

Лекция 4 .
Механика жидкостей и газов.
Биомеханика. Акустика

Лектор. Войтик В. В.



Механика жидкостей и газов

1. Понятие давления. Силы давления в жидкости. Линии и трубка тока. Линейная и объемная скорости стационарного движение идеальной несжимаемой жидкости.
2. Уравнение неразрывности струи. Уравнение Бернулли (вывод). Следствия: трубка Пито, уравнение Торричелли, всасывающее действие струи.
3. Закон Ньютона для внутреннего трения. Вязкость жидкости. Физический смысл динамического коэффициента вязкости. Ньютоновские и неньютоновские жидкости.
4. Формулы Пуазейля для вязкой жидкости. Метод Стокса для определения вязкости (вывод).
5. Ламинарный и турбулентный режимы течений жидкостей и газов. Число Рейнольдса.

Понятие давления

Давление – это отношение силы F , которая действует на поверхность тела перпендикулярно ей, к площади S этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S}$$

В единицах СИ давление измеряется в паскалях (Па),
Во внесистемных единицах: в миллиметрах ртутного столба

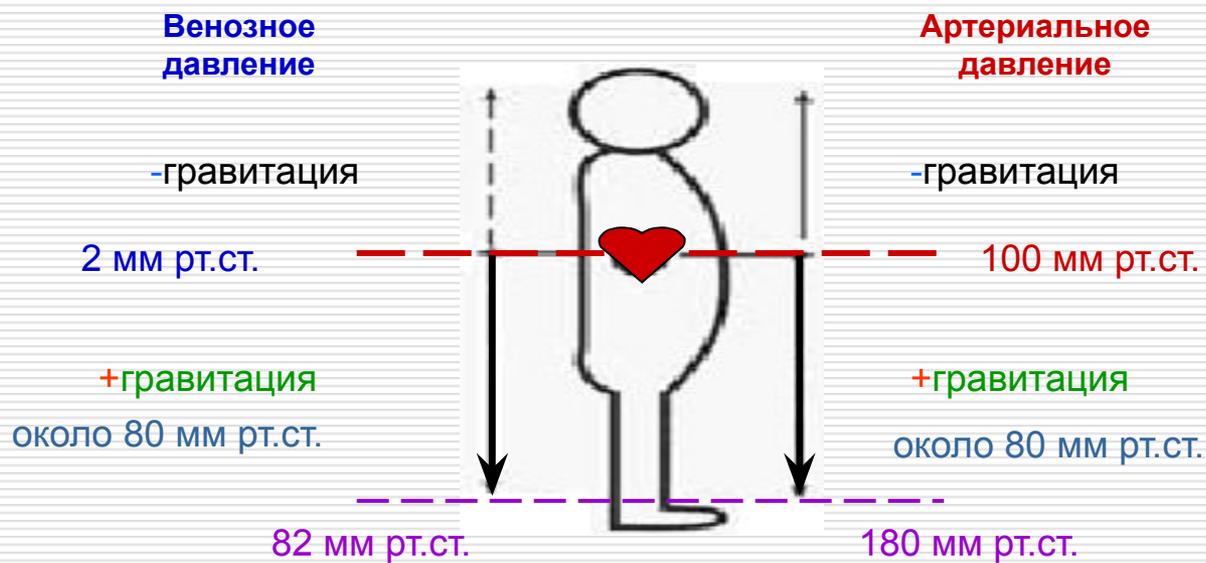
мм.рт.ст. ≈ 133 Па

в физических атмосферах

атм $\approx 1,035 \cdot 10^5$ Па ≈ 760 мм.рт.ст.

Кровяное давление у человека:
80-120 мм рт. столба

Влияние гравитации



Гравитация увеличивает давление на 80 мм ртутного столба на уровне лодыжек ног по сравнению с уровнем сердца

3
+2

Основные понятия гидродинамики

- **Гидродинамика** – наука **о течении** различных **жидкостей**. Основная задача гидродинамики – установить законы, которые определяют это течение.
- Для изучения законов течения используется **слоистая модель** жидкости: **реальная текущая жидкость** упрощённо представляется **в виде набора слоёв**, текущих друг над другом с разной скоростью **v** .
- Слои характеризуются **линиями тока** и **трубками тока**.

Основные понятия гидродинамики

(продолжение)

- **Линия тока** – это линия, касательные к которой в каждой точке совпадают с направлением вектора скорости частиц жидкости в этой точке (Рис.1а).
- **Трубка тока** – это область жидкости, ограниченная по бокам линиями тока, а спереди и сзади секущими плоскостями, перпендикулярными направлению вектора скорости \mathbf{v} (Рис.1б).

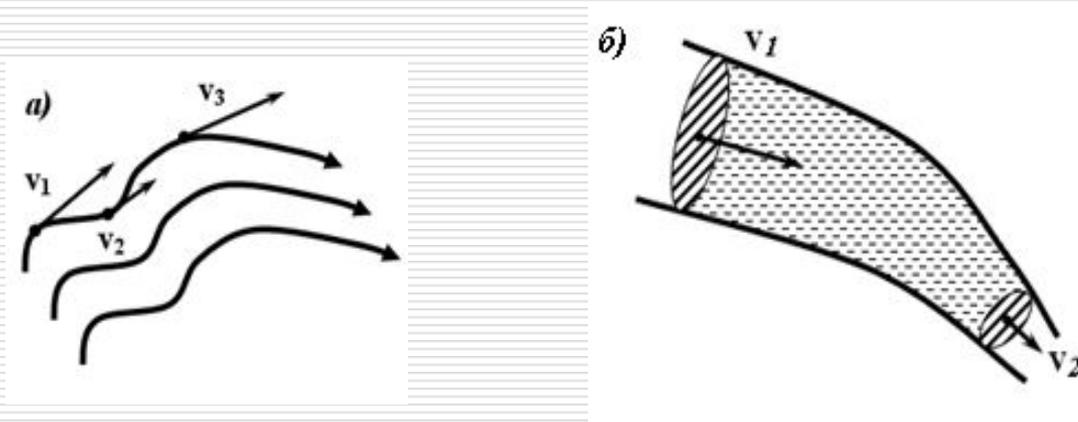
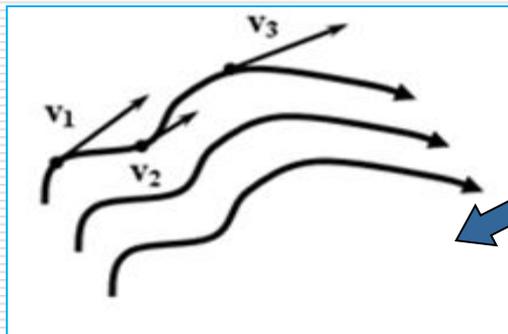
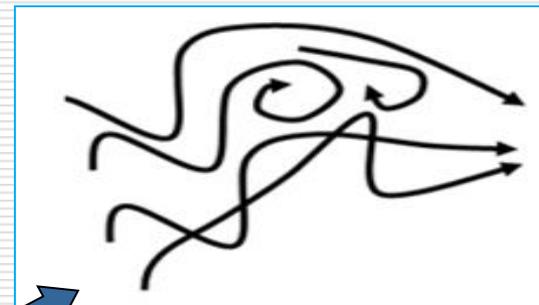
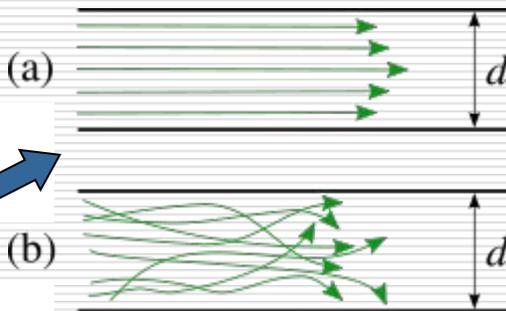


Рис.1. Пояснение понятий «**линия тока**» (а) и «**трубка тока**» (б).

Виды течения



Ламинарное течение



Турбулентное течение

течение жидкости, при котором **слои** жидкости

неразрывны и не перемешиваются.

При этом линии тока тоже непрерывны и не пересекаются

течение жидкости, при котором **слои** жидкости **перемешиваются и претерпевают разрывы**, изменяющиеся со временем, в движущейся жидкости **возникают завихрения**, а скорость её частиц хаотически **изменяется**

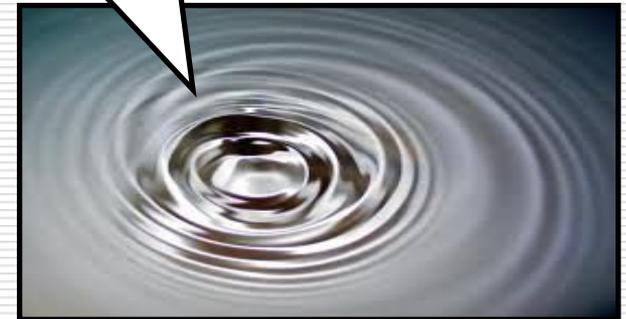
Пример различия между ламинарным и турбулентным течением

Ламинарное течение

Турбулентное течение

Кучевые облака, которые плывут по небу слоями

Вода в отверстии течёт с перемешиванием слоев и завихрениями



Подводная лодка идет в надводном положении

Впереди – **ламинарное течение**, позади (буруны) – **турбулентное течение**

Характеристики течения

Линейная скорость
для равномерного движения

$$v = \frac{L}{t}$$

Путь L , проходимый частицами жидкости в
единицу времени t

$$[v] = \frac{M}{c}$$

Объемная скорость
(или **ежесекундный** расход
жидкости)

$$Q = \frac{V}{t}$$

Объем жидкости V , протекающий через некоторое
сечение в единицу времени t

$$[Q] = \frac{M^3}{c}$$

Связь между линейной и объемной скоростями течения жидкости

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{S \cdot L}{t} = \frac{S \cdot v \cdot t}{t} = vS$$

S – площадь поперечного сечения трубы;

L – длина трубы

$$Q = vS$$

- Жидкость бывает **идеальная** и **реальная**.
- **Идеальная жидкость** – абсолютно **несжимаемая** и **невязкая жидкость**.

