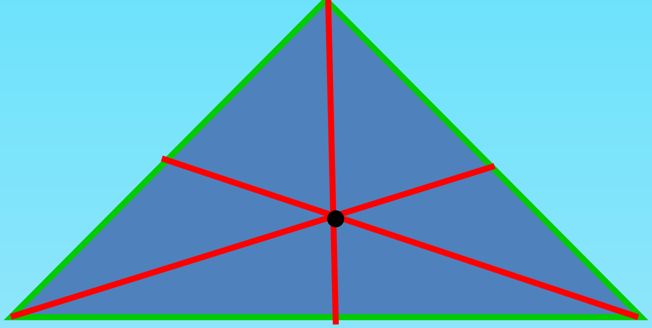
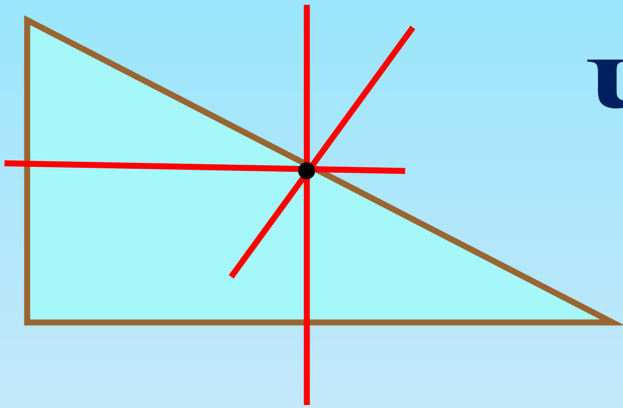
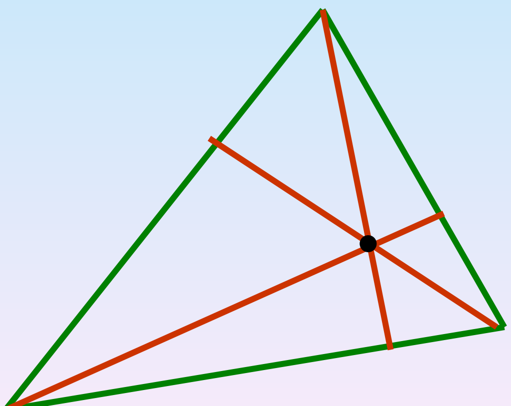
Четыре замечательные точки треугольника



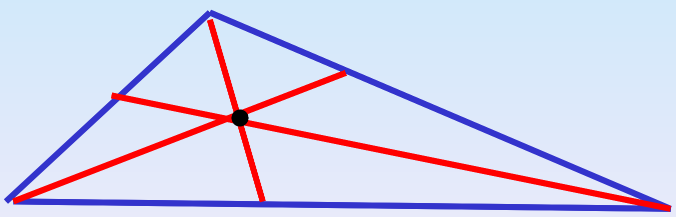
медианы



серединные перпендикуляры



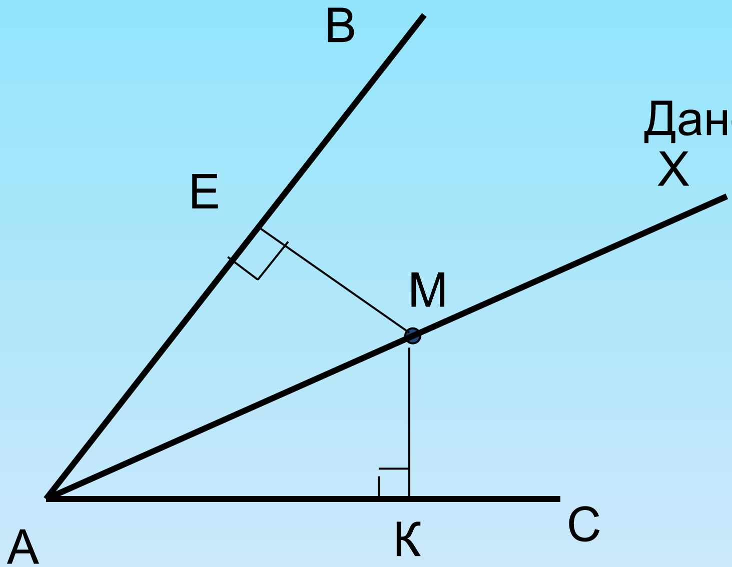
высоты



биссектрисы

Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема1. **Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.**



Дано: $\angle BAC$, AX – биссектриса,

$M \in AX$, $ME \perp AB$, $MK \perp AC$

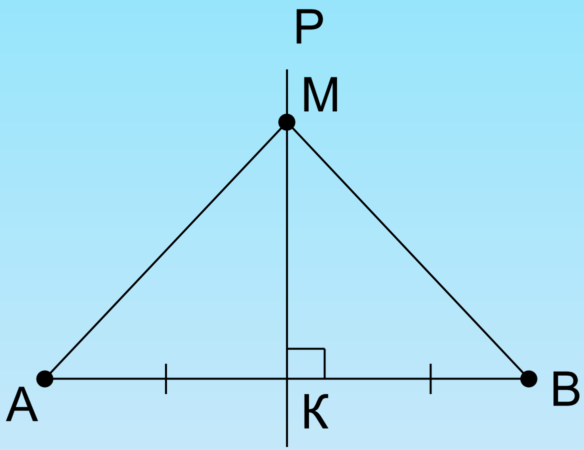
Доказать: ME = MK

Теорема 2 (обратная). **Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.**

Обобщённая теорема: биссектриса неразвёрнутого угла – множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.



