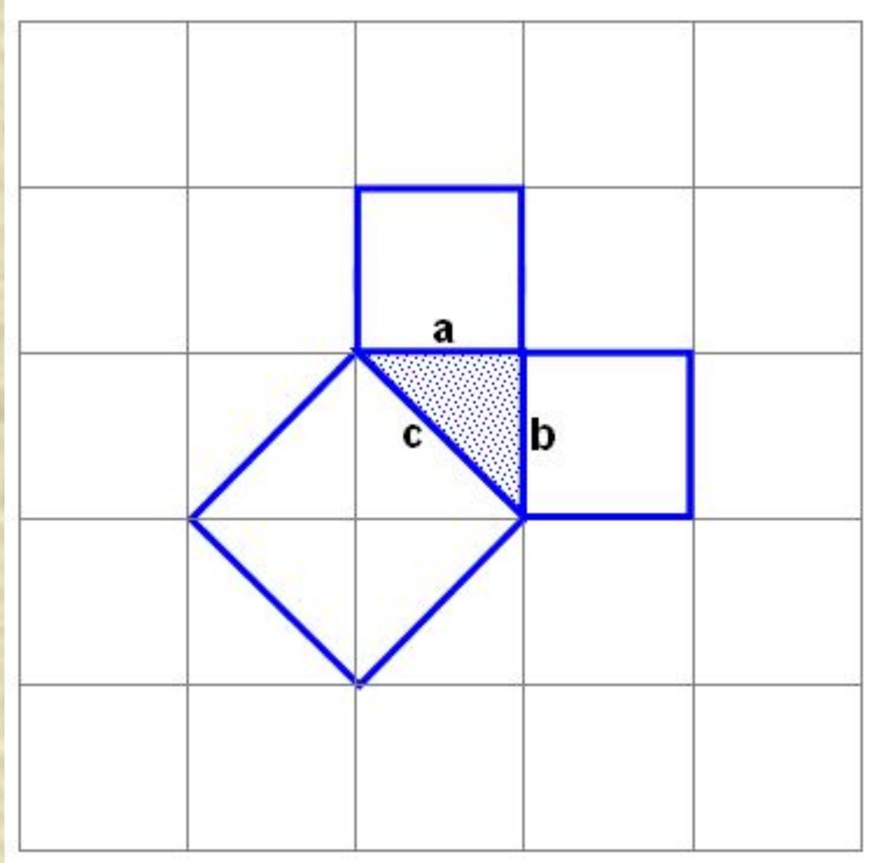


Предполагают, что во времена Пифагора теорема звучала по-другому:

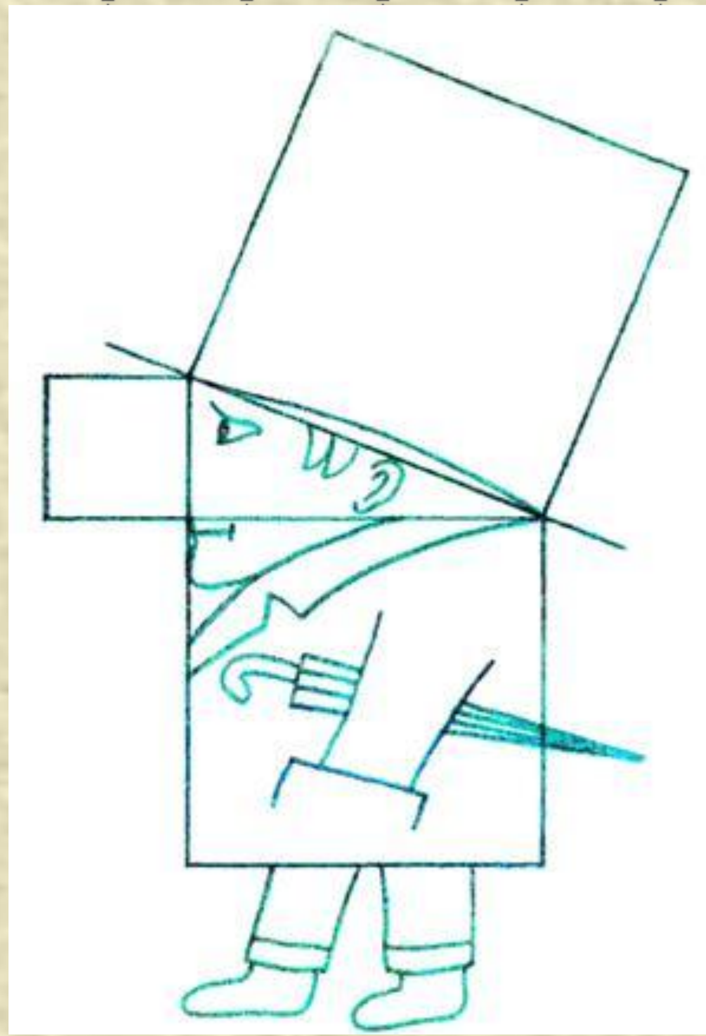
«Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».

