Аксиомы планиметрии

Геометрия Евклида

Первым систематическим изложением геометрии, дошедшим до нашего времени, являются “Начала” – сочинения александрийского математика Евклида.

«Начала»

В “Началах” был развит аксиоматический подход к построению геометрии, который состоит в том, что сначала формулируются основные положения (аксиомы), а затем на их основе посредством рассуждений доказываются другие утверждения (теоремы).

Изложение геометрии Евклидом долгое время служило недосягаемым образцом точности, безукоризненности и строгости.

Только в начале 20 века математики смогли улучшить логические основания геометрии.

Аксиомами называются те основные положения геометрии, которые принимаются в качестве исходных.

Или :

Аксиомами называются утверждения, которые принимаются без доказательства.

Основные понятия (фигуры) на плоскости:

Используя основные понятия и аксиомы даются определения новых понятий, формулируются и доказываются теоремы о свойствах геометрических фигур.

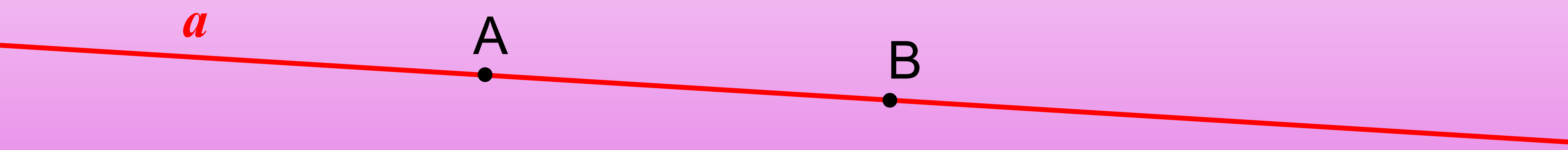
Аксиомы взаимного расположения точек и прямых:

1.Каждой прямой принадлежит по крайней мере две точки.

2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой.

3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

Прямые и отрезки



Через любые две точки можно провести прямую,
и притом только одну

Аксиомы расположения точек на прямой:

4. Из трёх точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

5. Каждая точка О прямой разделяет её на две части(два луча) так, что любые две точки одного и того же луча лежат по одну сторону от точки О, а любые две точки разных лучей лежат по разные стороны от точки О.

Аксиома расположения точек на плоскости:

6. Каждая прямая а разделяет плоскость на две части (две полуплоскости) так, что любые две точки одной и той же полуплоскости лежат по одну сторону от прямой а, а любые две точки разных полуплоскостей лежат по разные стороны от прямой а.

Аксиомы наложения или равенства фигур.

Наложение – это отображение плоскости на себя.

Если существует наложение, при котором фигура Ф отображается на фигуру $Ф_1$, то говорят, что фигуру Ф можно совместить наложением с фигурой $Ф_1$, или фигура Ф равна фигуре $Ф_1$.

Аксиомы наложения или равенства фигур:

7. Если при наложении совмещаются концы двух отрезков, то совмещаются и сами отрезки.
8. На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному и притом только один.
9. От любого луча в данную полуплоскость можно отложить угол, равный данному неразвёрнутому углу, и притом только один.

Аксиомы наложения или равенства фигур:

10. Любой угол hk можно совместить наложением с равным ему углом h_1k_1 двумя способами: 1)так, что луч h совместится с лучом h_1, а луч k – с лучом k_1;
2) так, что луч k совместится с лучом k_1, а луч h – с лучом h_1 .

11. Любая фигура равна сама себе.

Аксиомы наложения или равенства фигур:

12. *Если фигура Ф равна фигуре $Ф_1$, то фигура $Ф_1$ равна фигуре Ф.*

13. *Если фигура $Ф_1$ равна фигуре $Ф_2$, а фигура $Ф_2$ равна фигуре $Ф_3$, то фигура $Ф_1$ равна фигуре $Ф_3$.*

Аксиомы измерения отрезков:

14. При выбранной единице измерения отрезков длина каждого отрезка выражается положительным числом.

