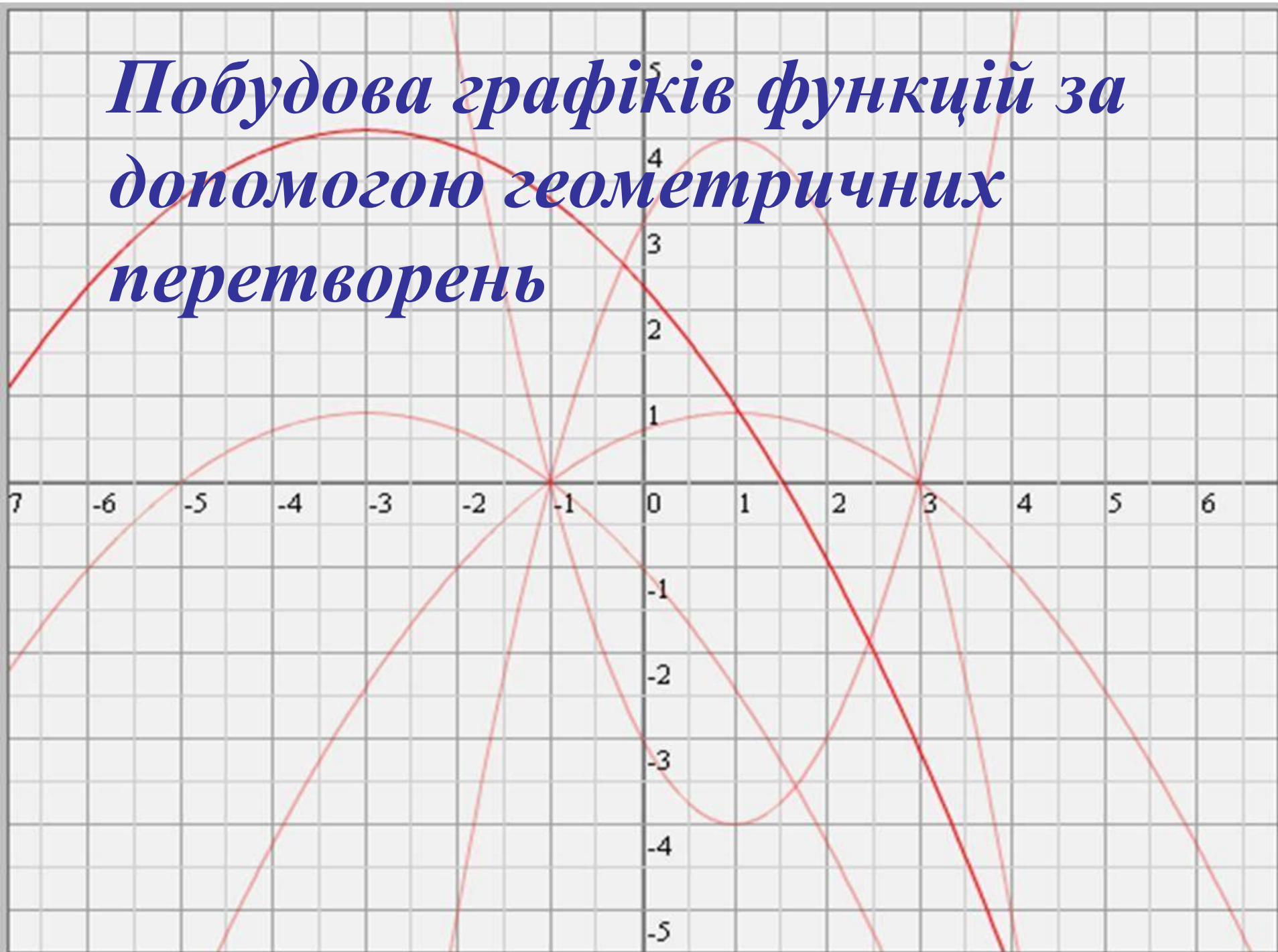


# *Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень*



# Результати проходження тестування студентів 11 групи з теми “Загальні властивості функцій”

<b>Тема: Функції та їх властивості</b>		<b>Кількість правильних відповідей</b>	<b>% правильних відповідей</b>
1	Множину $D(f)$ називають	23	65%
2	Множину $E(f)$ називають	22	66%
3	Областю визначення функції $y=2x$ є	7	20%
4	Областю визначення функції $y=-4/x$ є	15	44%
5	Функцію $y=3x-7$ задано	23	65%
6	Якщо функція представлена рисунком, вона задана	31	88%
7	Графіком функції $y=x^2$ є	26	76%
8	Графіком функції $y=x^3$ є	28	82%
9	Графіком функції $y=2/x$ є	21	61%
10	Графіком функції $y=4-x$ є	26	78%
11	Якщо більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції, то ця функція є	25	75%
12	Якщо більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції, то ця функція є	23	67%
<b>Всього по групі</b>		<b>270</b>	<b>66%</b>