Условие неразрывности струи в гидродинамике

Выделим в трубке тока участки с площадью поперечного сечения S_1 и S_2 .

В пределах этих сечений скорости частиц жидкости направлены перпендикулярно выделенным площадкам и равны по величине v_1 и v_2 соответственно.

□ Жидкость идеальная, т.е. абсолютно несжимаемая, значит объёмы жидкости V_1 и V_2 , протекающей через выделенное сечение за одно то же время t , одинаковы.

□ Это позволяет записать равенство:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 v_1 t = S_2 v_2 t$$

□ Сокращаем на t :

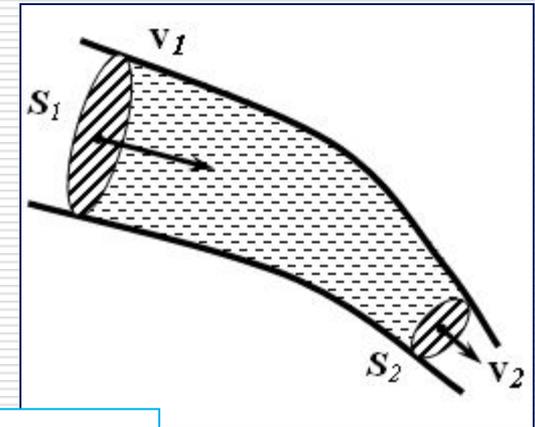
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

условие неразрывности струи

В гидродинамике формулируется так: при ламинарном течении жидкости произведение площади сечения S участка, через который она протекает, на её линейную скорость v является постоянной величиной:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{или} \quad Sv = \text{const.}$$

Но $Sv = Q$, а значит условие неразрывности струи: $Q = \text{const}$

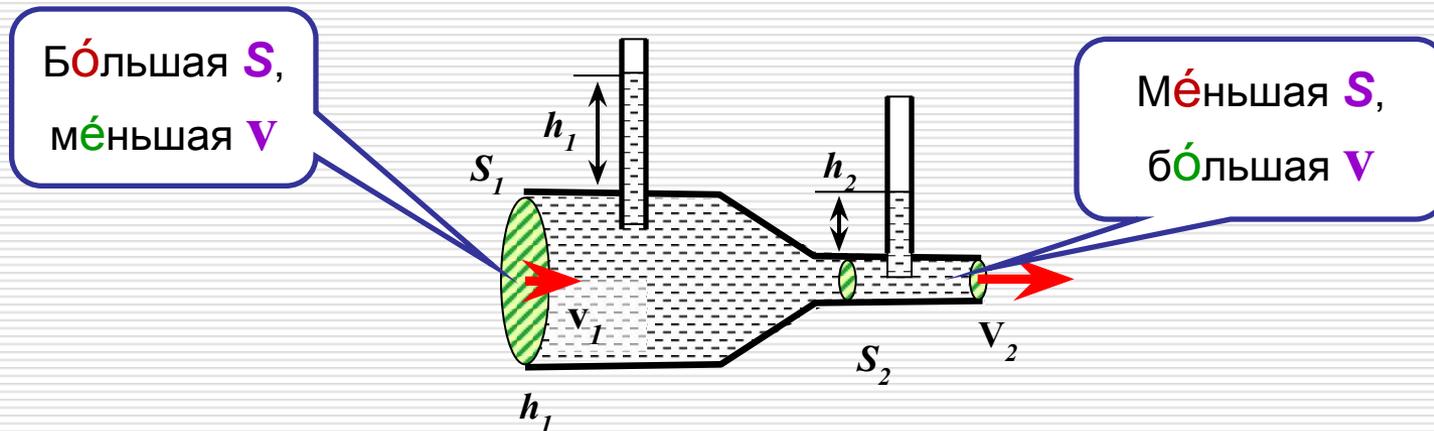


Следствие из условия неразрывности струи

Из условия непрерывности струи:

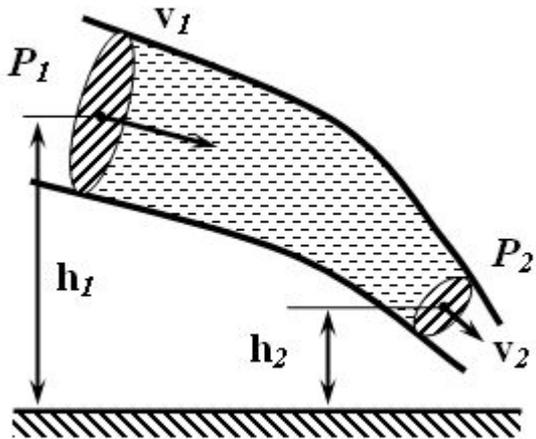
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Поскольку S_1 на рисунке **больше** S_2 , то v_1 **меньше** v_2 .



Вывод: в узких местах жидкость течёт **быстрее**, чем в широких местах.

Уравнение Бернулли



Следует из закона сохранения энергии в движущейся идеальной жидкости

- Рассмотрим трубку тока идеальной жидкости, в которой выделим два сечения площадью S_1 и S_2 , причём центры этих сечений расположены на высотах h_1 и h_2 , отсчитываемых от некоторого нулевого уровня.
- Линейные скорости частиц жидкости в этих сечениях обозначим v_1 и v_2 .
- Силы, обуславливающие течение жидкости (созданные насосом или работой сердца), оказывают давление p_1 и p_2 на торцах объёма жидкости между этими сечениями.

- При стационарном течении идеальной жидкости изменение её полной энергии $\Delta E_{\text{полн}}$ равно работе внешних сил (сил давления, создаваемых насосом – сердцем):

$$\Delta E_{\text{полн}} = \Delta p V = (p_1 - p_2) V$$

или

$$E_{\text{полн}2} - E_{\text{полн}1} = (p_1 - p_2) V$$

Причем:

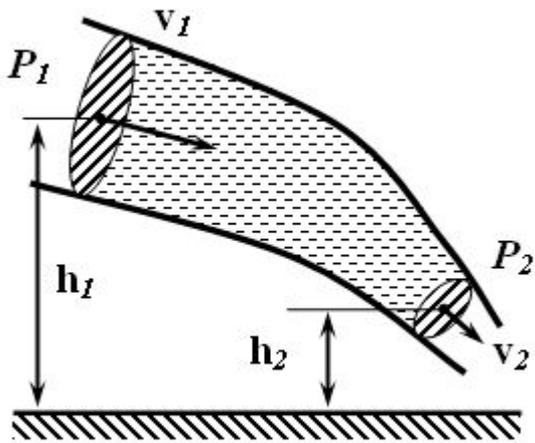
$$E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$$

- где $E_{\text{кин}}$ – кинетическая энергия жидкости:
- $E_{\text{пот}}$ – потенциальная энергия, обусловленная расположением жидкости на высоте h :

$$E_{\text{пот}} = mgh$$

Уравнение Бернулли (продолжение)



Тогда в развёрнутом виде:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + p_1 V_1 + m_1 g h_1 = \frac{m_2 v_2^2}{2} + p_2 V_2 + m_2 g h_2$$

- Жидкость несжимаемая, поэтому $v_1 = v_2 = v$.
- Массы жидкости одинакового объёма V также одинаковы:

$$m = \rho V \Rightarrow m_1 = m_2 = m$$

где ρ – плотность жидкости.

- Разделим правую и левую часть формулы на объём жидкости V :

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g h_2$$

или

$$\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h = \text{const}$$

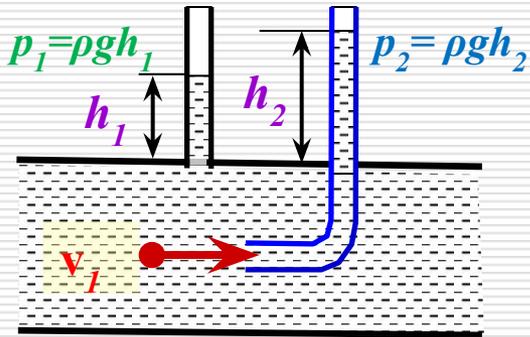
Эта формула называется уравнением Бернулли и звучит так:

полное давление в жидкости (сумма разнопричинных давлений) является постоянной величиной.

- Слагаемые:
- 1) $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамическое давление $P_{\text{дин}}$, обусловленное движением жидкости;
 - 2) p – статическое давление $P_{\text{ст}}$, не связанное с движением жидкости (оно может быть измерено, например, манометром, движущимся вместе с жидкостью);
 - 3) $\rho g h$ – гидростатическое (весовое) давление $P_{\text{гс}}$.

Следствия из уравнения Бернулли

1. Метод трубки Пито для измерения скорости течения жидкости



$$p_2 = \rho g h_2 = \rho g h_1 + \rho v^2 / 2$$

Рассмотрим течение жидкости по горизонтальной трубе:

В неё опущены две стеклянные трубки малого сечения, причем плоскость поперечного сечения первой параллельна направлению скорости движения жидкости \mathbf{v} , а другая (трубка Пито) изогнута так, что плоскость сечения изогнутой части перпендикулярна направлению скорости течения.