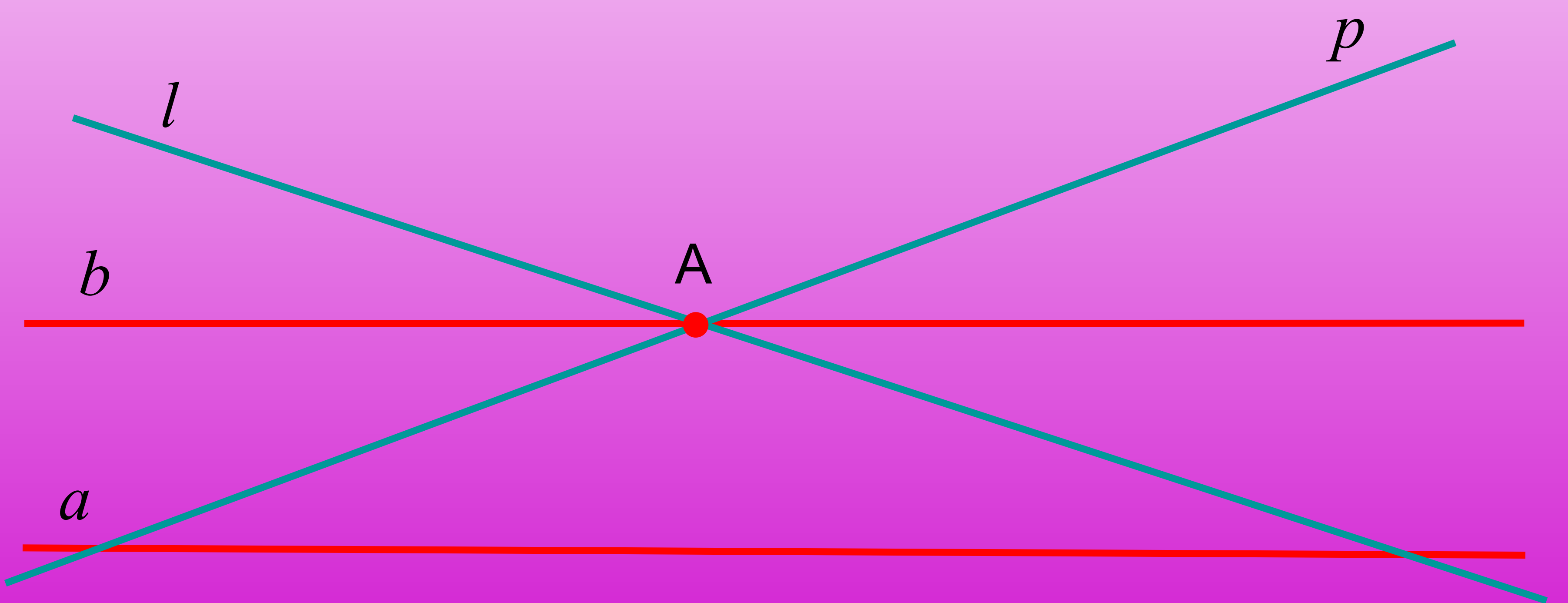
Аксиома существования отрезка данной длины:

15. При выбранной единице измерения отрезков для любого положительного числа существует отрезок, длина которого выражается этим числом.

Аксиома параллельных прямых:

16. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая параллельная данной.

Через каждую точку плоскости, не лежащую на данной прямой, можно провести только одну прямую параллельную данной



$b \parallel a$ $p \nparallel a$ $l \nparallel a$

Постулаты Евклида

1. Из каждой точки ко всякой другой точке можно провести прямую;
2. Каждую ограниченную прямую можно продолжить неопределённо;
3. Из любого центра можно описать окружность любого радиуса;
4. Все прямые углы равны;
5. И если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньше двух прямых, то продолженные эти прямые неограниченно встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых

О чем говорится в V постулате Евклида?

Если две прямые а и в образуют при пересечении с третьей прямой внутренние односторонние углы, сумма величин которых меньше двух прямых углов (т.е. меньше 180°; рис. 1), то эти две прямые обязательно пересекаются, причем именно с той стороны от третьей прямой, по которую расположены углы α и β (составляющие вместе менее 180°).