Дано: AB – отрезок,
PK – серединный перпендикуляр,
M є PK

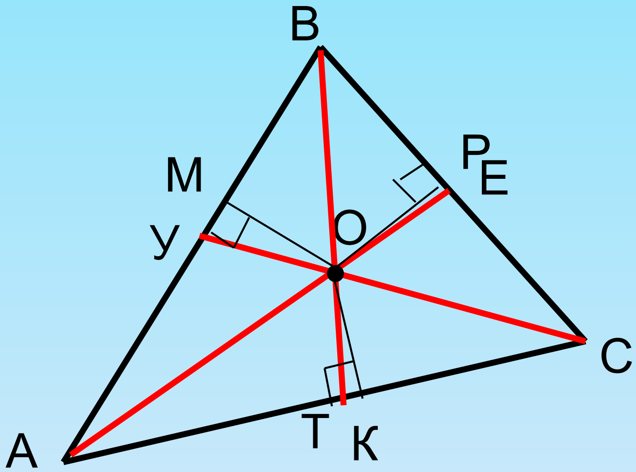
Доказать: MA = MB

Теорема 2. Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.

Обобщённая теорема: серединный перпендикуляр к отрезку – множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

Первая замечательная точка треугольника

Теорема. **Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.**

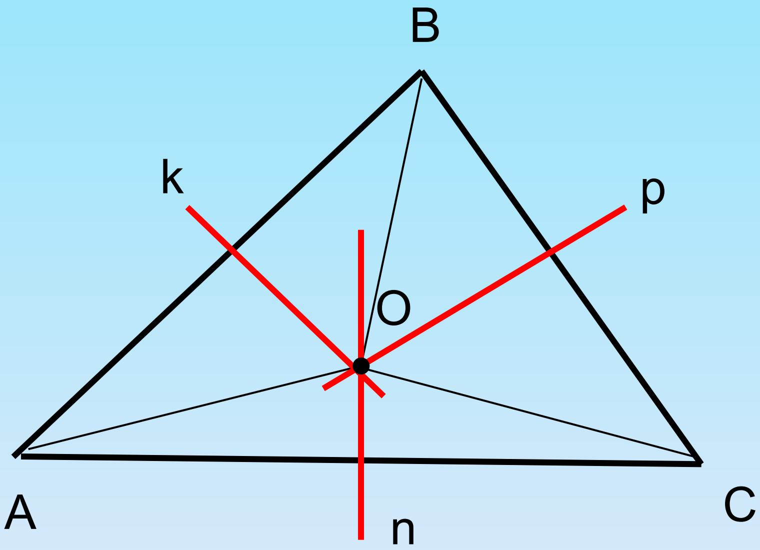


Дано: △ АВС, АЕ, ВТ – биссектрисы,
О - точка их пересечения

Доказать: СУ – биссектриса △ АВС, О є СУ

Вторая замечательная точка треугольника