- Подъем жидкости в прямой трубке на высоту h_1 обусловлен лишь статическим давлением p_c , которое можно определить по формуле: $p_1 = \rho g h_1$.
- В трубке Пито жидкость поднимается на **большую** высоту h_2 : полное давление p_2 , обусловлено наличием как статического p_c так и динамического $p_{\text{дин}}$ давлений: $p_2 = p_c + p_{\text{дин}}$.

- Раз течение происходит горизонтально ($h_1 = h_2$), то весовое давление p_{gc} не учитывается:

- Из формулы находим линейную скорость жидкости:

Частный случай - формула Торичелли ($h_1 = 0$)

$$P_a \quad \frac{v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$

$$v = \sqrt{2gh_2}$$

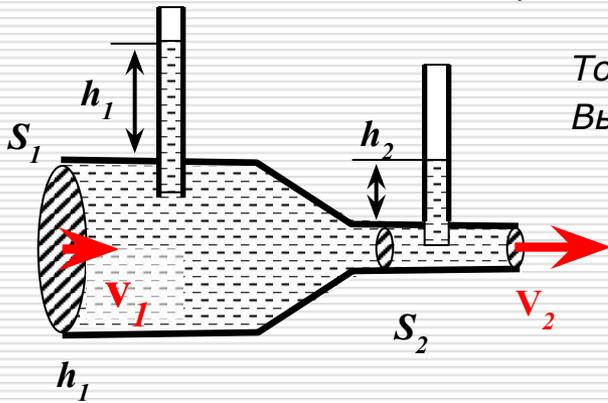
Вывод: с помощью трубки Пито можно определить скорость течения жидкости. Недостатки:

- 1) способ **инвазивный** (нарушается целостность трубы),
- 2) диаметр сосуда не может быть очень маленьким, чтобы была возможность ввести обе стеклянные трубочки.

Следствия из уравнения Бернулли

2. Всасывающее действие струи

Рассмотрим течение жидкости **по горизонтальной трубе переменного сечения:**



Тогда **весовое давление** $p_{гс}$ не учитывается.

Выделим два участка с площадью поперечного сечения S_1 и S_2 , причём пусть $S_1 > S_2$.

Статические давления p_1 и p_2 в этих сечениях могут быть определены по высотам подъёма жидкости h_1 и h_2 в капиллярных трубках.

Уравнение Бернулли для данного случая:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

Из условия непрерывности струи: $S_1 > S_2$, то $v_1 < v_2$. Тогда

Тогда из уравнения Бернулли следует: $\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$

$$\frac{\rho v_1^2}{2} < \frac{\rho v_2^2}{2}$$

$$\longrightarrow p_1 > p_2$$

Статическое давление p_1 в более широкой части трубки **большее**, чем статическое давление p_2 в её узкой части.

Если сужение значительно, то $v_2 \gg v_1$, **статическое давление** p_2 резко уменьшается и может стать ниже атмосферного $p_{атм}$.

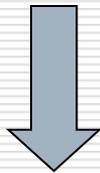
Воздух будет засасываться через отверстие в месте расположения сужения.

Вывод: в узких местах давление станет **меньше**, чем в широких местах.

Вязкость жидкости

Между слоями реальной жидкости при их движении **появляются силы трения**, которые **направлены по касательным** к поверхности перемещаемых слоёв.

Силы трения определяют **вязкость жидкости**



Наличие сил **внутреннего трения** в жидкости приводит к тому, что **различные слои жидкости движутся с различными скоростями**.

Вязкость или внутреннее трение – свойство жидкости **сопротивляться движению** из-за возникновения сил трения между слоями движущейся жидкости.

Различные слои движутся с различными скоростями.

Реальная жидкость является вязкой и при нормальном давлении практически несжимаемой.

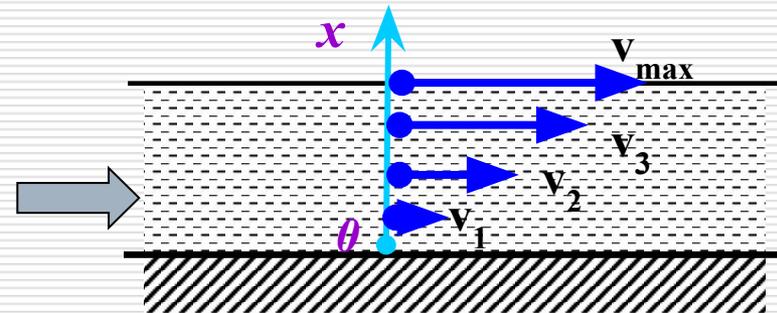
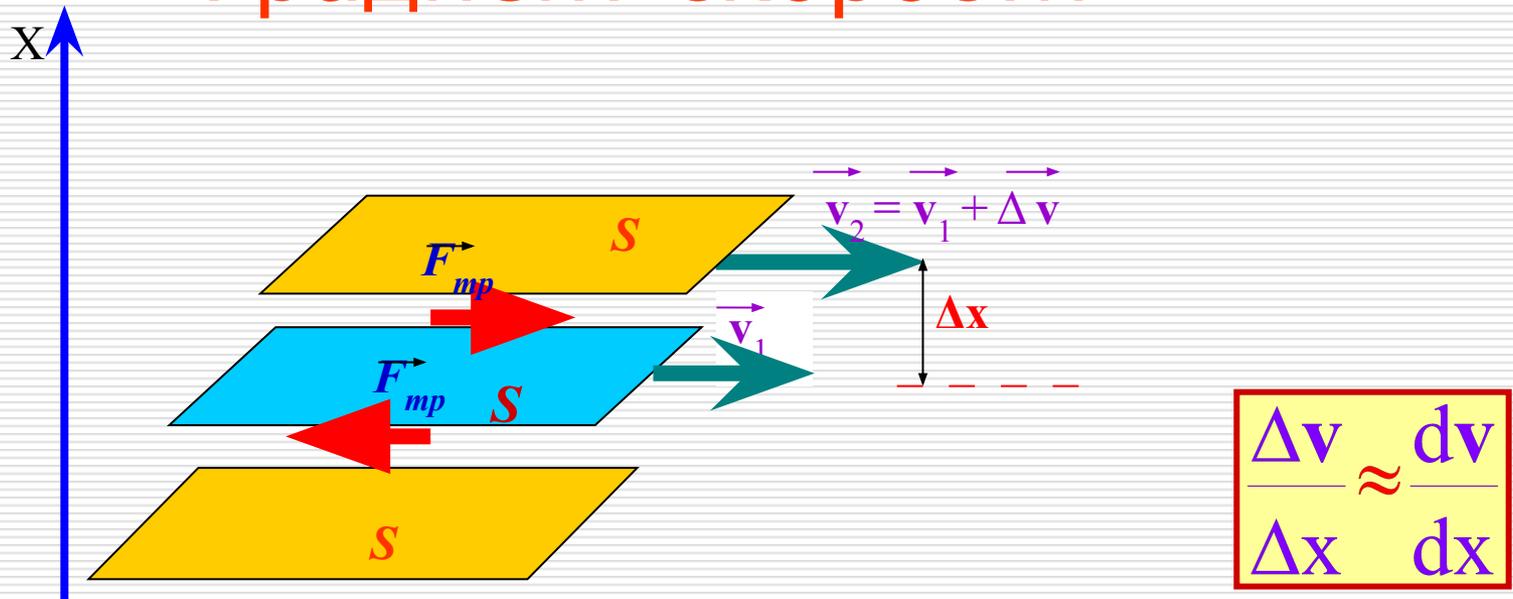


Рис.8. Слои на разной высоте x над дном (неподвижной плоскостью, относительно которой определяется положение слоев), движутся с разной скоростью.

Градиент скорости

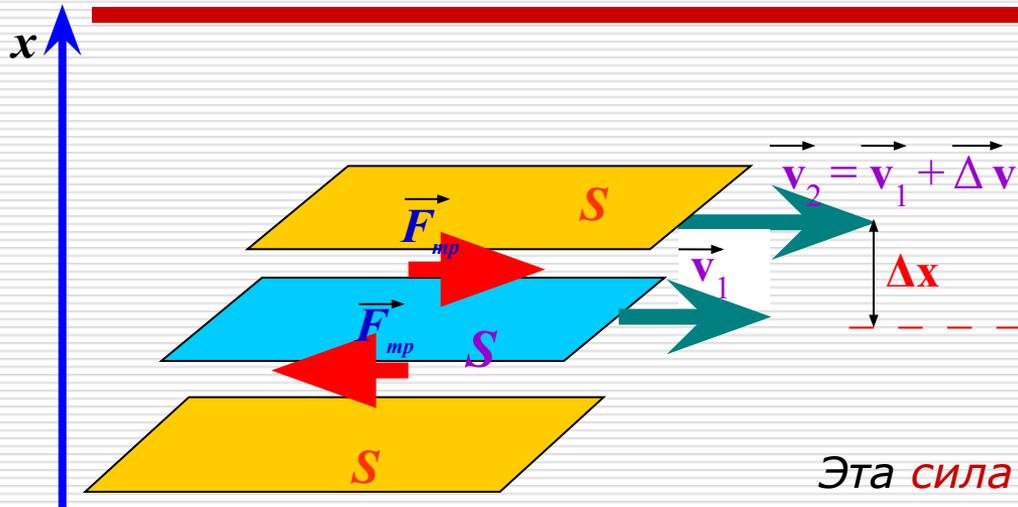


Скорость слоёв меняется в зависимости от высоты x (по оси Ox). Различие в скорости движения слоёв характеризуется **градиентом скорости** dv/dx (или $grad\ v$).
Физический смысл градиента скорости – это **быстрота изменения скорости v с увеличением высоты x** (вдоль оси Ox).

$$\vec{grad}_x v = \frac{dv}{dx}$$

$$[grad_x v] = c^{-1}$$

Закон Ньютона для вязкой жидкости



Между **соседними слоями** движущейся жидкости действует **сила внутреннего трения**, направленная **по касательной** к границе между слоями **против** движения слоёв.