$$y = \left| -(2x + 3)^2 + 4 \right|$$

$$y = \left( \left| x \right| - \frac{1}{2} \right)^3 + 1$$

$$y = 2 - \sqrt{1 - |x|}$$

# Тема:

## Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень

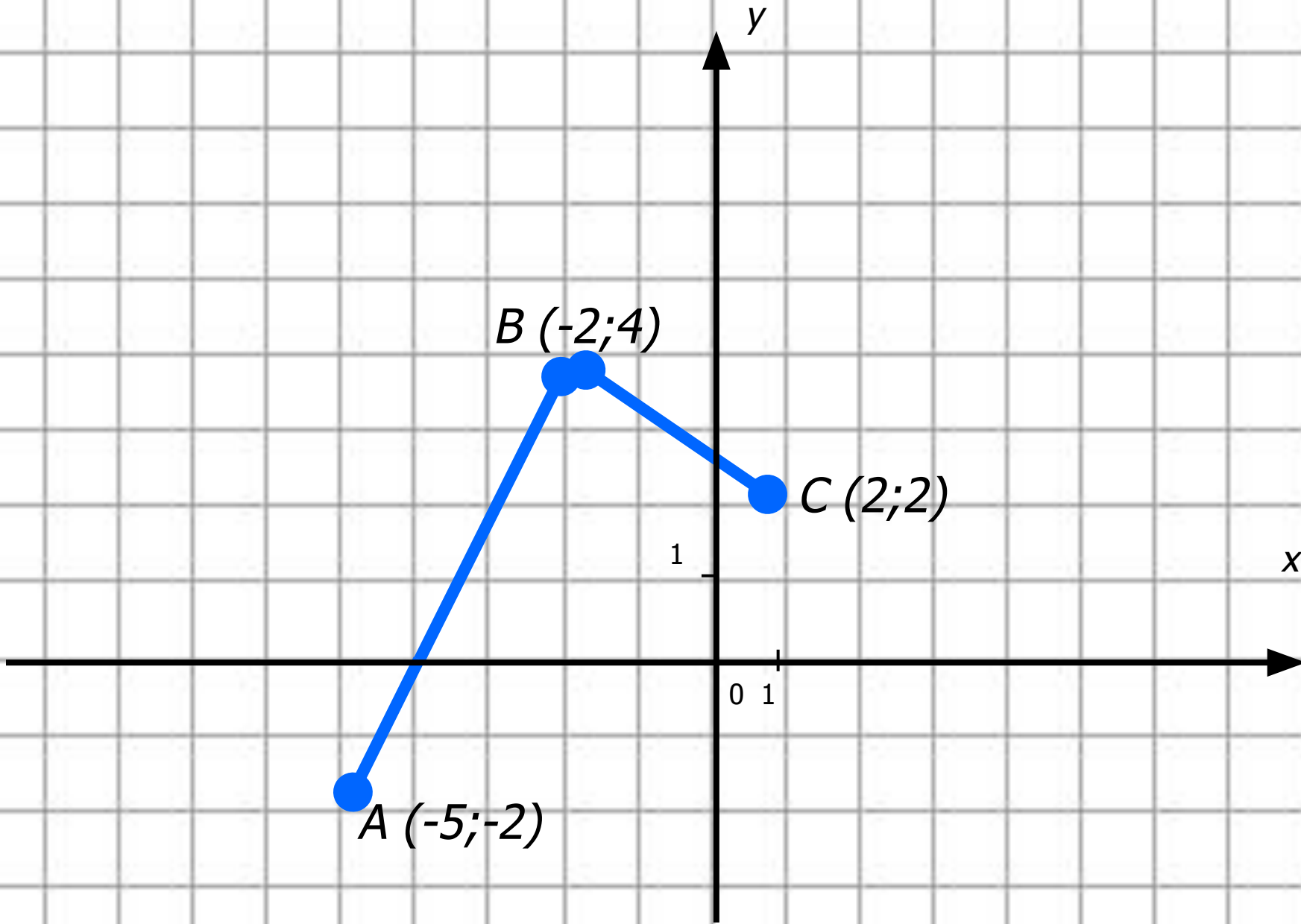
---

### План

1. Масштабування.
2. Симетричність.
3. Паралельне перенесення.
4. Відображення.
5. Побудова графіків функцій.