Теорема. **Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.**

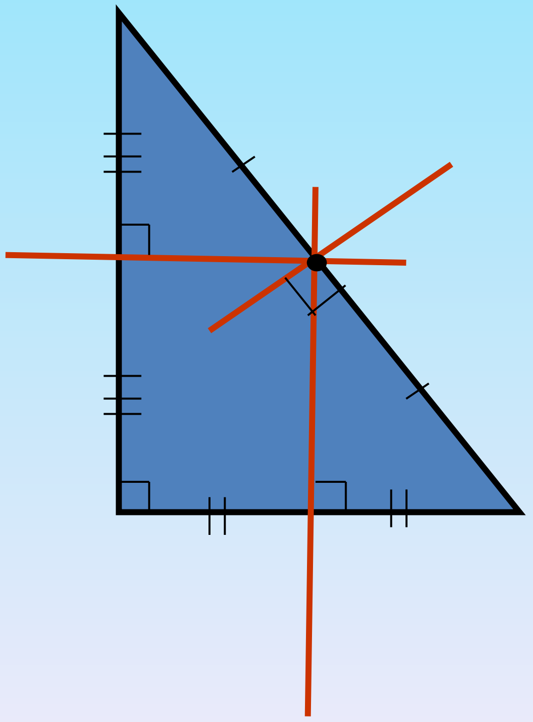


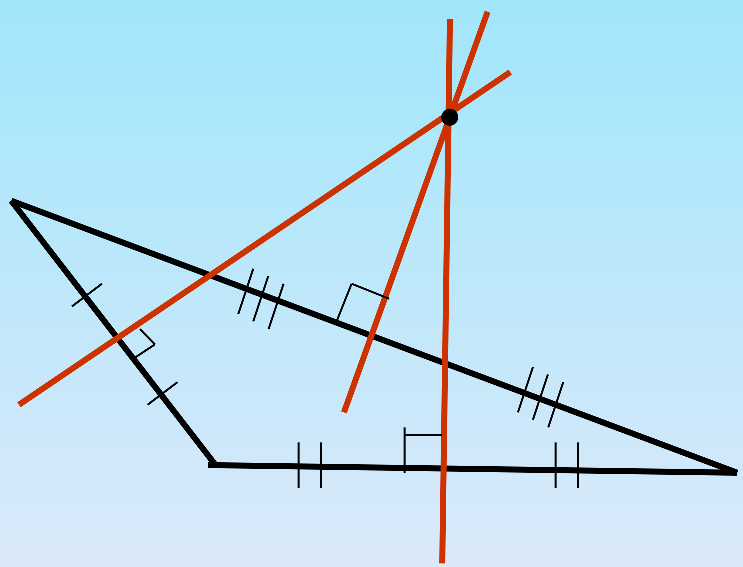
Дано: △ ABC, k,n – серединные перпендикуляры к сторонам треугольника,
O – точка их пересечения

Доказать: p – серединный перпендикуляр к BC, O є p

Вторая замечательная точка треугольника (продолжение)

Ещё возможное расположение:

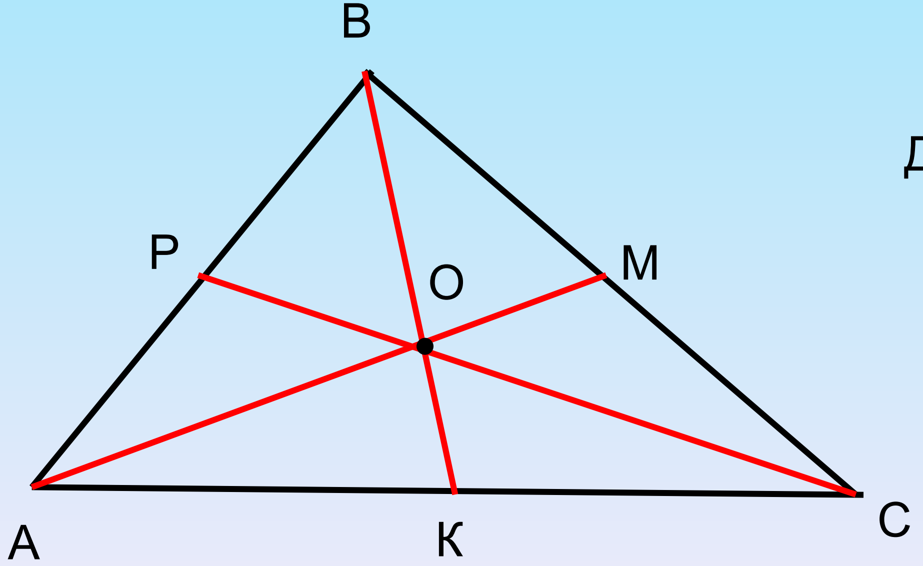




Третья замечательная точка треугольника

Теорема. **Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую в отношении 2: 1, считая от вершины.**

(центр тяжести треугольника – центроид)