Эта сила внутреннего трения равна:

Закон Ньютона для
вязкой жидкости

$$\vec{F}_{тр} = \eta \cdot S \cdot \frac{d\vec{v}}{dx}$$

- S – площадь, по которой *два слоя соприкасаются* друг с другом,
- $\frac{d\vec{v}}{dx}$ – *градиент скорости* (векторная величина),
- η (буква называется «*эта*») – *коэффициент динамической вязкости* или *коэффициент внутреннего трения жидкости*. Его часто называют просто «*вязкость жидкости*».

Физический смысл коэффициента динамической вязкости

Выразим из закона Ньютона для вязкой жидкости коэффициент вязкости:

$$\eta = \frac{\bar{F}_{mp}}{S \cdot \frac{d\bar{v}}{dx}}$$

Жидкость с малой вязкостью

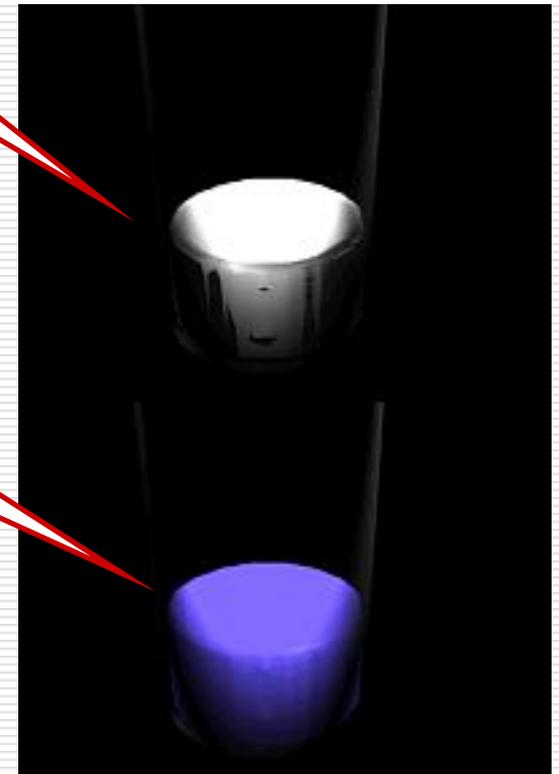
Тело падает в жидкость.
Разница в поведении жидкостей

Физический смысл коэффициента динамической вязкости:

это сила внутреннего трения, возникающая между слоями площадью $S=1 \text{ м}^2$ при градиенте

скорости $\frac{d\bar{v}}{dx} = 1 \text{ с}^{-1}$

Жидкость с большой вязкостью



Коэффициент вязкости η зависит от:

- природы жидкости;
- температуры жидкости.

Единицы измерения вязкости жидкости

СИ	Внесистемные единицы
«Паскаль-секунда» $\text{Па} \cdot \text{с}$	«Пуаз» $1\text{П} = 0,1\text{Па} \cdot \text{с}$
« <u>миллиПаскаль-секунда</u> » $1\text{мПа} \cdot \text{с} = 0,001\text{Па} \cdot \text{с} = 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$	«сантиПуаз» $1\text{сП} = 0,01\text{П} = 0,001\text{Па} \cdot \text{с} = 1\text{мПа} \cdot \text{с}$
$1\text{сПа} = 1\text{мПа} \cdot \text{с}$ «Один сантиПуаз равен одной миллиПаскаль-секунде»	

Почему используют сантипуазы?

- Вязкость воды равна $\eta_{\text{воды}} = 1 \text{ сП}$ ($1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$), а именно с водой удобно сравнивать вязкость других жидкостей **в технике, медицине и биологии**.
- Отношение $\frac{\eta_{\text{жидкости}}}{\eta_{\text{воды}}}$ называется **относительной вязкостью жидкости** (безразмерная величина).

Ньютоновские и неньютоновские жидкости

Все вязкие жидкости делятся на **ньютоновские** и **неньютоновские**.

Ньютоновские жидкости

жидкость, вязкость η которой при постоянной температуре **не зависит** от градиента скорости, т.е. остаётся постоянной при изменении градиента скорости ($\eta = const$).

Для такой жидкости **точно (строго)** выполняется закон Ньютона для вязкости

Примеры ньютоновских жидкостей:
вода, плазма крови, однородные низкомолекулярные растворители

Неньютоновские жидкости

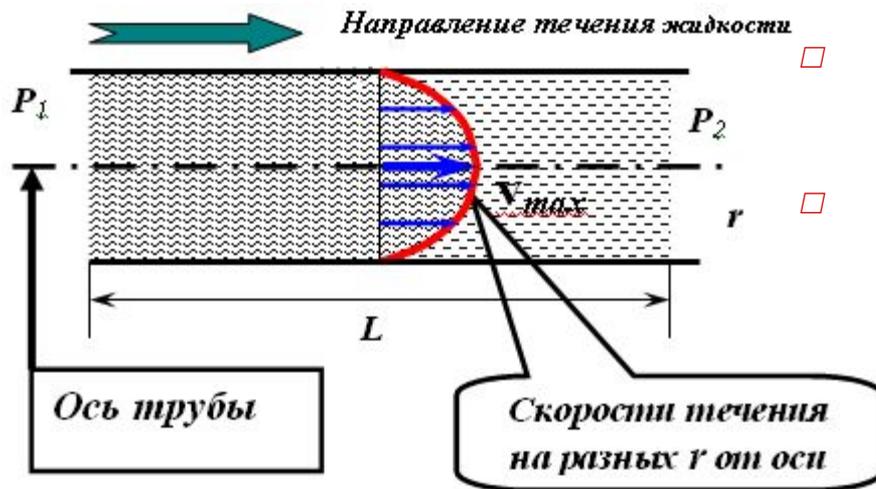
жидкость, вязкость η которой при постоянной температуре **зависит от градиента скорости**, т.е. при изменении градиента скорости коэффициент вязкости η тоже изменяется.

Для такой жидкости закон Ньютона для вязкости **строго не выполняется**

Примеры неньютоновских жидкостей:
эмульсии, суспензии, жидкости, содержащие высокомолекулярные компоненты и форменные элементы.
Типичной неньютоновской жидкостью является кровь.

Формула Пуазейля для течения вязкой жидкости по цилиндрическим трубам

- Рассмотрим систему, состоящую из цилиндрических сосудов разного диаметра.
- Рассмотрим цилиндрическую трубу длины L и радиуса r , по которой под действием разности давлений $p_1 - p_2 = \Delta p$ течёт вязкая ньютоновская жидкость.



Линейная скорость v частиц жидкости разная в разных местах трубы (изображена синими стрелками).

Поэтому для описания течения **полезнее использовать** не линейную скорость v , которая зависит от расстояния от оси сосуда, а **объёмную скорость Q** .

Объём жидкости V , протекающий через трубу за время t (формула Пуазейля):

$$V = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2) \cdot t}{8L\eta}$$

Движение вязкой жидкости по цилиндрической трубе.

Разделим правую и левую часть формулы на t :

$$\frac{V}{t} = Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8L\eta} \quad \text{или} \quad Q = \frac{p_1 - p_2}{X} = \frac{\Delta p}{X}$$

$$X = \frac{8L\eta}{\pi r^4} \quad \text{- гидравлическое сопротивление жидкости.}$$

Формула Гагена-Пуазейля

Переход из ламинарного течения вязкой жидкости в турбулентное

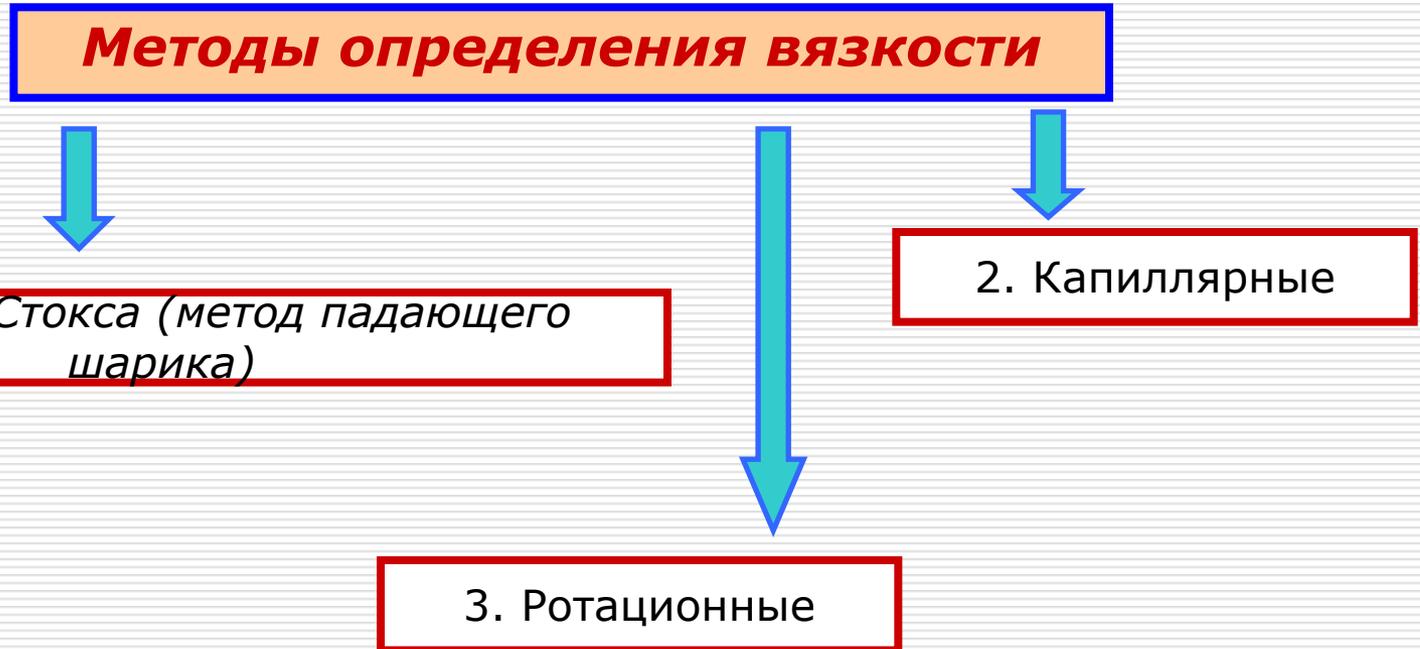
Выше уже говорилось, что течение вязкой жидкости может быть ламинарным или турбулентным.