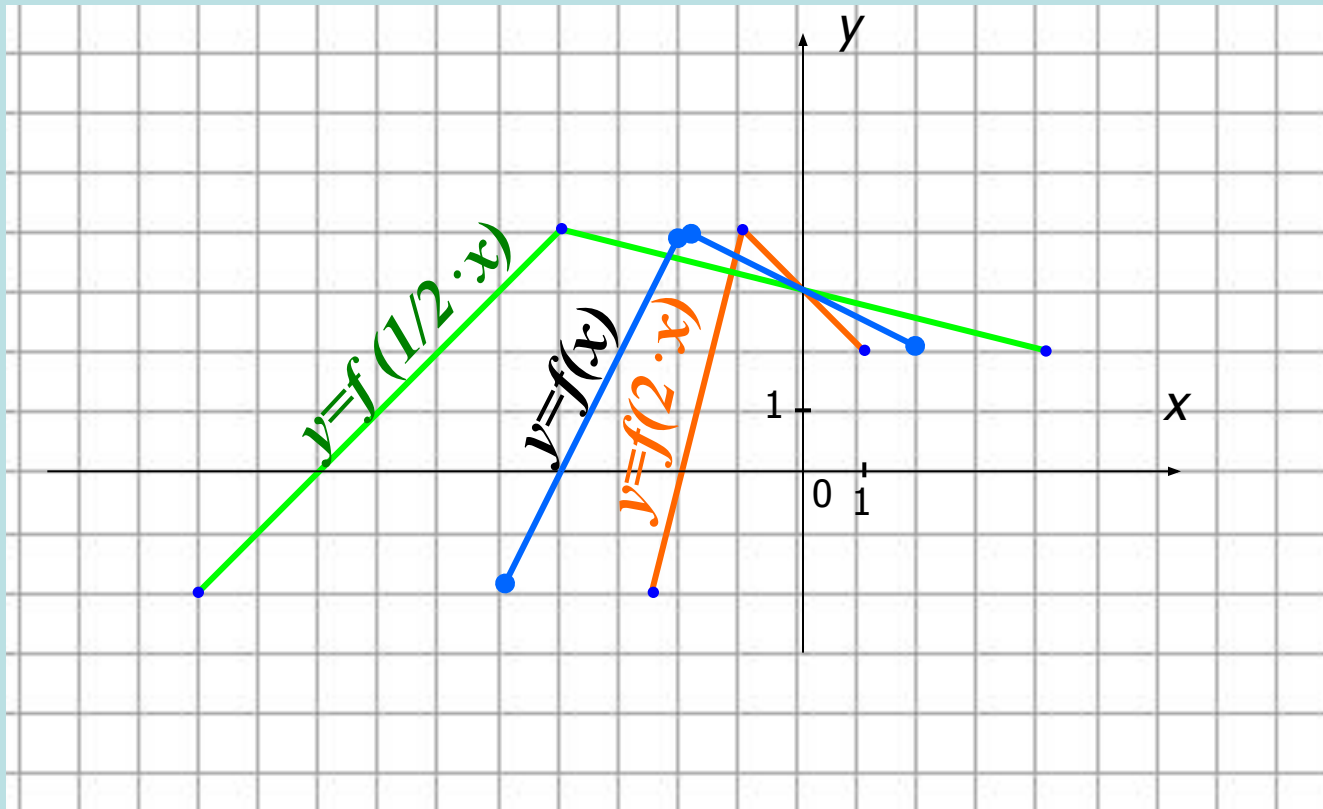
### Література

1. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу (підручник), 10-11 кл. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002.
  2. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Дидактичні матеріали з математики (навчальний посібник для студентів ВНЗ I-II р.а.) – К.: Вища школа, 2001
-



