МАТЕМАТИКА: Признаки делимости.

Михайлова Наташа.
5 класс
Учитель: Попова Елена Николаевна.

Содержание

- Исторические сведения
- Метод Паскаля
- Основные признаки делимости
- Дополнительные признаки делимости
- Графическое изображение чисел
- Признаки делимости на 7,11,13,19
- Применение
- Задания

Цель:
Доказать, что признаки делимости – это важное и существенное правило в математике, которое значительно облегчает процесс оценки и расчётов

Задачи:

- Ознакомиться с дополнительными признаками делимости
- Узнать об истории возникновения признаков
- Рассмотреть практическое применение признаков делимости в математике

Методы исследования:

- Изучение дополнительной литературы
- Решение задач с применением признаков делимости
- Собственный анализ

Исторические сведения

Основатель метода, позволяющего получить признак делимости на любое число, Блез Паскаль (1623-1662), родился в Клермон-Ферране (провинция Овернь) 19 июня 1623 года. Он был французским религиозным мыслителем, математиком и физиком, одним из величайших умов 17 столетия.

Метод Паскаля

Пусть есть натуральное число , записываемое в десятичной системе исчисления как $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$, где a_0 — единицы,a_1 — десятки и т. д.
Пусть m — произвольное натуральное число, на которое мы хотим делить и выводить признак делимости на него.
Находим ряд остатков по следующей схеме:
r_1— остаток от деления 10 на m
r_2 — остаток от деления 10 r_1 на m
r3— остаток от деления 10 r_2 на m
…
r_n— остаток от деления 10 r_{n-1} на m.
Формально:

$$r_1 \equiv 10 \pmod m$$

$$r_i \equiv 10 \cdot r_{i-1} \pmod m, \ i = 2 ... n$$

Так как остатков конечное число (а именно m), то этот процесс зациклится (не позже, чем через m шагов) и дальше можно его не продолжать: Начиная с некоторого $i = i_0 : \ r_{i+p} = r_i$, где p — получившийся период последовательности $\{r_i\}$ Для единообразия можно принять, что $r_0 = 1$
Тогда А имеет тот же остаток от деления, на m, что и число

Признак делимости на 2

- Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2, то есть является чётной.

Признак делимости

На 5

- Число делится на 5 тогда, когда последняя цифра 5 или 0
- 3765; 9560; 5675; 578685; 342785;

5.

На 10

- Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на ноль.
- 4653650; 67546430; 52343; 977850; 5570.

10.

Признак делимости

На 3

- Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 без остатка.
- 57837:3
- Так как сумма цифр числа делится на 3
- 5+7+8+3+7=30

На 9

- Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 без остатка.
- 546813:9
- Так как сумма цифр числа делится на 9
- 5+4+6+8+1+3=27

Признак делимости

На 4

- Число делится на 4 тогда и только тогда, когда две его последние цифры составляют число, которое делится на 4.
- 83728:4
- Так как две последние цифры образуют число 28, а оно делится на 4.

На 8

- Число делится на 8 тогда и только тогда, когда число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8.
- 675728:8
- Так как три последние цифры образуют число 728, а оно делится на 8.

Признак делимости

- На 6: число делится на 6 тогда, когда оно делится на 2 и 3 одновременно.
- На 12: число делится на 12 тогда, когда оно делится на 3 и 4 одновременно.
- На 15: число делится на 15 тогда, когда оно делится на 3 и 5 одновременно.

- На 18: число делится на 18 тогда, когда оно делится на 2 и 9 одновременно.
- На 20: число делится на 20 тогда, когда оно делится на 4 и 5 одновременно.
- На 24: число делится на 24 тогда, когда оно делится на 8 и 3 одновременно.
- На 30: число делится на 30 тогда, когда оно делится на 5 и 6 одновременно