- Режим течения определяется значением числа Рейнольдса (Re).
- При течении вязкой жидкости по гладкой цилиндрической трубе число Рейнольдса равно:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

 - D – диаметр трубы, ρ – плотность жидкости,
 - v – средняя скорость её течения, η – вязкость жидкости.
- Течение жидкости будет ламинарным, если число Рейнольдса Re будет не больше некоторого критического значения $Re_{кр}$ ($Re \leq Re_{кр}$)
- Течение жидкости становится турбулентным, если $Re > Re_{кр}$

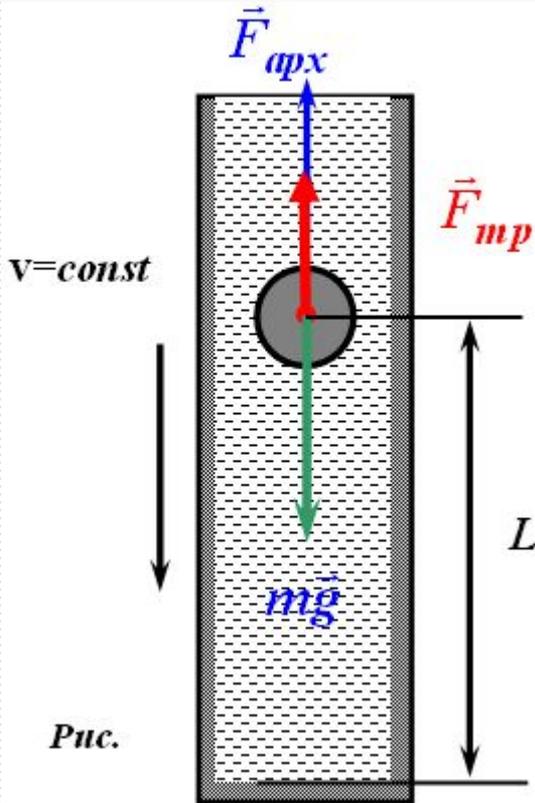
Методы определения вязкости



Приборы, которые применяются для определения вязкостей жидкости, - **вискозиметры**.

Методы определения вязкости

1. Метод Стокса (метод падающего шарика)



- Имеем длинный цилиндр, заполненный жидкостью плотностью $\rho_{ж}$, вязкость которой η надо определить.
- В этой жидкости падает шарик радиусом r , массой m и плотностью ρ ,
- Движение шарика определяется действующими на него **три** силами:

- силой тяжести $F_T = mg = \rho V_{шар} g = \rho (4\pi r^3/3)g$,

- силой Архимеда $F_{арх} = \rho_{ж} V_{шар} g = \rho_{ж} (4\pi r^3/3)g$

($\rho_{ж}$ - плотность жидкости),

■ силой трения $F_{тр}$ (сила сопротивления движению шарика (сила трения $F_{тр}$)):

$$F_{тр} = 6\pi\eta r v$$

Сила трения $F_{тр}$ уменьшает скорость движения шарика v и через некоторое время после начала движения шарика в жидкости

движение шарика становится равномерным ($v=const$).

Метод Стокса -2

При достижении **равномерного движения** сила тяжести становится равной сумме силы трения и силы Архимеда:

$$mg = F_{тр} + F_{арх} \quad \longrightarrow \quad \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta r v + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{ж} g$$

Выразим коэффициент вязкости **исследуемой жидкости**

η :

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_{ж})r^2 g}{9v}$$

Вывод: для нахождения вязкости жидкости необходимо знать её плотность, а также радиус и плотность шарика.

Скорость движения шарика v определяется экспериментально: измеряется время t , за которое шарик равномерно проходит в жидкости расстояние L : $v = L/t$.

Ограничения метода Стокса

- требует большого количества исследуемой жидкости.
- требует равномерного движения шарика ($v = \text{const}$).
- исследуемая жидкость должна быть прозрачна.

Биомеханика

- Создателем теоретической основы современной биомеханики — учения о двигательной деятельности человека и животных можно по праву считать [Николая Александровича Бернштейна \(1896—1966\)](#)
- Созданная Бернштейном теория многоуровневого управления движениями, в том числе локомоциями человека, положила начало развитию новых принципов понимания жизнедеятельности организма. Поставив в центр внимания проблему активности организма по отношению к среде, Бернштейн объединил биомеханику и нейрофизиологию в единую науку **физиологию движений**

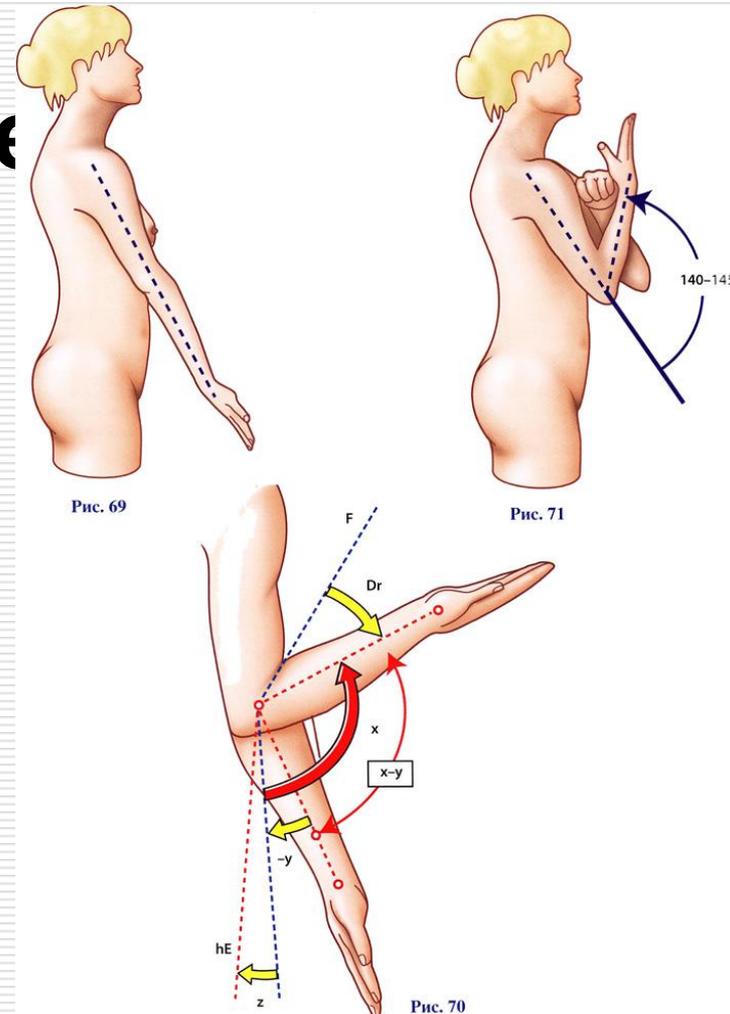


- **Биомеханика** – раздел естественных наук, изучающий на основе моделей и методов механики механические свойства живых тканей, отдельных органов и систем, ли организма в целом, а также приходящие в них механические явления



Исследуемые явления

- **Ходьба человека** - изучение анализа ходьбы удобно тем, что в её осуществлении участвует весь опорно-двигательный аппарат. Это дает возможность исследовать функцию любых его отделов, включая верхние конечности и позвоночник.
- **Основная стойка** — положение и движения общего центра массы тела (при стоянии обследуемого на специальной платформе — метод стабилومتрии).
- **Статические положения** - информация о конечных положениях позволяет оценить взаимоположение сегментов тела и определить амплитуду движений.