# Масштабування аргументу

$$f(x) \Rightarrow f(k \cdot x)$$

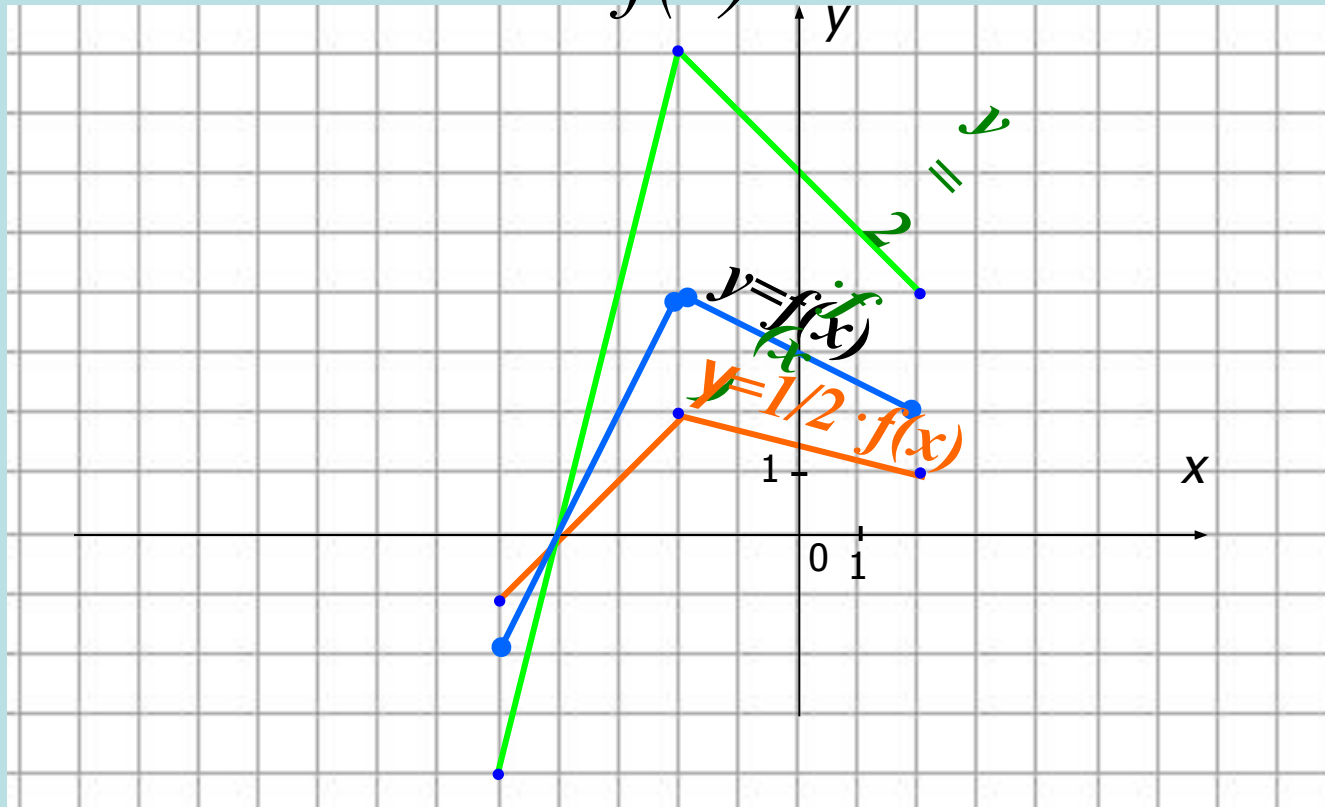


$$y=f(1/2 \cdot x), \quad 0 < 1/2 < 1$$

$$y=f(2 \cdot x), \quad 2 > 1$$