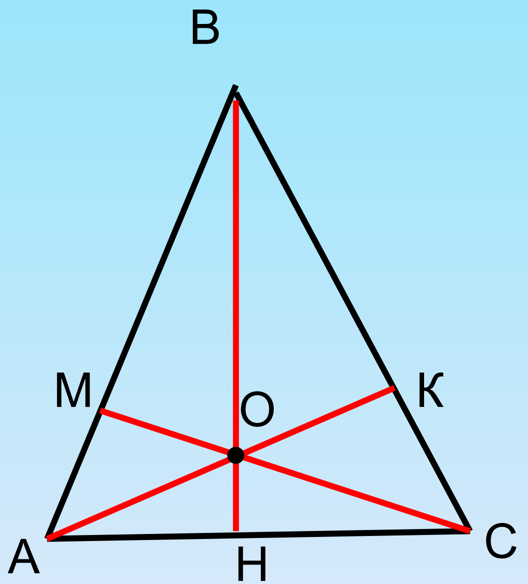


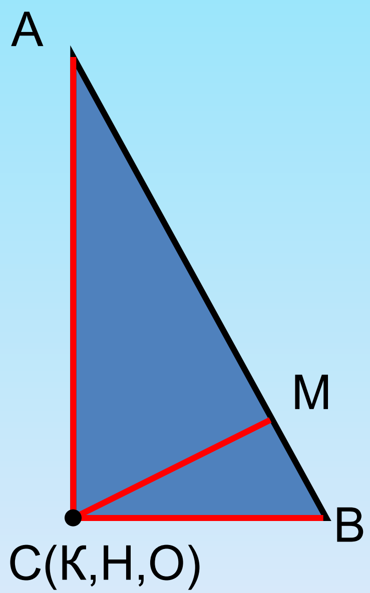
Дано: △ ABC, AM,BK,CP - медианы

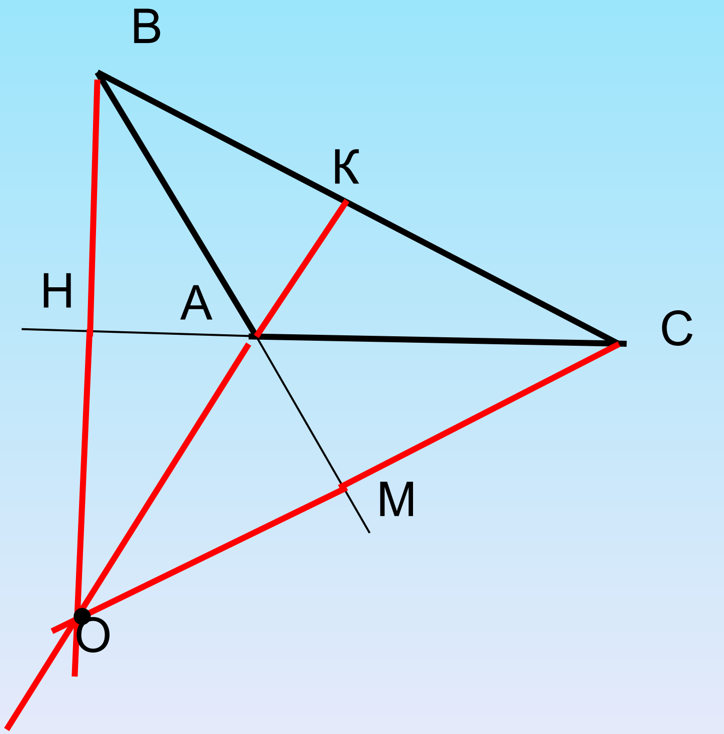
Доказать: AM ∩ BK ∩ CP = O

Четвёртая замечательная точка треугольника

Теорема. **Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке**(**ортоцентр**).





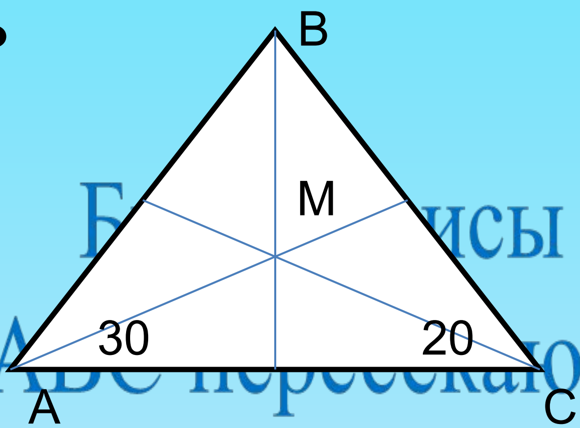


Дано: △ ABC, AK, BH, CM - высоты

Доказать: O – точка пересечения высот или их продолжений.

Задача 1

- Биссектрисы углов А и С треугольника АВС пересекаются в точке М. Найдите угол АВМ, если $\angle MAC = 30°, \angle MCA = 20°$

- 

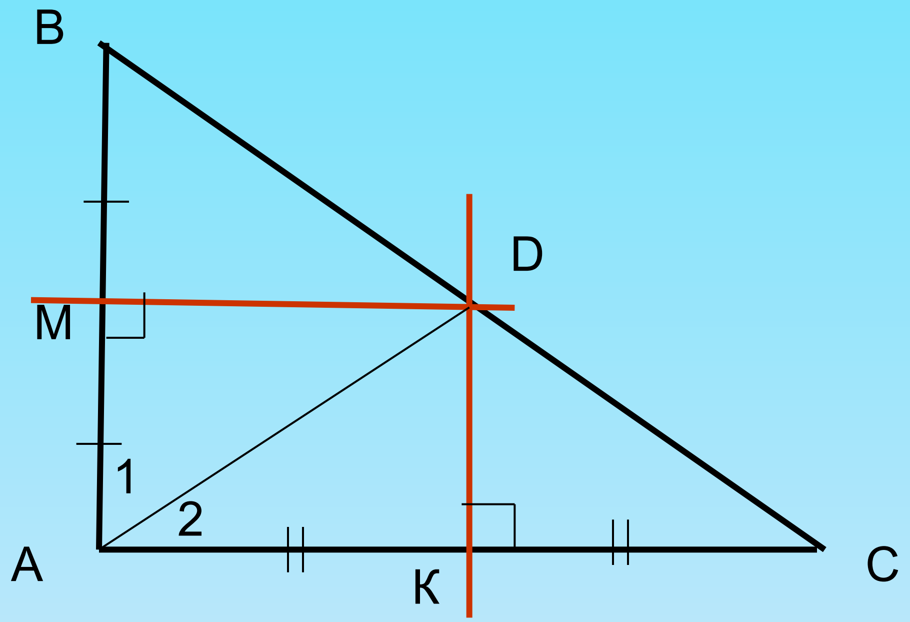
Биссектрисы углов А и С треугольника АВС пересекаются в точке М. Найдите угол АВМ, если $\angle MAC = 30°, \angle MCA = 20°$

Решение:

-

Биссектрисы углов А и С треугольника АВС пересекаются в точке М. Найдите угол АВМ, если $\angle MAC = 30°, \angle MCA = 20°$

Задача 2



Дано: $\triangle ABC$, $AM = BM$, $MD \perp AB$, $AK = KC$, $DK \perp AC$, D є BC.