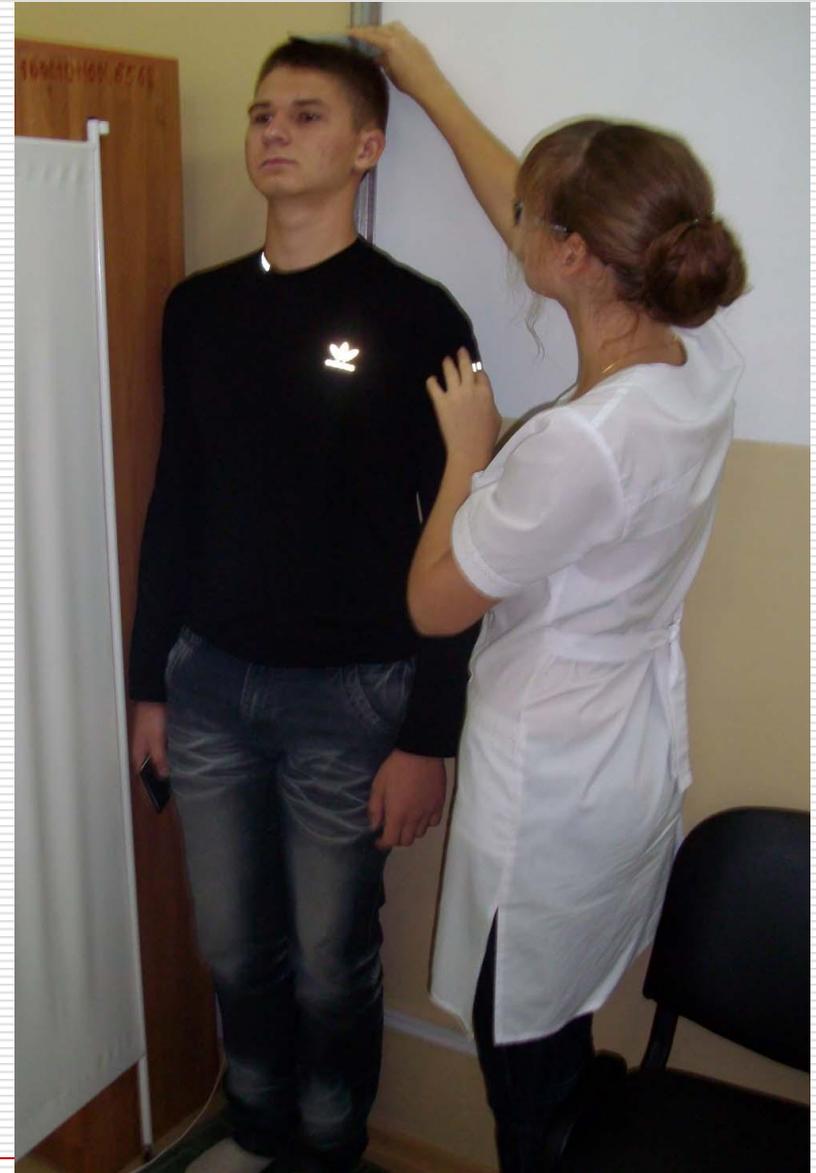


- I. **Соматометрические**: антропометрия, фотограмметрия, рентгенография.
- II. **Кинезиологические**: оптические, потенциометрия, электроподография, тензометрия, ихнография.
- III. **Клинико-физиологические**: калориметрия, электромиография, электроэнцефалография и другие методы функциональной диагностики.

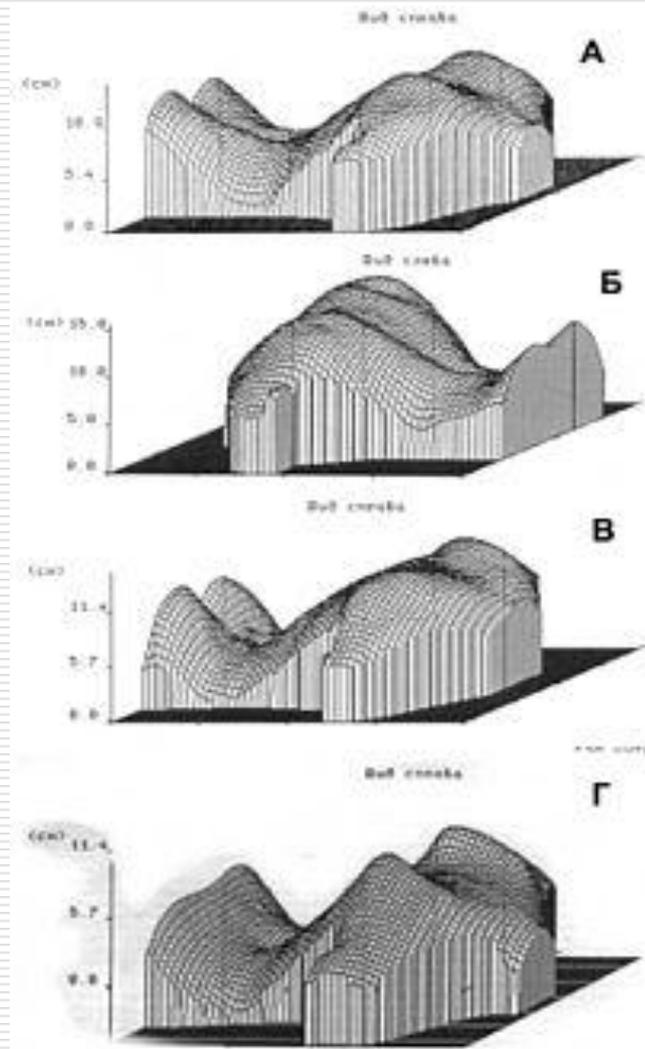
Методы исследования



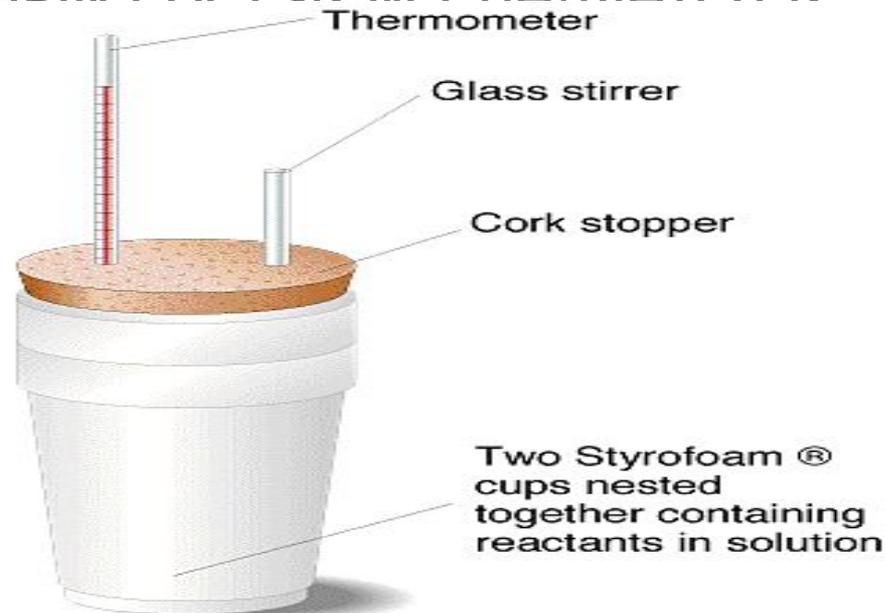
- При **антропометрическом методе** измеряют рост пациента стоя и сидя, длину конечностей, амплитуду движений в крупных суставах, определяют массу его тела. При помощи отвесов производят зарисовку диаграммы стояния — проекции на горизонтальную плоскость осей суставов нижних конечностей и таза.



- **Фотограмметрия** - эта съемка представляет собой регистрацию движений человека и объектов окружающей среды в плоскости, перпендикулярной оптической оси аппарата. При этом аппарат устанавливается так, чтобы в его поле зрения находилось все, что будет подвергнуто изучению и последующему анализу



- **Калориметрия** - суть его заключается в том, что испытуемый дышит атмосферным воздухом, причем выдыхаемый воздух собирается в мешок из прорезиненной ткани емкостью 100—150 л. Количество выдыхаемого воздуха за данное время измеряется газовыми часами, а качественный состав исследуется в



АКУСТИКА. ЗВУК

Звук в широком смысле - упругие колебания и волны, распространяющиеся в газообразных, жидких и твердых веществах; в узком смысле - явление, субъективно воспринимаемое органами слуха человека и животных.

В норме ухо человека слышит звук в диапазоне частот от 16 Гц до 20 кГц. Однако с возрастом верхняя граница этого диапазона уменьшается:

Возраст	Верхняя граница частоты, Гц
Маленькие дети	22 000
До 20 лет	20 000
35 лет	примерно 15 000
50 лет	примерно 12 000

Звук с частотой ниже 16-20 Гц называется инфразвуком, выше 20 кГц - ультразвуком, а самые высокочастотные упругие волны в диапазоне от 10^9 до 10^{12} Гц - гиперзвуком.

Звуки, встречающиеся в природе, разделяют на несколько видов.

Тон - это звук, представляющий собой периодический процесс. Основной характеристикой тона является частота. Простой тон создается телом, колеблющимся по гармоническому закону (например, камертоном).

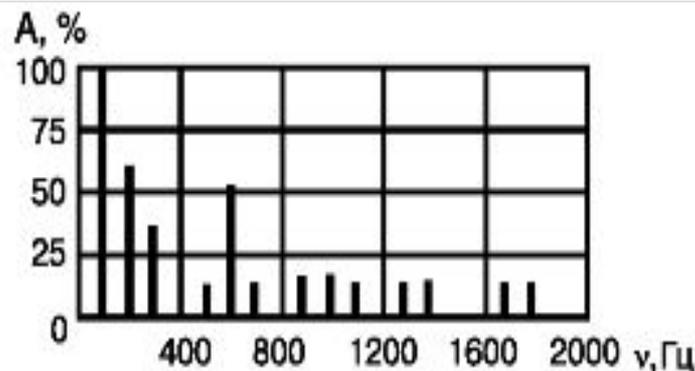
Сложный тон создается периодическими колебаниями, которые не являются гармоническими (например, звук музыкального инструмента, звук, создаваемый речевым аппаратом человека).

Шум - это звук, имеющий сложную неповторяющуюся временную зависимость и представляющий собой сочетание беспорядочно изменяющихся сложных тонов (шелест листьев).