Масштабування функції  $f(x) \Rightarrow$

$$h \cdot f(x)$$

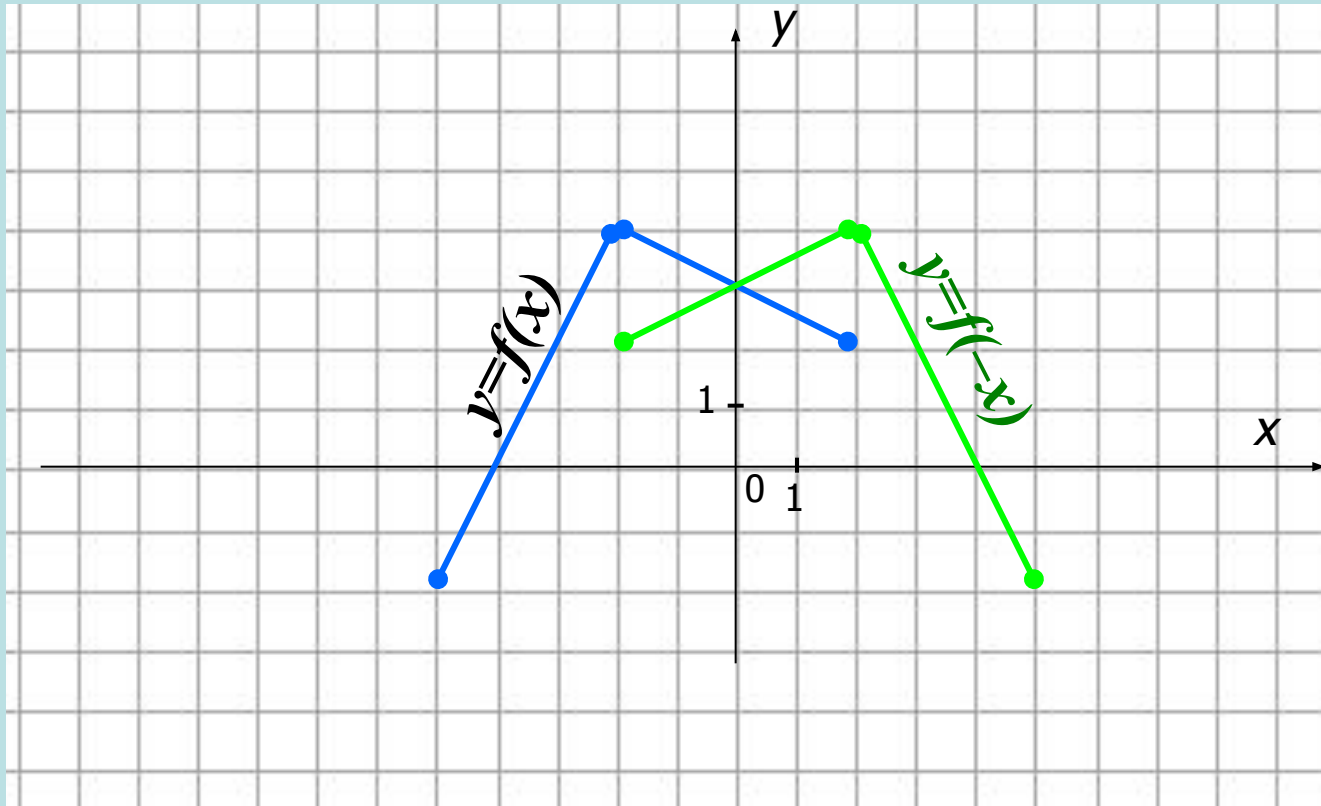


$$y = 2 \cdot f(x), \quad 2 > 1$$