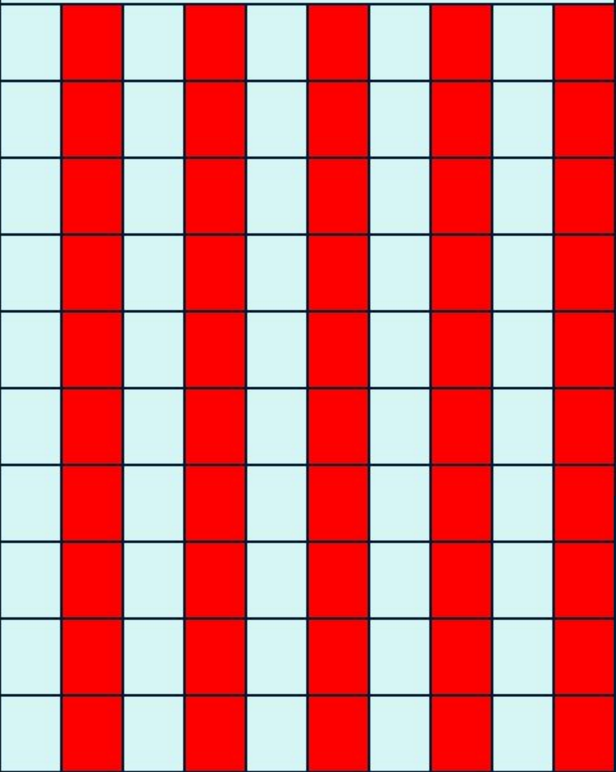
Первые сто натуральных чисел обычно записываются в виде таблицы.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

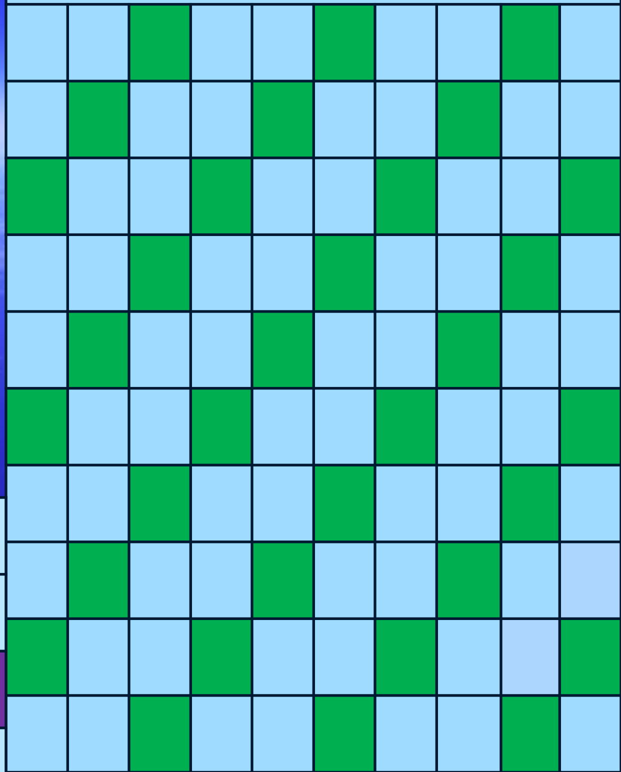
При этом возникают некоторые узоры из чисел.

Например, все четные числа располагаются по столбцам , так же как и числа, кратные пяти.

