

## *Тарау II.*

**Хабарлардың, сигналдардың және бөгеттердің математикалық үлгілері.**

## *Дәріс 3.*

**Сигналдың корреляциялық функциясы және энергетикалық спектрі.**

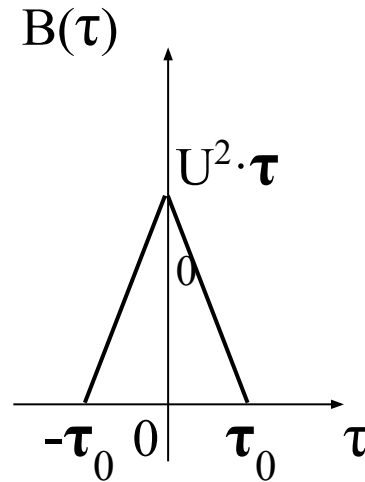
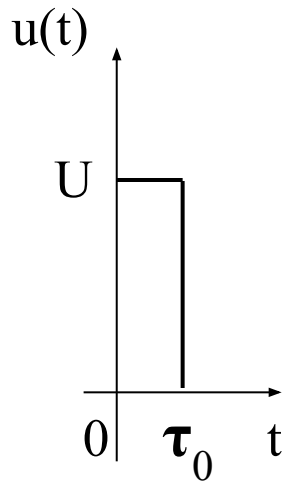
**Баркер сигналдары.**

**Сигналдың автокорреляциялық функциясы (АКФ)** - бұл  $u(t)$  сигналдың және оның  $u(t-\tau)$  уақытта жылжыған көшірмесінің арасындағы өзара байланысын (немесе айырмашылығын) сипаттайтын, олардың скалярлық көбейтіндіне тең функция.

Үзіліссіз сигналдың **АКФ**:

$$B(\tau) = (u(t) \cdot u(t-\tau)) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot u(t-\tau) \cdot dt$$

Тік бұрышты бейне импульстің (аналогтық сигналдың)  
автокорреляциялық функциясы.



$$u(t) = \begin{cases} U, & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ 0, & t > \tau_0 \text{ и } t < 0 \end{cases}$$

$$B(\tau) = \begin{cases} U^2 \cdot \tau_0 \cdot [1 - |\tau|/\tau_0], & |\tau| \leq \tau_0 \\ 0, & |\tau| > \tau_0 \end{cases}$$

Дискреттік (цифрлық) сигналдың АКФ:

$$B(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} e_i \cdot e_{i-n}$$

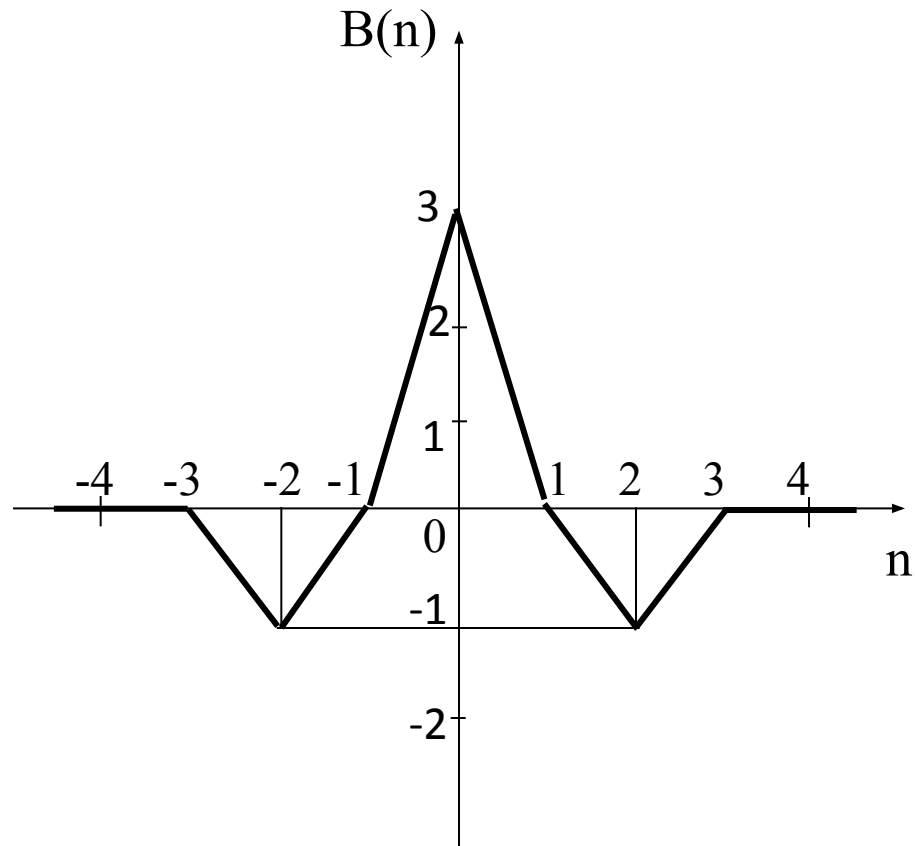
мұндағы  $e$ - дискреттік сигналдың элементі;

$n$ - неше элементке сигналдың көшірмесі жылжыды.