Доказать: D - середина BC, $\angle A = \angle B + \angle C$.

Доказательство:

а)

$AM = BM$, $MD \perp AB$, D є BC по условию, значит, $BD = AD$

$AK = KC$, $DK \perp AC$, D є BC по условию, значит, $AD = DC$

$\Big\}$ $BD = DC$,

следовательно, D – середина BC.

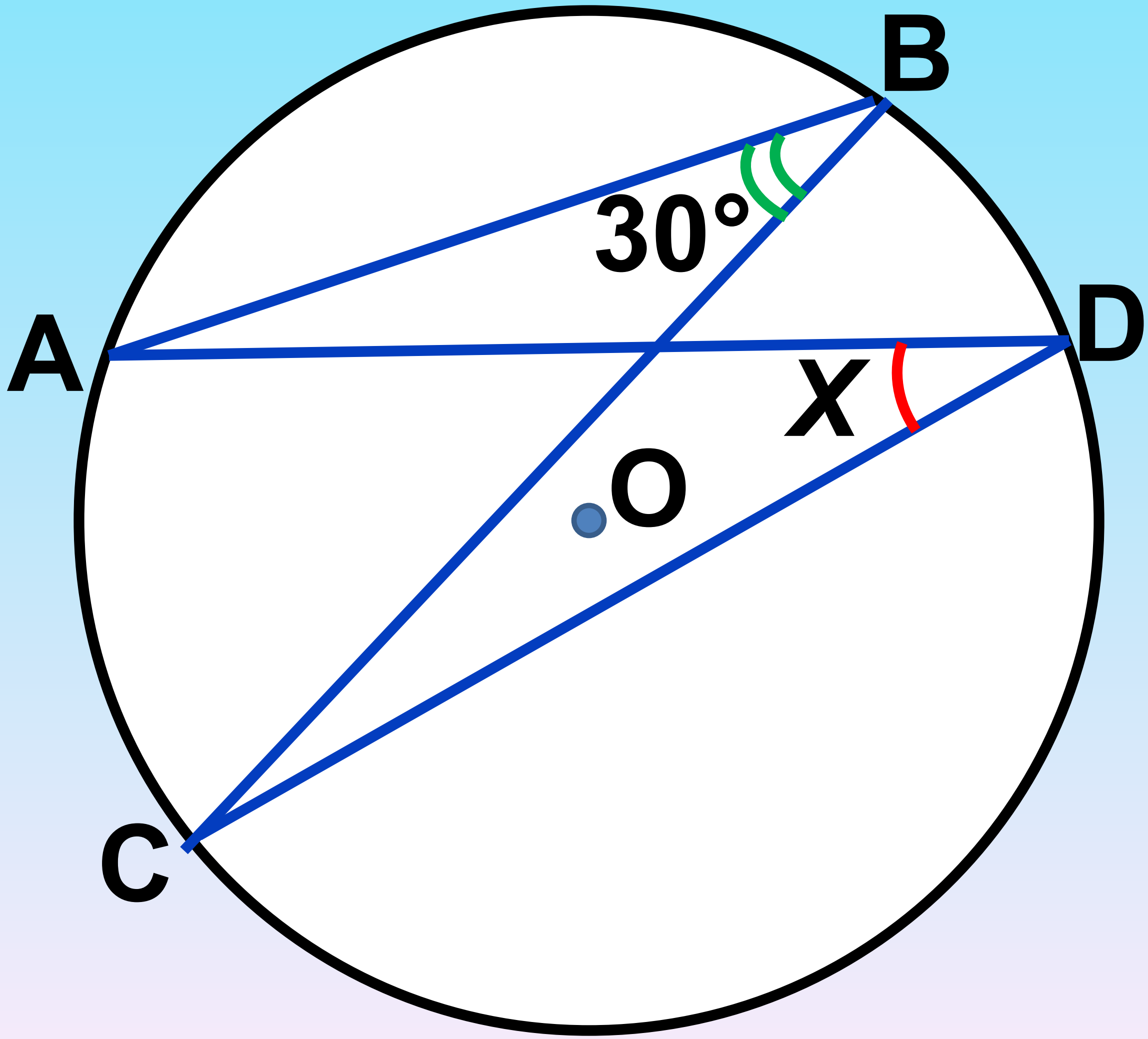
б) По доказанному $BD = AD$ и $AD = DC$, значит, треугольники ABD и ACD – равнобедренные, поэтому $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle C$.

$\angle BAC = \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$, что и т. д.