$$y = 1/2 \cdot f(x), \quad 0 < 1/2 < 1$$

# Симетричність по аргументу

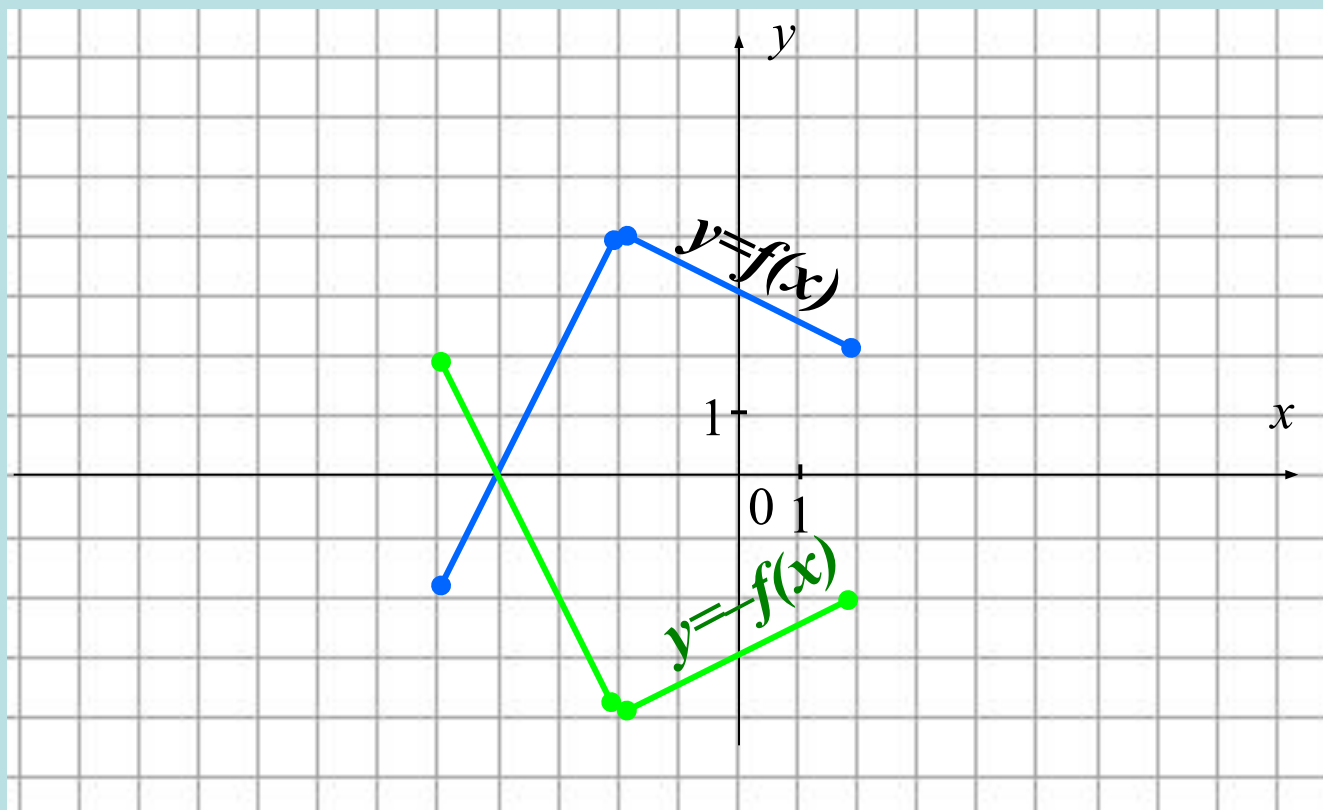
$$f(x) \Rightarrow f(-x)$$





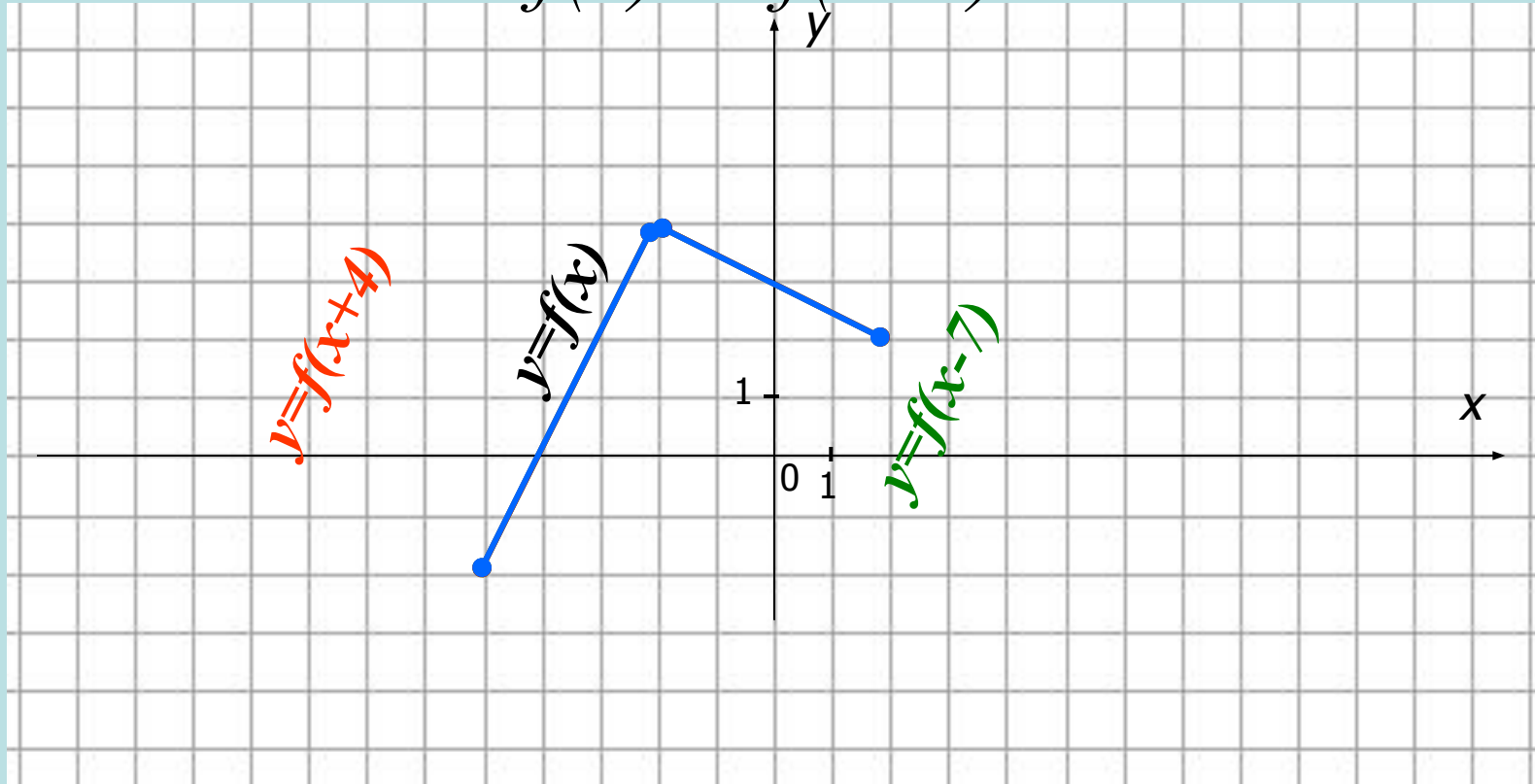