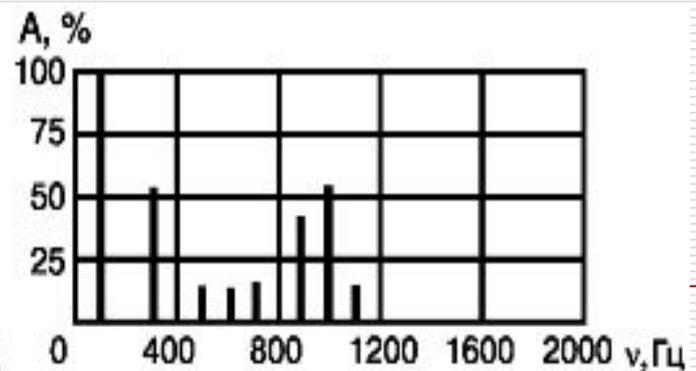
Звуковой удар - это кратковременное звуковое воздействие (хлопок, взрыв, удар, гром). Сложный тон, как периодический процесс, можно представить в виде суммы простых тонов (разложить на составляющие тоны). Такое разложение называется **спектром**.

Акустический спектр тона - это совокупность всех его частот с указанием их относительных интенсивностей или амплитуд. Наименьшая частота в спектре (ν) соответствует основному тону, а остальные частоты называют обертонами или гармониками. Обертоны имеют частоты, кратные основной частоте: $2\nu, 3\nu, 4\nu, \dots$

Обычно наибольшая амплитуда спектра соответствует основному тону. Именно он воспринимается ухом как высота звука (см. ниже). Обертоны создают «окраску» звука. Звуки одной и той же высоты, созданные разными инструментами, воспринимаются ухом по-разному именно из-за различного соотношения между амплитудами обертонов. На рисунке показаны спектры одной и той же ноты ($\nu = 100$ Гц), взятой на рояле и кларнете. Акустический спектр шума является сплошным. Спектры ноты рояля (а) и кларнета (б)



а



б

Физические характеристики

1. Скорость **звука** (v). Звук распространяется в любой среде, кроме вакуума. Скорость его распространения зависит от упругости, плотности и температуры среды, но не зависит от частоты колебаний. Скорость звука в газе зависит от его молярной массы (M) и абсолютной температуры (T):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (3.1)$$

где R – универсальная газовая постоянная; γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме.

От давления скорость звука не зависит.

Для воздуха ($M = 0,029$ кг/моль, $\gamma = 1,4$) в интервале температур -50 °С – $+50$ °С можно пользоваться приближенной формулой

$$v = 331 + 0,6t. \quad (3.2)$$

Скорость звука в воде равна 1500 м/с; близкое значение имеет скорость звука и в мягких тканях организма.

2. Звуковое давление. Распространение звука сопровождается изменением давления в среде.

Именно изменения давления вызывают колебания барабанной перепонки, которые и определяют начало такого сложного процесса, как возникновение слуховых ощущений.

Звуковое давление (ΔP) - это амплитуда тех изменений давления в среде, которые возникают при прохождении звуковой волны.

3. Интенсивность звука (I). Распространение звуковой волны сопровождается переносом энергии.

Интенсивность звука - это плотность потока энергии, переносимой звуковой волной.

В однородной среде интенсивность звука, испущенного в данном направлении, убывает по мере удаления от источника звука. При использовании волноводов можно добиться и увеличения интенсивности. Типичным примером такого волновода в живой природе является ушная раковина.

Связь между интенсивностью (I) и звуковым давлением (ΔP) выражается следующей формулой:

$$I = \Delta P^2 / 2\rho v, \quad (3.3)$$

где ρ - плотность среды; v - скорость звука в ней.

Минимальные значения звукового давления и интенсивности звука, при которых у человека возникают слуховые ощущения, называются порогом слышимости.

Для уха среднего человека на частоте 1 кГц порогу слышимости соответствуют следующие значения звукового давления (ΔP_0) и интенсивности звука (I_0):

$$\Delta P_0 = 3 \times 10^{-5} \text{ Па} (\approx 2 \times 10^{-7} \text{ мм рт.ст.}); I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2.$$

Значения звукового давления и интенсивности звука, при которых у человека возникают выраженные болевые ощущения, называются порогом болевого ощущения.

Для уха среднего человека на частоте 1 кГц порогу болевого ощущения соответствуют следующие значения звукового давления (ΔP_m) и интенсивности звука (I_m):

$$\Delta P_m = 100 \text{ Па } (\approx 1 \text{ мм рт.ст.}); \quad I_m = 10 \text{ Вт/м}^2.$$

4. Уровень интенсивности (L). Отношение интенсивностей, соответствующих порогам слышимости и болевого ощущения, столь велико ($I_m / I_0 = 10^{13}$), что на практике используют логарифмическую шкалу, вводя специальную безразмерную характеристику - уровень интенсивности.

Уровнем интенсивности называют десятичный логарифм отношения интенсивности звука к порогу слышимости:

$$L_B = \lg(I/I_0) = 2\lg(\Delta P/\Delta P_0).$$

(3)

Единицей измерения уровня интенсивности является бел (Б). Обычно используют более мелкую единицу ~~уровня интенсивности - децибел (дБ): 1 дБ = 0,1 Б.~~

Уровень интенсивности в децибелах вычисляется:

$$L_{\text{дБ}} = 10 \lg(I/I_0) = 20 \lg(\Delta P/\Delta P_0).$$

Логарифмический характер зависимости уровня интенсивности от самой интенсивности означает, что при увеличении интенсивности в 10 раз уровень интенсивности возрастает на 10 дБ.

Интенсивность, Вт/м ²	I_0	$10 \times I_0$	$10^2 \times I_0$	$10^3 \times I_0$...
Уровень интенсивности, дБ	0	10	20	30	...

Если человек слышит звуки, приходящие с одного направления от нескольких некогерентных источников, то их интенсивности складываются:

$$I = I_1 + I_2 + \dots \quad (3.5)$$

В этом случае для уровня интенсивности результирующего сигнала получается следующая формула:

$$L_g = \lg(10^{L_1} + 10^{L_2} + \dots). \quad (3.6)$$

Здесь величины L_1, L_2, \dots должны быть выражены в *белах*.

Высокий уровень интенсивности звука приводит к необратимым изменениям в слуховом аппарате. Так, звук в 160 дБ может вызвать разрыв барабанной перепонки и смещение слуховых косточек в среднем ухе, что приводит к необратимой глухоте. При 140 дБ человек ощущает сильную боль, а продолжительное действие шума в 90-120 дБ приводит к поражению слухового нерва.

Характеристики слухового ощущения. Звуковые измерения

Звук является объектом слухового ощущения. Он оценивается человеком субъективно. Все субъективные характеристики слухового ощущения связаны с объективными характеристиками звуковой волны.

Высота, тембр. Воспринимая звуки, человек различает их по высоте и тембру.

Высота тона обусловлена прежде всего частотой основного тона (чем больше частота, тем более высоким воспринимается звук). В меньшей степени высота зависит от интенсивности звука (звук большей интенсивности воспринимается более низким).

Тембр - это характеристика звукового ощущения, которая определяется его гармоническим спектром. Тембр звука зависит от числа обертонов и от их относительных интенсивностей.

Закон Вебера-Фехнера. Громкость звука

Использование логарифмической шкалы для оценки уровня интенсивности звука хорошо согласуется с психофизическим законом Вебера-Фехнера:

Если увеличивать раздражение в геометрической прогрессии (т.е. в одинаковое число раз), то ощущение этого раздражения возрастает в ~~арифметической прогрессии (т.е. на одинаковую~~ величину).

Громкостью звука называют интенсивность (силу) слуховых ощущений.

Ухо человека имеет различную чувствительность к звукам различных частот. Для учета этого обстоятельства можно выбрать некоторую опорную частоту, а восприятие остальных частот сравнивать с ней. По договоренности опорную частоту приняли равной 1 кГц (по этой причине и порог слышимости 10 установлен для этой частоты).

Для чистого тона с частотой 1 кГц громкость (E) принимают равной уровню интенсивности в деци

$$E = 10 \lg(I/I_0).$$

Для остальных частот громкость определяют путем сравнения интенсивности слуховых ощущений с громкостью звука на опорной частоте.

Громкость звука равна уровню интенсивности звука (дБ) на частоте 1 кГц, вызывающего у «среднего» человека такое же ощущение громкости, что и данный звук.

Единицу громкости звука называют **фоном**.

Ниже приводится пример зависимости уровня громкости от частоты при уровне интенсивности 60