Домашнее задание

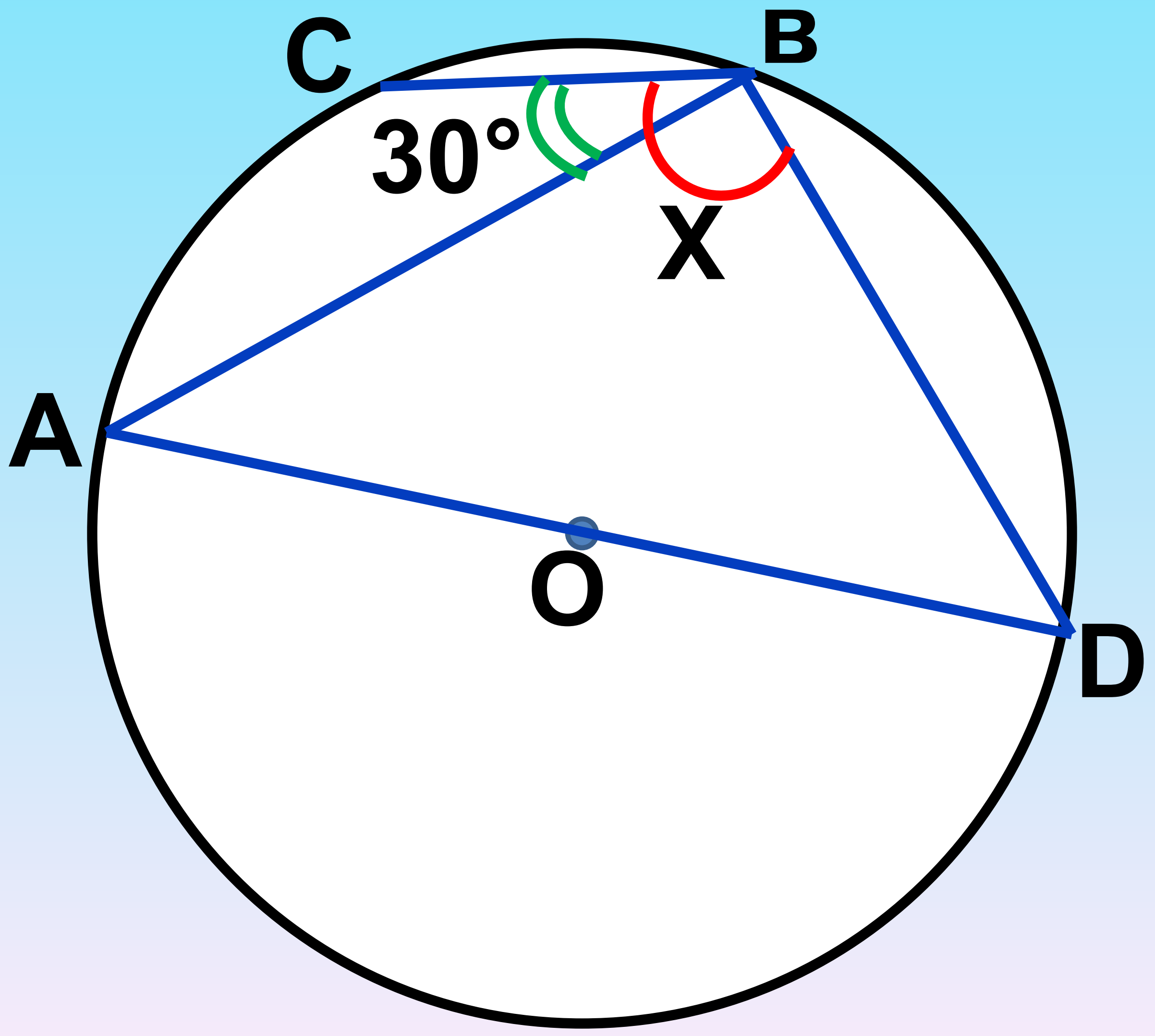
Найдите *X*

№1



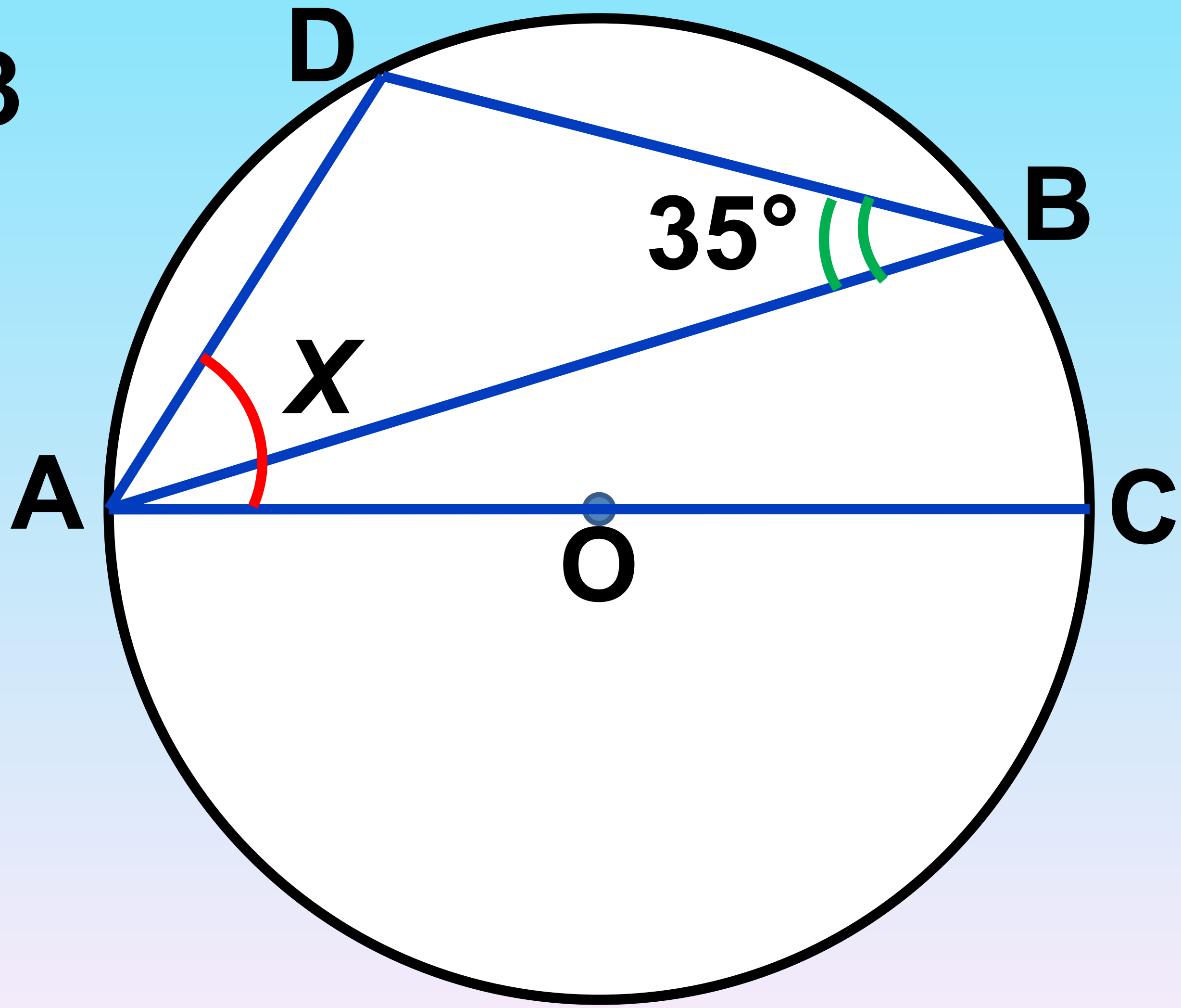