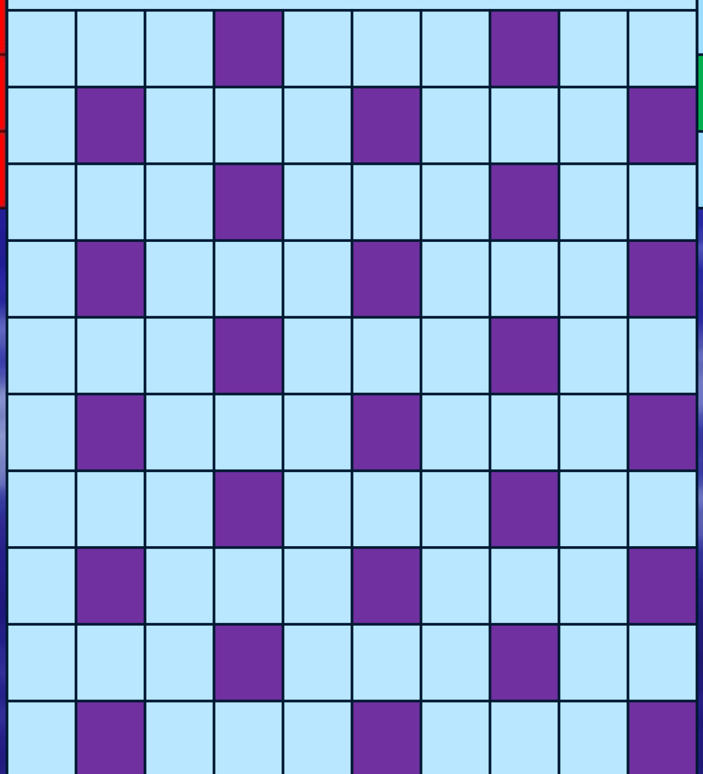
Ha 2



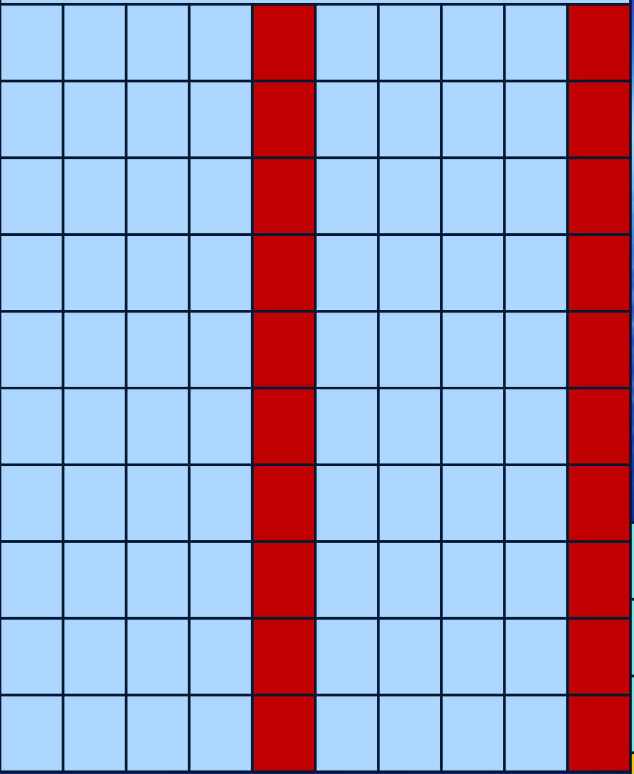
Ha 3



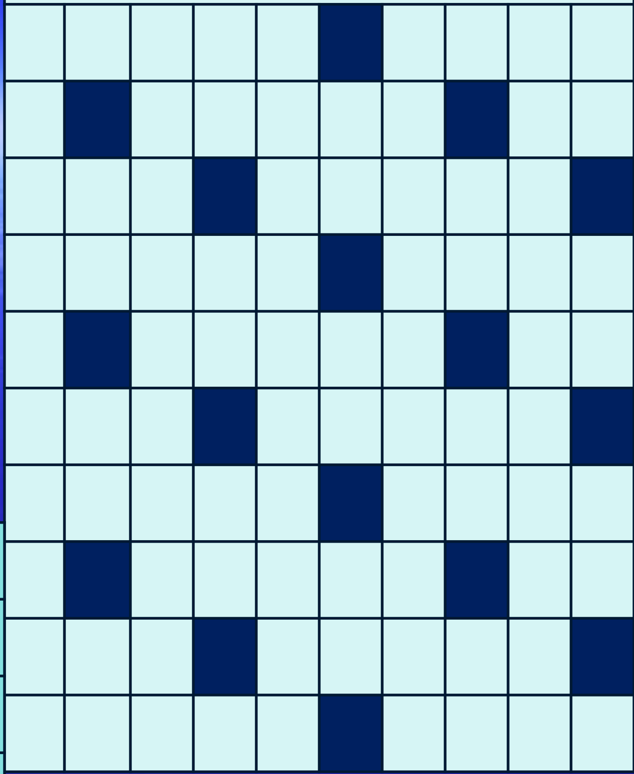
Ha 4



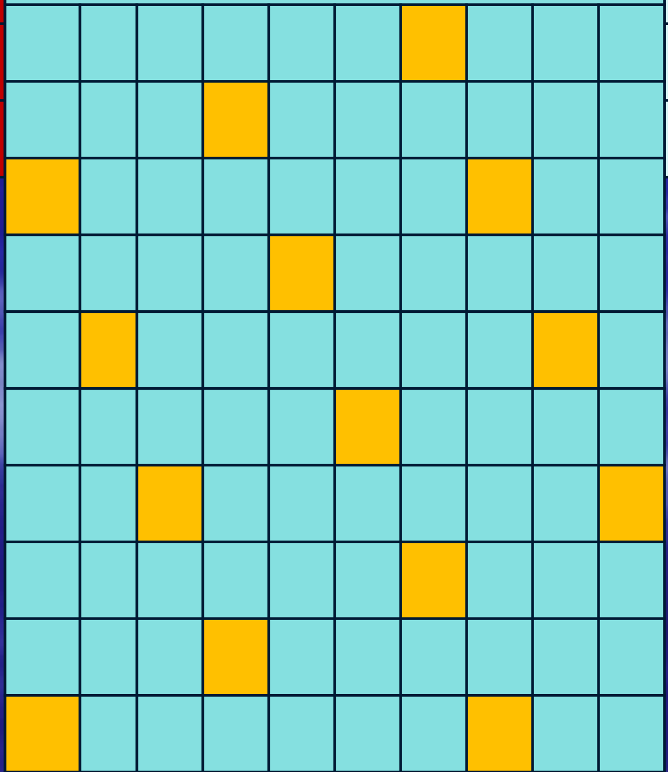
Ha 5

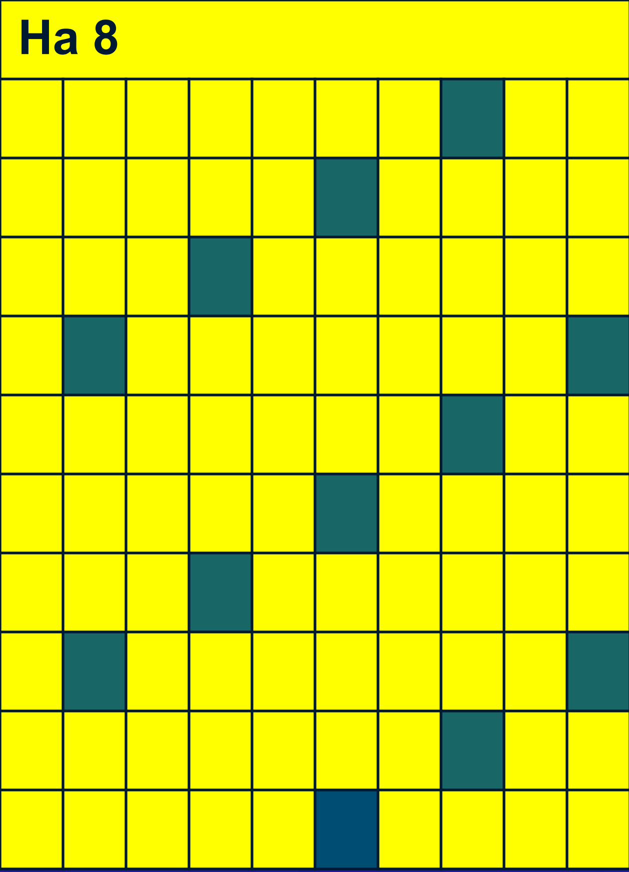


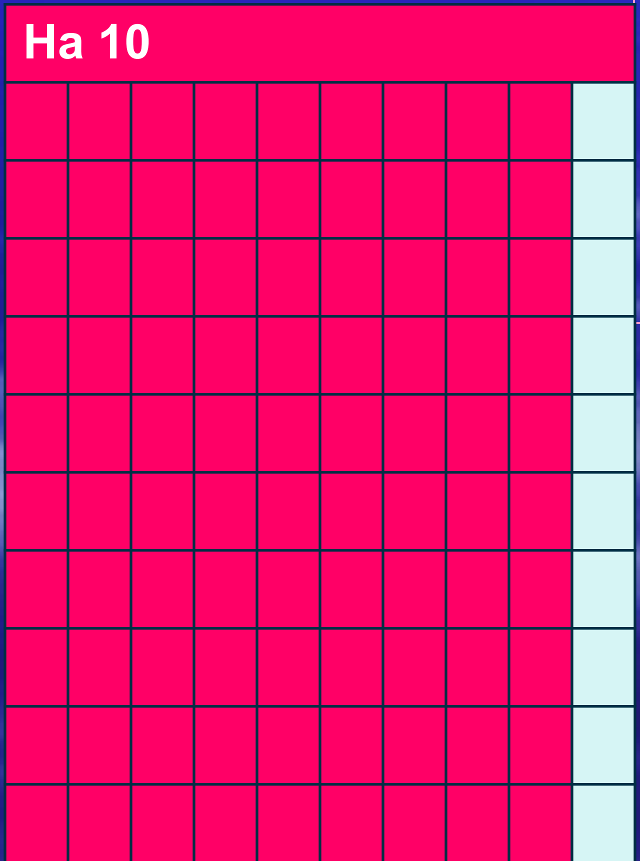
Ha 6

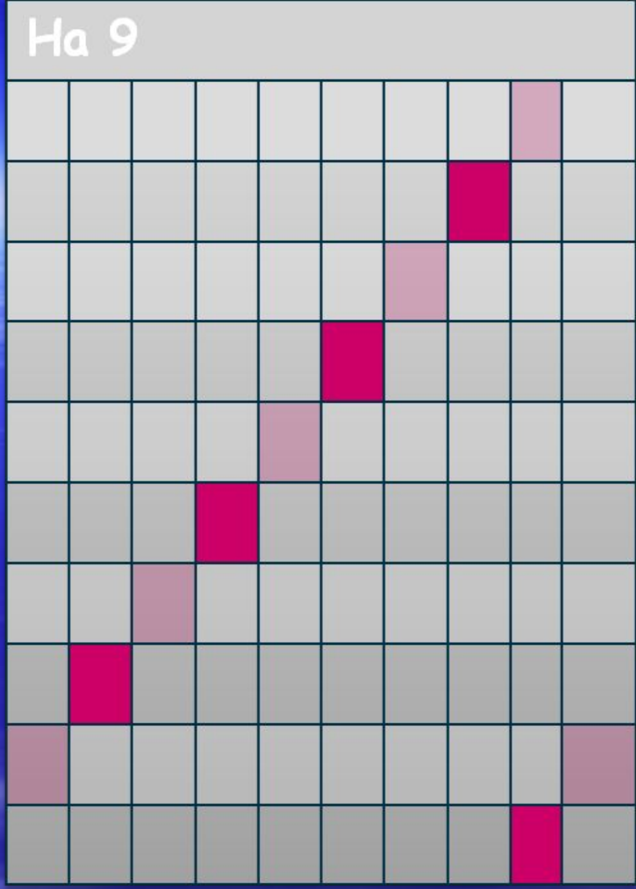


Ha 7




Ha 8


Ha 10


Ha 9

Признак делимости на 7

Число делится на 7, если разность между числом десятков и удвоенной цифрой единиц делится на 7.

Например: Число 707 будет делиться на 7, так как число десятков этого числа равно 70, а удвоенное число единиц 14. В разности этих чисел (70 – 14 = 56) получается число, которое делится на 7.

Число не разделится на 7, если разность между числом десятков и удвоенной цифрой единиц не будет делиться на 7.

Например: Число 892 не разделится на 7, так как число десятков этого числа 89, а удвоенное число единиц равно 4. В разности этих чисел (89 – 4 = 85) получается число, которое не разделится на 7.

Признак делимости на 11

Число делится на 11, если разность между суммой цифр числа, стоящих на нечётных местах, и суммой цифр стоящих на чётных местах, делится на 11.