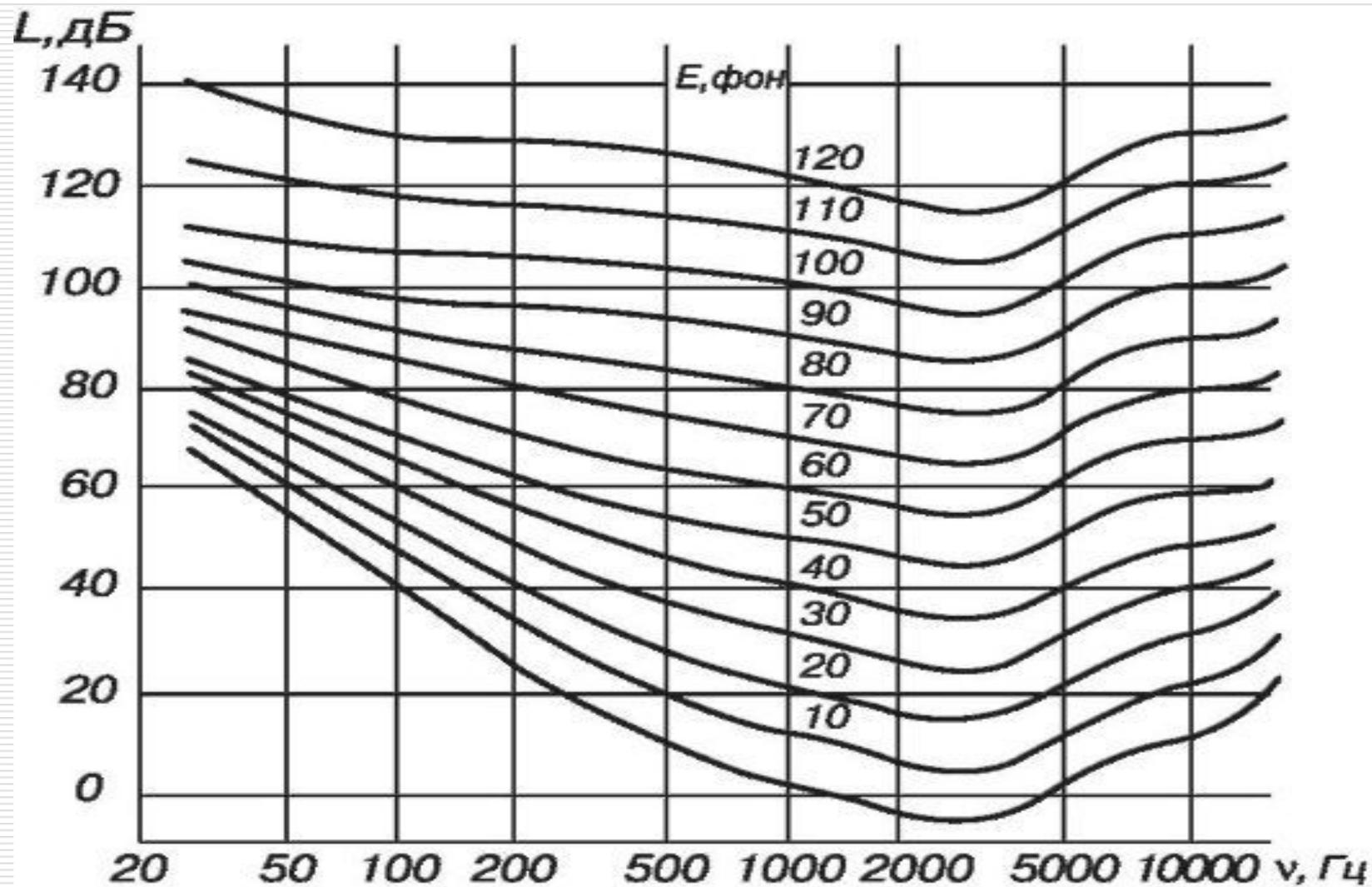
Частота, Гц	50	100	200	500	1 000	2 000	5 000	10 000
Громкость, фон	10	30	47	57	60	64	59	49

Кривые равной громкости

Детальную связь между частотой, громкостью и уровнем интенсивности изображают графически с помощью кривых равной громкости. Эти кривые демонстрируют зависимость уровня интенсивности ЛдБ от частоты ν звука при заданной громкости звука.

Нижняя кривая соответствует порогу слышимости. Она позволяет найти пороговое значение уровня интенсивности ($E = 0$) при заданной частоте тона.

С помощью кривых равной громкости можно найти громкость звука, если известны его частота и уровень интенсивности.

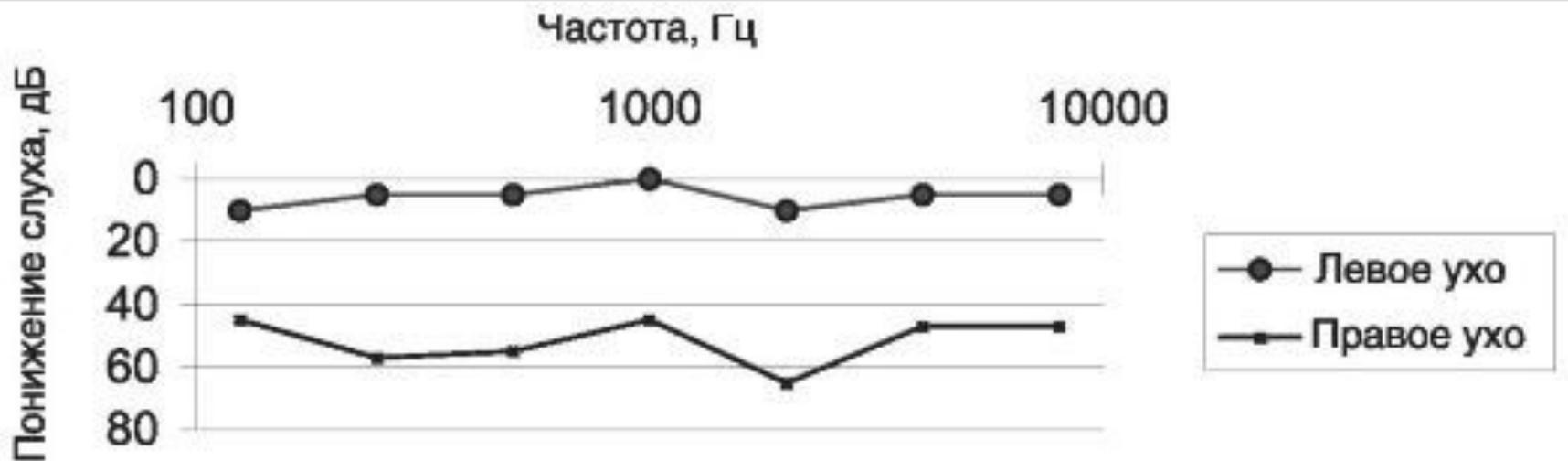


Кривые равной громкости

Звуковые измерения

Кривые равной громкости отражают восприятие звука средним человеком. Для оценки слуха конкретного человека применяется метод тональной пороговой аудиометрии.

Аудиометрия - метод измерения остроты слуха. На специальном приборе (аудиомере) определяется порог слухового ощущения, или порог восприятия, ЛП на разных частотах. Для этого с помощью звукового генератора создают звук заданной частоты и, увеличивая уровень интенсивности L , фиксируют пороговый уровень интенсивность L_p , при котором у испытуемого появляются слуховые ощущения. Меняя частоту звука, получают экспериментальную зависимость $L_p(\nu)$, которую называют аудиограммой.



Аудиограммы

Задачи

1. Звук, которому на улице соответствует уровень интенсивности $L_1 = 50$ дБ, слышен в комнате так, как звук с уровнем интенсивности $L_2 = 30$ дБ. Найти отношение интенсивностей звука на улице и в комнате.

Решение

$10 \times \lg(I_1/I_2) = L_1 - L_2$. Отсюда $\lg(I_1/I_2) = 2$ и $I_1/I_2 = 100$.

Ответ: $I_1/I_2 = 100$.

2. Уровень громкости звука частотой 5000 Гц равен $E = 50$ фон. Найти интенсивность этого звука, воспользовавшись кривыми равной громкости.

Решение

Из рисунка 3.2 находим, что на частоте 5000 Гц громкости $E = 50$ фон соответствует уровень интенсивности $L = 47$ дБ = 4,7 Б. Из формулы 3.4 находим: $I = 10^{4,7} = 5 \cdot 10^{-8}$ Вт/м².

3. Вентилятор создает звук, уровень интенсивности которого $L = 60$ дБ. Найти уровень интенсивности звука при работе двух рядом стоящих вентиляторов.

Решение

$L_2 = \lg(2 \times 10^L) = \lg 2 + L = 0,3 + 6 \text{ Б} = 63$ дБ (см. 3.6). Ответ: $L_2 = 63$ дБ.

4. Уровень громкости звука реактивного самолета на расстоянии 30 м от него равен 140 дБ. Каков уровень громкости на расстоянии 300 м? Отражением от земли пренебречь.

Решение

Интенсивность убывает пропорционально квадрату расстояния - уменьшается в 10^2 раз. $L_1 - L_2 = 10 \lg(I_1/I_2) = 10 \times 2 = 20$ дБ. Ответ: $L_2 = 120$ дБ.

5. Отношение интенсивностей двух источников звука равно: $I_2/I_1 = 2$. Чему равна разность уровней интенсивностей этих звуков?

Решение

$\Delta L = 10 \lg(I_2/I_0) - 10 \lg(I_1/I_0) = 10 \lg(I_2/I_1) = 10 \lg 2 = 3$
~~дБ. Ответ: 3 дБ.~~

7. Амплитуда звуковой волны увеличилась в три раза. а) во сколько раз возросла ее интенсивность? б) на сколько децибел увеличился уровень громкости?

Решение

$$I_2/I_1 = 3^2 = 9. \quad \Delta L = 10 \times \lg(I_2/I_1) = 10 \times \lg 9 = 9,5 \text{ дБ.}$$

Ответ: а) в 9 раз; б) на 9,5 дБ.

8. В лабораторном помещении, находящемся в цехе, уровень интенсивности шума достигал 80 дБ. С целью уменьшения шума было решено обить стены лаборатории звукопоглощающим материалом, уменьшающим интенсивность звука в 1500 раз. Какой уровень интенсивности шума станет после этого в лаборатории?

Решение

Уровень интенсивности звука в децибелах: $L = 10 \times \lg(I/I_0)$.
При изменении интенсивности звука изменение уровня интенсивности звука будет равно:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 10 \times \lg(I_2/I_0) - 10 \times \lg(I_1/I_0) = 10 \times [\lg(I_2/I_0) - \lg(I_1/I_0)] = 10 \times \lg(I_2/I_1).$$

$$L_2 = L_1 + 10 \times \lg(I_2/I_1).$$

$$L_2 = 80 + 10 \times \lg(1/1500) = 80 - 10 \times 3,176 = 48,24 \text{ дБ.}$$

Ответ: $L_2 = 48,24 \text{ дБ.}$