Найдите *X*

№2



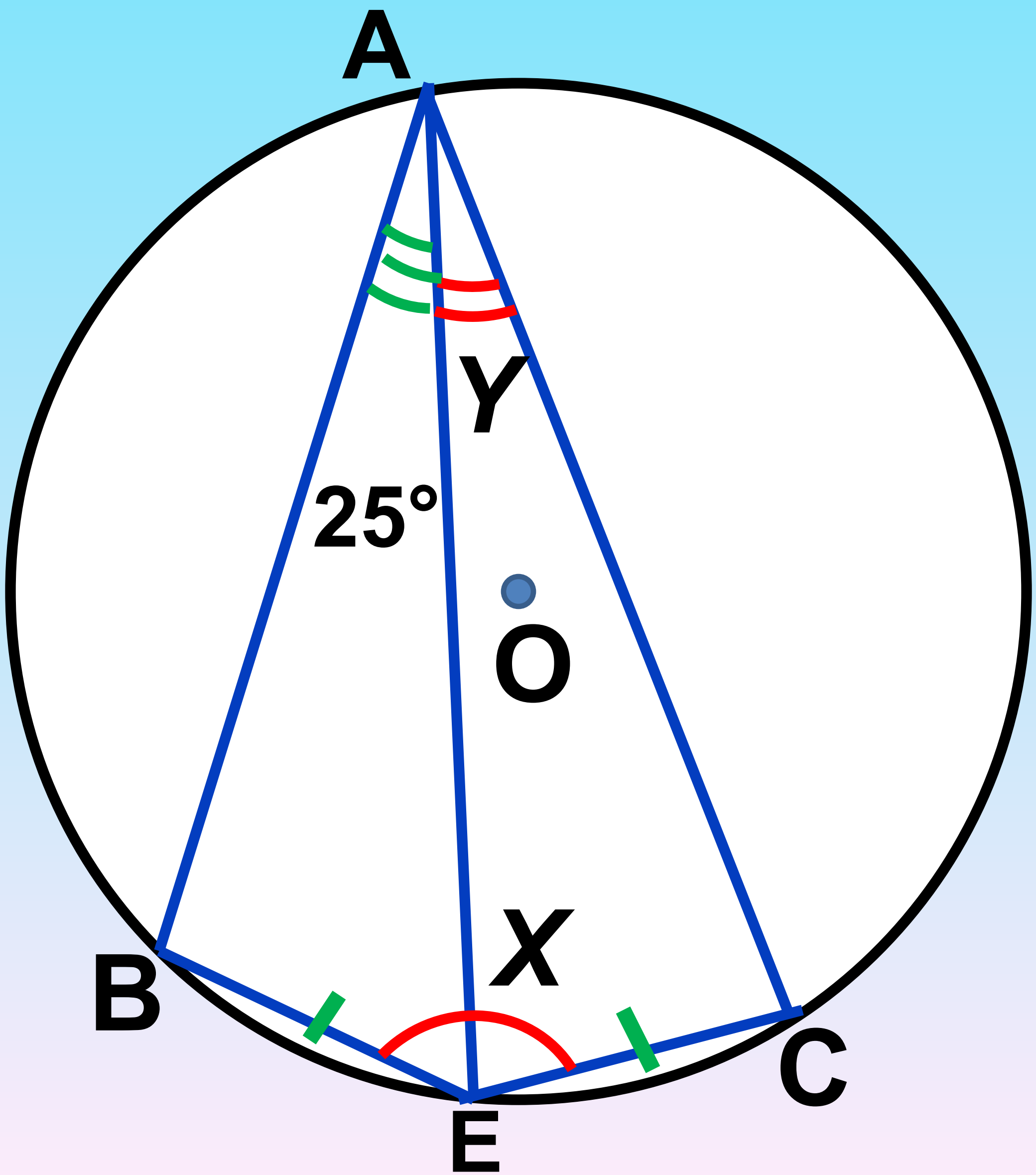
Найдите *X*

№3



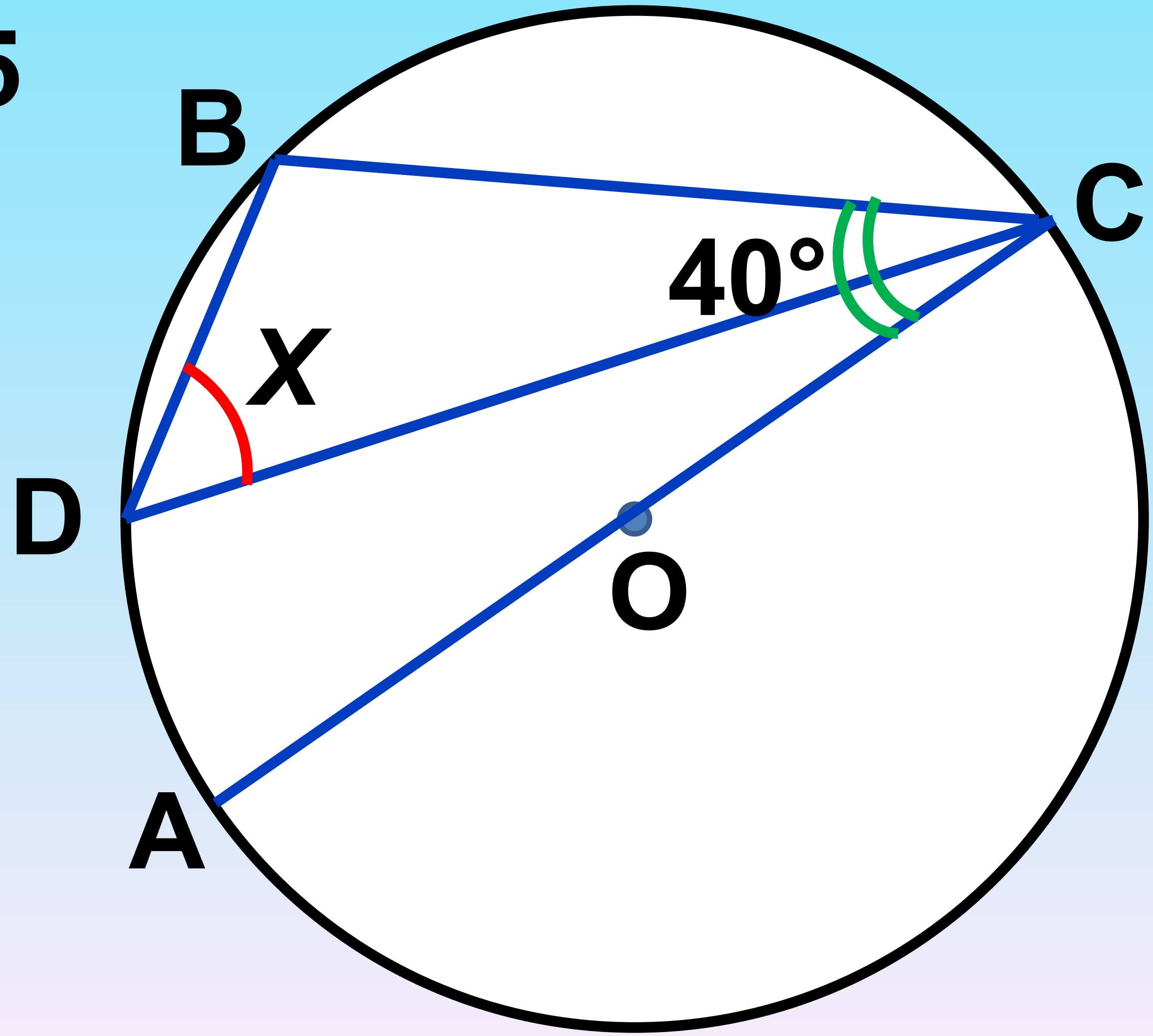
Найдите *X* и *Y*

№4



Найдите *X*

№5



Найдите X

№6