$u(t)=\{1,-1,-1\}$  цифрлық сигналдың АКФ-ты есептеу.

n=0	n=1	n=2	n=3	
$\begin{array}{r} 1 \ -1 \ -1 \\ 1 \ -1 \ -1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \ -1 \ -1 \ 0 \\ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ \hline 0 \ -1 \ 1 \ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ \hline 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ \hline 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$	
B(0)=3	B(1)=0	B(2)=-1	B(3)=0	
	n= -1	n= -2	n= -3	B(n)={0,-1,0,3,0,-1,0}
	$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \\ \hline 0 \ -1 \ 1 \ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \\ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$	
	B(-1)=0	B(-2)=-1	B(-3)=0	

$u(t) = \{1, -1, -1\}$  цифрлық сигналдың АКФ-тың графигі.



Егер  $\tau=0$  ( $n=0$ ), онда АКФ сигналдың энергиясына тең болады:

$$B(0)=(u(t) \cdot u(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) \cdot dt = E; \quad B(0) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^2_i = E.$$

АКФ-тың қасиеттері:

-  $B(\tau) = B(-\tau)$ ;  $B(n) = B(-n)$  - жұп функциясы;

-  $|B(\tau)| \leq B(0) = B_{\max} = E$ .

АКФ- орта оң максимумы бар симметриялық қисығы.

Бұл азаятын функция, немесе амплитудасы азаятын тербелісті функция.

Оның мәні сигналдың энергиясынан аспайды.

**Сигналдардың өзара корреляциялық функциясы (ӨКФ)-**  
 $u_1(t)$  сигналдың және уақытта жылжыған  $u_2(t-\tau)$  сигналдың арасындағы өзара байланысын (немесе айырмашылығын) сипаттайтын, олардың скалярлық көбейтіндіне тең функция.

**Үзіліссіз сигналдардың ӨКФ:**

$$B_{1,2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (u_1(t) \cdot u_2(t-\tau)) \cdot dt$$

**Дискреттік (цифрлық) сигналдардың ӨКФ:**

$$B_{1,2}(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} e_{1i} \cdot e_{2(i-n)}$$



Сигналдың энергетикалық спектрі (қуаттың спектрлік тығыздығы) - сигнал қуатының жиілік бойынша үлестірілуін сипаттайтын функция.

$$W(\omega) = |S(\omega)|^2, \text{ В}^2 \cdot \text{с/рад}; [\text{Вт}/(\text{рад/с})]$$

мұндағы  $S(\omega)$ - сигналдың спектрлік тығыздығы,  $\text{В} \cdot \text{с/рад}; [\text{В}/(\text{рад/с})]$

Корреляциялық функция мен энергетикалық спектрі бір бірімен Фурье түрлендіруімен байланысты:

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\omega$$

$$W(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau$$

Нақты сигналдар үшін:

$$B(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} W(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) \cdot d\omega$$

$$W(\omega) = 2 \cdot \int_0^{\infty} B(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) \cdot d\tau$$

$\tau=0$  болған кезде:

$$B(0) = 1/(2\pi) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) \cdot d\omega$$

Корреляциялық функция және энергетикалық спектрі арқылы сигналдың  $T_k$  корреляция интервалын және  $\Delta\omega_{\text{тиім}}$  энергетикалық спектрінің тиімді енін табуға болады:

$$T_k = 1/B_{\text{max}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot d\tau$$

$$\Delta\omega_{\text{тиім}} = 1/W_{\text{max}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) \cdot d\omega$$

Дискреттік сигналдың жақсы корреляциялық қасиеттері дегені- егер оның автокорреляциялық функциясының өте үлкен орта жапырағы және өте аласа бүйір жақ жапырақтары болса және басқа сигналдармен өзара корреляциялық функцияның мәні төмен болса

**Баркер сигналдар (кодтар)**- бұл ең жақсы корреляциялық қасиеттері болатын екілік сигналдар (кодтың кодтық комбинациялар).

Оның бүйір жақ жапырақтарының мәндері орта жапырағының мәнінен  $1/N$  бөлігін аспайды.

Мұндағы  $N$ - кодтық комбинациядағы элементтердің саны.

## Баркер сигналдардың түрлері

N	Сигналдың түрі	АКФ
3	1, 1,-1	3, 0,-1
4	1, 1, 1, -1	4, 1, 0,-1
4	1, 1, -1, 1	4,-1, 0, 1
5	1, 1, 1, -1, 1	5, 0, 1, 0, 1
7	1, 1, 1, -1,-1, 1,-1	7, 0, -1, 0,-1, 0,-1
11	1, 1, 1,-1, -1,-1, 1, -1,-1, 1, -1	11,0,-1, 0,-1, 0,-1,0,-1, 0,-1
13	1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1,-1,1	13, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1