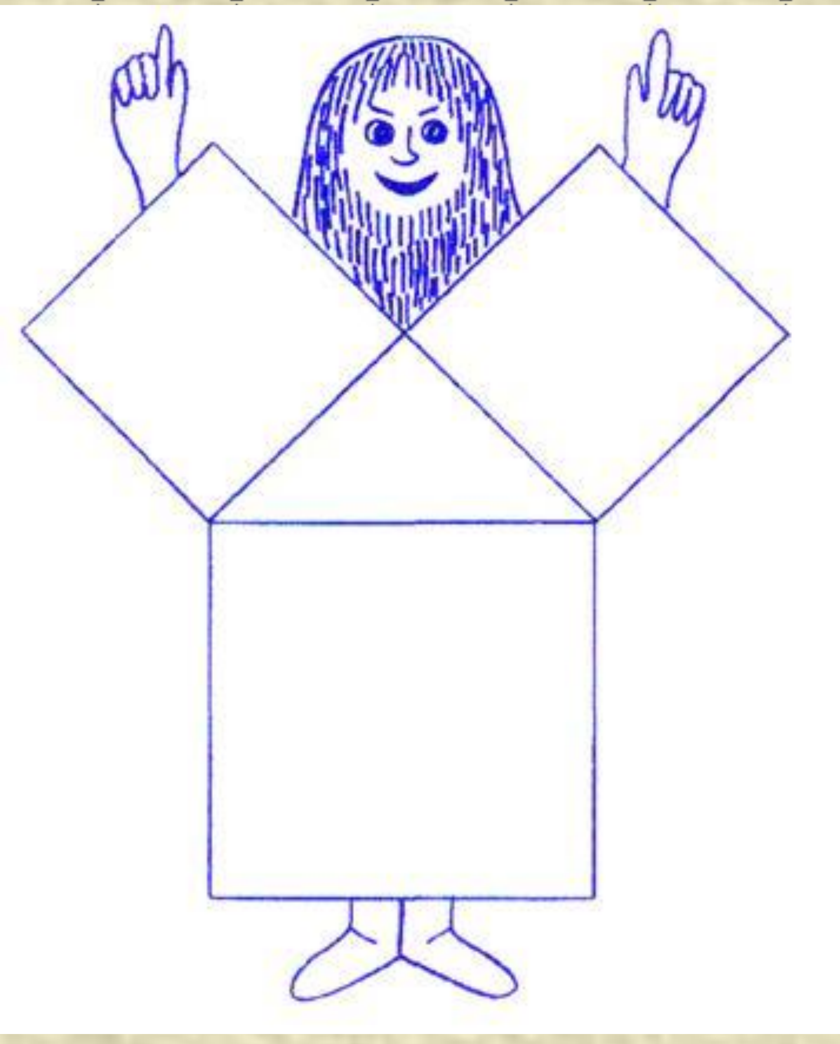
«Пифагоровы штаны во все стороны равны»





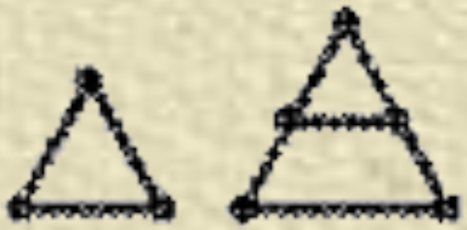
Такие стишки придумывали учащиеся средних веков при изучении теоремы; рисовали шаржи. Вот, например, такие:



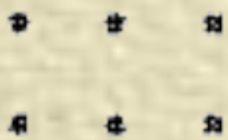
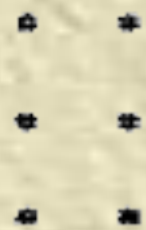


Треугольные числа

(3, 6, 10 и т. д.).



Фигурное представление чисел помогало пифагорейцам открывать законы арифметики. Так, представляя плоское число 6 в двух формах:

 $=$  $= 3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6,$

Легко «увидеть» переместительный закон умножения.

Одной из главных частей пифагорейской арифметики было учение о четных и нечетных числах. Наряду с математическими истинами в открытиях пифагорейцев было много фантазии и мистики.

Так, четные числа они считали несчастными, а нечетные – счастливыми. (Эта традиция сохранилась и поныне в обычае дарить нечетное число цветов.)

Древнегреческими учеными – последователями Пифагора были открыты **ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА**. Так они называли два числа, каждое из которых равно сумме делителей другого числа (не считая самого числа).

Пифагорейцы знали только

одну пару ДРУЖЕСТВЕННЫХ чисел –

220 и 284.

Проверьте, что эти числа действительно дружественные.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !