Акустические и сейсмические волны

Целью освоения дисциплины является получение знаний в области излучения, распространения, и рассеяния акустических и сейсмических волн в природных условиях.

Ст. преподаватель, к.т.н. Марфин Евгений Александрович

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. КТФ, том 6 «Гидродинамика». М, Физматлит, 2003, 736 с.
2. Руденко О.В., Гурбатов С.Н. Акустика в задачах. М., Наука.. Физматлит, 1996, 336 с.
3. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М., "Недра, 1996, 447с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Хедберг К.М. Нелинейная акустика в задачах и примерах». Физматлит, 2006, 176 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Насыров А.М., Овчинников М.Н. Волновые процессы. Часть 8. Акустические колебания и волны (учебное пособие), Казань, 2003, изд-во физического

Лекция 1.

Введение в акустику. Звуковые волны. Волновое уравнение. Скорость звука. Интенсивность. Спектры шумов. Поглощение звука. Волны в жидкостях, газах и твердых телах.

Акустика — наука о звуке, трактуется как механика упругих волн. Существование упругих волн вытекает из законов Ньютона.

1. Удар по концу длинного стержня — начальное возмущение.
2. Слой, прилегающий к торцу, сжимается. Возникшие силы упругости ускоряют следующий слой и деформируют его.
3. Упругие силы, возникшие при деформации второго слоя, остановит первый слой, а второй приобретает скорость.
4. Первый слой остановился и вернулся в недеформированное состояние, и второй начал двигаться и сжался.

Движение и деформация передаются от слоя к слою, — по стержню побежит упругая волна.
Во всех случаях распространения упругих волн в любых средах — твердых, жидких, газообразных — основные черты одинаковы: частицы среды в волне приобретают скорость, деформируются и в них возникают упругие напряжения, которые передают волну дальше по телу.

При распространении волны различают два совершенно разных явления:

1. движение частиц среды в волне, как материальных точек. Характеризуется смещением и скоростью частицы. Зависят от силы звука. Эти величины, как правило, малы, а после прохождения волны каждая частица практически остается в своем исходном положении.
2. перемещение самой упругой волны по среде — характеризуется скоростью звука, которая зависит от свойств среды (упругость, плотность, вязкость и др.).

Существует два подхода к изучению упругих волн:

3. волна как движение материальных точек (частиц среды), упруго взаимодействующих между собой. Способ громоздок, т.к. частицы влияют друг на друга и необходимо анализировать поведение каждой частицы.
4. волна как самостоятельный объект. Удается найти простые законы поведения: распространение, отражение, преломление, рассеяние и т.д.

Ньютоновская механика для частиц среды используется для получения общих законов поведения упругих волн.

Хотя звуковая волна — механическое явление, поведение волны — иное, чем движение материальных тел.

Волны характеризуют непрерывным распределением в среде:

- давление
- скорости частиц
- плотности
- температуры.

Совокупность этих величин называют волновым звуковым полем.

Распространение волны – изменение волнового поля с течением время.

<u>Среду</u> рассматривают как <u>сплошную</u>.

<u>Частица среды</u> – любой мысленно выделенный участок среды, малый по сравнению с расстоянием, на котором свойства среды изменяются существенным образом.

<u>Акустическое или</u>

<u>Звуковое давление</u> – превышение p давления в волне над давлением p_0 в невозмущенной среде

$p = p_0 + p'$.

Таблица акустических величин и единиц измерения.

S – площадь, $м^2$

Ω – объем, $м^3$

F – сила, H

ρ – плотность, $\frac{кг}{м^3}$

ξ – смещение, $м$

$\overline{V}$ – скорость частиц жидкости, акустическая колебательная скорость, $\frac{м}{с}$

V_n – нормальная составляющая колебательной скорости, $\frac{м}{с}$

V_Ω – объемная скорость, $\frac{м^3}{с}$

c_s – скорость звука, $\frac{м}{с}$

p – давление, $Па = \dfrac{Н}{м^2}$

p' – акустическое давление, $Па = \dfrac{Н}{м^2}$

L_p – уровень акустического давления, $дб$

η, η' – первый и второй коэффициенты вязкости, $Па \cdot с$

β_s – адиабатическая сжимаемость, $Па^{-1}$

Φ – потенциал скорости, $\dfrac{м^2}{с}$

f – частота, $Гц$

ω – циклическая частота, $\dfrac{рад}{с}$

$\bar{k}$ – волновой вектор

α – коэффициент поглощения звука, $м^{-1}$

$\tilde{E}_s = \dfrac{1}{\tilde{\beta}_s}$ – упругий модуль, $Па$

c_p – теплоемкость при постоянном давлении

c_V – теплоемкость при постоянном объеме

E – звуковая энергия, $Дж$

W – плотность звуковой энергии, $\dfrac{Дж}{м^3}$

П – поток звуковой энергии (звуковая мощность), $Вт$

J – интенсивность звука, $\dfrac{Вт}{м^2}$

Z_m – механическое сопротивление (механический импеданс), $Н \cdot \dfrac{с}{м}$

$Z_a = \dfrac{p'}{V_\Omega}$ – акустическое сопротивление (акустический импеданс), $\dfrac{Па \cdot с}{м^3}$

α – коэффициент поглощения звука, $м^{-1}$

$\tilde{E}_s = \dfrac{1}{\tilde{\beta}_s}$ – упругий модуль, $Па$

c_p – теплоемкость при постоянном давлении

c_V – теплоемкость при постоянном объеме

E – звуковая энергия, $Дж$

W – плотность звуковой энергии, $\dfrac{Дж}{м^3}$

Π – поток звуковой энергии (звуковая мощность), $Вт$

J – интенсивность звука, $\dfrac{Вт}{м^2}$

Z_m – механическое сопротивление (механический импеданс), $Н \cdot \dfrac{с}{м}$

$Z_a = \dfrac{p'}{V_\Omega}$ – акустическое сопротивление (акустический импеданс), $\dfrac{Па \cdot с}{м^3}$

$Z_s = Z_a S$ – удельное акустическое сопротивление, $\dfrac{Па \cdot с}{м}$

M – присоединенная масса, $кг$

Волновое уравнение для линейной акустики

Как известно [1-3], движение сжимаемой невязкой жидкости (газа) описывается посредством уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div \rho \overline{V} = 0 \tag{1}$$

и уравнения Эйлера (уравнения движения)

$$\rho\left[\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \left(\overline{V} \cdot \nabla\right)\overline{V}\right] = \rho \frac{d\overline{V}}{dt} = -\nabla p, \tag{2}$$

где ρ – плотность, $\overline{V}$ – скорость частиц жидкости, p – давление.

В случае распространения акустических колебаний для давления и плотности жидкости мы можем записать соотношение

$$\begin{cases} p = p_0 + p' \\ \rho = \rho_0 + \rho' \end{cases}, \tag{3}$$

где p_0 и ρ_0 – равновесные значения плотности и давления в среде, а p' и ρ' – изменения давления и плотности, возникающие в процессе распространения звуковой волны, причем в звуковой волне изменения давления и плотности обычно весьма малы, так что

$$p' << p_0,\ \rho' << \rho_0. \tag{4}$$

В этом приближении линеаризованное уравнение неразрывности будет иметь вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 div \overline{V} = 0. \tag{5}$$

Здесь ρ' – изменение плотности среды, связанное со звуковой волной, $\overline{V}$ – колебательная скорость частиц жидкости. Всюду далее под $\overline{V}$ будем понимать акустическую колебательную скорость.

Малость колебаний частиц жидкости в звуковой волне означает, что их амплитуда заметно меньше длины волны $a \ll \lambda$. Как следствие, приходим к соотношению

$$\left|\frac{\partial \overline{V}}{\partial t}\right| \gg \left|(\overline{V} \cdot \nabla)\overline{V}\right|. \tag{6}$$

Действительно [1], учитывая, что за время τ (характерный период колебаний), частицы жидкости проходят расстояние порядка амплитуды волны $\sim a$, скорость движения частиц будет $V \sim a/\tau$, производная от скорости по времени $\sim V/\tau$, а по координатам $\sim V/\lambda$, где λ– длина волны.

Тогда $(\overline{V} \cdot \nabla)\overline{V} \sim \frac{a}{\tau^2}\frac{a}{\lambda}$, $\frac{\partial V}{\partial t} \sim \frac{a}{\tau^2}$ и при $a \ll \lambda$ мы можем считать, что $\left|\frac{\partial \overline{V}}{\partial t}\right| \gg \left|(\overline{V} \cdot \nabla)\overline{V}\right|$.

В результате, линеаризованное уравнение Эйлера запишется в виде

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \frac{\nabla p'}{\rho_0} = 0. \tag{7}$$

Таким образом, в процессе распространения звуковой волны возникают смещения частиц с колебательной скоростью $\overline{V}$, и возникает переменное звуковое давление p'.

Считая процесс распространения акустической волны адиабатическим, примем, что

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \rho' = c_s^2 \rho', \tag{8}$$

Продифференцируем (5) по *t*, а к (7) применим оператор *div*, и получим с учетом (8)

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \rho' = 0. \tag{9}$$

где скорость звука в среде c_s – фазовая скорость звуковых волн.

Скорость звука в жидкостях и газах c_s можно вычислить [2] по формуле $c_s = \sqrt{\dfrac{1}{\rho_0 \beta_s}}$, где β_s – адиабатическая сжимаемость, ρ_0 – плотность жидкости, для идеального газа $c_s = \sqrt{\gamma \dfrac{p_0}{\rho_0}}$, где $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}$ – показатель адиабаты, c_p и c_V – теплоемкости при постоянном давлении и объеме, соответственно.

Для изотермической сжимаемости $\beta_T = \gamma \beta_s$, тогда $c_s = \sqrt{\gamma \left(\dfrac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}$.

Скорость звука в воздухе ~ 330 м/с, в воде ~ 1500 м/с [4].

Аналогичное уравнение для звукового давления запишется как

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta p' = 0. \tag{10}$$

Заметим, что в акустике штрих в обозначении звукового давления часто опускают и пишут просто p, подразумевая именно звуковую часть давления.

При рассмотрении движения вязкой жидкости уравнение Эйлера (2) нужно заменить уравнением Навье-Стокса

$$\rho\left[\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \left(\overline{V} \cdot \nabla\right)\overline{V}\right] = -\nabla p + \eta \Delta \overline{V} + \left(\eta' + \frac{\eta}{3}\right) graddiv\overline{V}\ , \tag{11}$$

где η и η' – соответственно первый и второй коэффициенты вязкости.

Первый коэффициент вязкости η – это “обычный” коэффициент вязкости, связанный со сдвиговыми напряжениями в жидкостях в неравновесных условиях, а второй коэффициент вязкости η' имеет отношение к внутренним силам в жидкости при растяжении – сжатии, что можно видеть из следующей записи для тензора вязких напряжений в жидкости:

$$\sigma_{ij} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) + \eta' \delta_{ij} div\overline{V}\ ,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Первый коэффициент вязкости η – это “обычный” коэффициент вязкости, связанный со сдвиговыми напряжениями в жидкостях в неравновесных условиях, а второй коэффициент вязкости η' имеет отношение к внутренним силам в жидкости при растяжении – сжатии, что можно видеть из следующей записи для тензора вязких напряжений в жидкости:

$$\sigma_{ij} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) + \eta' \delta_{ij} div\overline{V},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Отметим, что в гидродинамике и акустике часто используются методы теории подобия, для чего вводятся характерные числа:

число Струхаля $Sh = \frac{fL}{V}$, (12)

число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{VL}{\nu}$, (13)

число Маха $M = \frac{V}{c_s}$. (14)

Здесь f – характерная частота, L – характерный размер, V – средняя скорость потока жидкости, $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость, c_s – скорость звука в жидкости.

Представления волнового уравнения

Для потенциальных течений, а к таковым можно отнести и процесс распространения продольных упругих волн в жидкостях, удобно ввести функцию потенциала скорости Φ в виде:

$$\bar{V} = \nabla\Phi . \quad (15)$$

Соответствующее волновое уравнение для потенциала скорости:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - c_s^2\Delta\Phi = 0 . \quad (16)$$

Акустическое давление теперь можно рассчитать с учетом (7):

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t} . \quad (17)$$

Иногда знаки в формулах (15) и (17) выбирают противоположным образом:

$$\bar{V} = -\nabla\Phi , \; p' = \rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t} .$$

Волновое уравнение можно записать в декартовой системе координат в виде:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - c_s^2\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right) = 0 . \quad (18)$$

Частное решение для плоской волны, распространяющейся в направлении x, описываемой (18) имеет вид $\Phi = g(x - c_s t)$, где g – произвольная функция.

Для плоских гармонических волн, распространяющихся в направлении x, мы можем записать

$$\Phi(x,t)=\Phi_0\exp(i(\omega t-kx)) \tag{19}$$

и получить :

$$V=\frac{c_s\rho'}{\rho_0}. \tag{20}$$

Таким образом, условие $\rho' << \rho_0$ соответствует условию $|V| << c_s$.