Например: Число 1925 будет делиться на 11, так как разность между суммой цифр числа, стоящих на нечётных местах, и суммой цифр стоящих на чётных местах (9 + 5) – (1 + 2) = =11), 11 делится на 11.

Число не разделится 11, если разность между суммой цифр числа, стоящих на нечётных местах, и суммой цифр числа стоящих на чётных местах, не разделится на 11.

Например: Число 6817 не разделится на 11, так как разность между суммой цифр числа, стоящих на нечётных местах, и суммой цифр стоящих на чётных местах (8 + 7) – (6+1) = 8, 8 не разделится на 11.

Признак делимости на 13

Число делится на 13, если число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, делится на 13.

Например: Число 845 (84 + (4 × 5) = 104) будет делиться на 13, так как число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, делится на 13.

Число не разделится на 13, если число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, не делится на 13.

Например: Число 678 (67 + (8 × 4) = 99)не разделится на 13, так как число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, не делится на 13.

Признак делимости на 19

Число делится на 19, если число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.

Например: Число 646 (64 + (6×2) = 76) будет делиться на 19, так как число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.

Число не разделится на 19, если число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, не делится на 19.

Например: Число 789 (78 + (9×2) = 96) не разделится на 19, так как число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, не делится на 19.

Применение:

- Разложение на простые множители
- Нахождение НОК и НОД
- Сокращение дробей
- Сравнение дробей
- Сложение и вычитание дробей
- Решение задач

Задание №1

Не вычисляя, объясните, почему:

1. 648:8
2. 385:35
3. (648+164) не делится на 8
4. 4999 не делится на 49
5. (7000+400+32):8

Задание №2

Делится ли сумма трех последовательных натуральных чисел на 3?

Делится ли сумма четырех последовательных натуральных чисел на 4?

Задание №3

Продолжите следующие предложения:

1. Если идет дождь, то на небе обязательно…
2. Если на небе тучи, то не обязательно …
3. Если a : 7, b : 7, то …
4. Если (a+b) : 7, то …
5. Если (a-b) : 7, то …
6. Если (a b) : 7, то …

Задание №4

Можно ли, не производя сложения чисел 28,31,61,92,120, выяснить, делится ли их сумма на 3?