В цилиндрической системе координат (в представлении r, z, θ) волновое уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}-c_s^2\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2}\right)=0, \tag{21}$$

а в сферической системе координат (в представлении r, φ, θ) как

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c_s^2 \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \right) = 0 \qquad (22)$$

В случае независимости от угловых координат и осевой координаты z, уравнения (21) и (22) запишутся в упрощенном виде

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0, \qquad (23)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0, \qquad (24)$$

а частные решения в цилиндрической и сферической системе координат, как

$$\Phi_{цил} = \frac{1}{\sqrt{r}} g(r - c_s t), \ \Phi_{сфер} = \frac{1}{r} g(r - c_s t).$$

Затухание упругих волн

Изменение интенсивности J звуковой волны, распространяющейся в жидкости или газе в направлении x, весьма удовлетворительно описывается законом вида

$$J = J_0 \exp(-2\alpha x),$$

где α – коэффициент поглощения, или для акустического давления

$$p' = p'_0 \exp(-\alpha x).$$

Для вязких жидкостей можно получить коэффициент поглощения акустических волн, распространяющихся с частотой ω в виде формулы Стокса – Кирхгофа

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c_s^3}\left[\frac{4}{3}\eta + \chi\left(\frac{1}{c_V} - \frac{1}{c_p}\right)\right],$$

где $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота, χ – температуропроводность.

Коэффициент поглощения в пресной воде в ультразвуковом диапазоне $\alpha \sim f^2 \cdot 25 \cdot 10^{-16}$ с^2/м .

С учетом поглощения плоская одномерная гармоническая звуковая волна может быть представлена в виде

$$\tilde{p} = p_0 \exp\left(i\left[\omega t - \tilde{k}x\right]\right),$$

где

$$\tilde{k} = k - i\alpha = k\left(1 - i\alpha\frac{c_s}{\omega}\right),$$

а знак тильды (~) означает комплексное число.

Введем комплексный модуль упругости

$$\tilde{E}_s = E' + iE'' = \frac{1}{\tilde{\beta}_s},$$

тогда из волнового уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\tilde{\Phi} - \frac{\tilde{E}_s}{\rho}\Delta\tilde{\Phi} = 0$$

нетрудно получить

$$E' = \frac{\left(1 - \left(\frac{\alpha c_s}{\omega}\right)^2\right)\rho_0 c_s^2}{\left(1 + \left(\frac{\alpha c_s}{\omega}\right)^2\right)^2},\ E'' = \frac{\alpha c_s}{\omega}\frac{2\rho_0 c_s^2}{\left(1 + \left(\frac{\alpha c_s}{\omega}\right)^2\right)^2}.$$

Энергия акустических волн

Полное изменение энергии в объеме Ω при наличии звуковой волны можно рассчитать по формуле [1]

$$E = \int_{\Omega} \left(\frac{\rho_0 V^2}{2} + \frac{c_s^2 \rho'^2}{2\rho_0} \right) d\Omega, \tag{38}$$

а плотность звуковой энергии как

$$W = \frac{\rho_0 V^2}{2} + \frac{c_s^2 \rho'^2}{2\rho_0}, \tag{39}$$

что для плоской бегущей волны будет выглядеть просто (см.(20))

$$W = \rho_0 V^2. \tag{40}$$

Звуковая энергия измеряется в Дж.

Плотность звуковой энергии $W = \dfrac{E}{\Omega}$ – звуковая энергия, приходящая на единицу объема, измеряется в $\dfrac{Дж}{м^3}$.

Определим поток акустической энергии в пределах замкнутой области площади S

$$\overline{\Pi} = \oint_S p' \overline{V} d\overline{S}. \tag{41}$$

Учитывая, что мощность $\mathrm{P} = \frac{\partial E}{\partial t} = \left|\overline{\Pi}\right|$, поток звуковой энергии иногда называют звуковой мощностью, измеряют в $Вт$.

Интенсивность звука $J = \frac{\Pi}{S}$ – это поток звуковой энергии, приходящейся на единицу площади, измеряется в Вт/м^2.

Для бегущей волны (см. Приложение (задача 1))

$$J = Wc_s \,. \tag{42}$$

Акустическое давление часто измеряют в децибелах, используя формулу для уровня акустического давления L_p в виде

$$L_p = 20\log\frac{p'}{p_0}, \tag{43}$$

где $p_0 = 2\cdot10^{-5}$ Па – условное пороговое (граничное) значение давления. Аналогичное пороговое значение для интенсивности звука принимают равным $I_0 = 10^{-2}\,\frac{Вт}{м^2}$.

Децибел = 0.1 Бела, соответствует изменению интенсивности звука в $10^{0.1} \approx 1.26$ раза [4,5].