Симетричність по функції  $f(x)$

$$\Rightarrow -f(x)$$



# Паралельне перенесення по аргументу

$$f(x) \Rightarrow f(x-a)$$

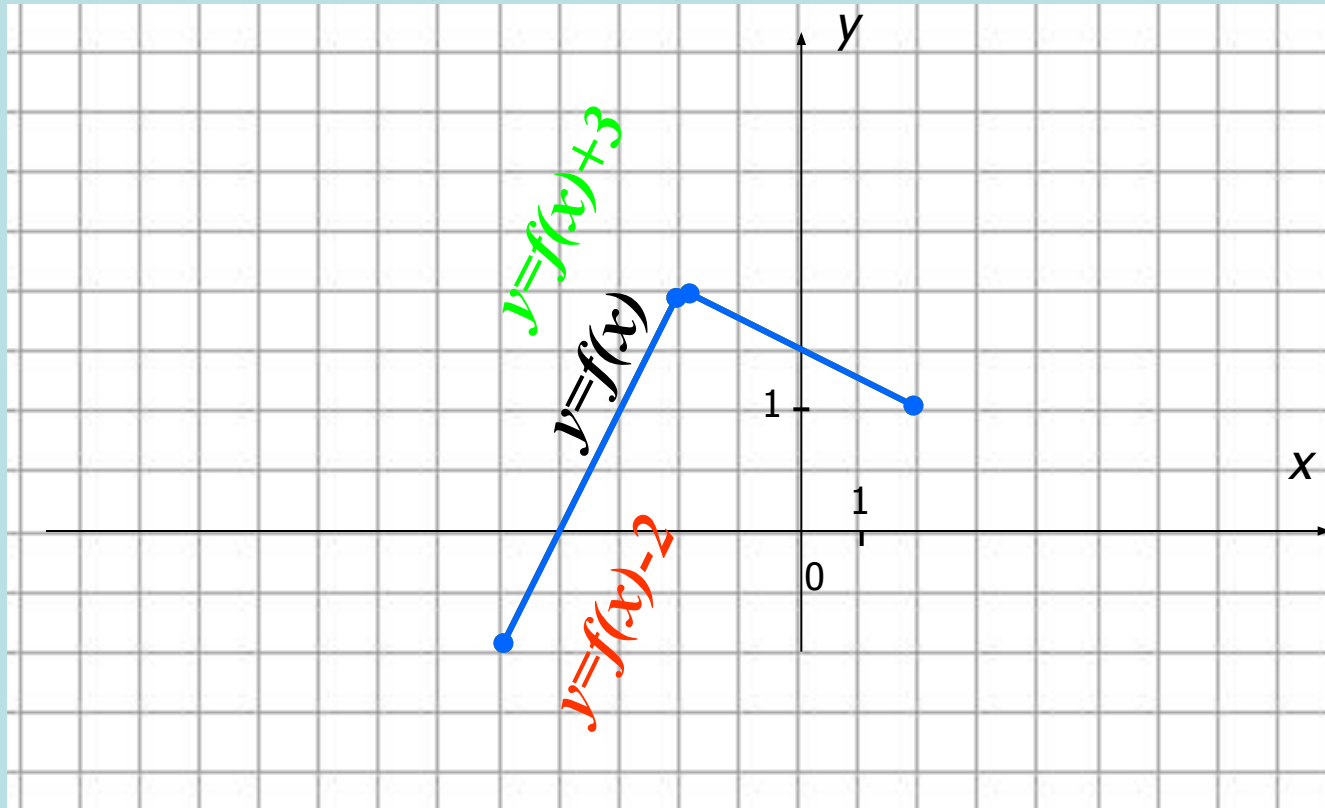


$$y = f(x - 7), \quad a = 7 > 0$$

$$y = f(x + 4) = f(x - (-4)), \quad a = -4 < 0$$

# Паралельне перенесення по функції

$$f(x) \Rightarrow f(x) + b$$

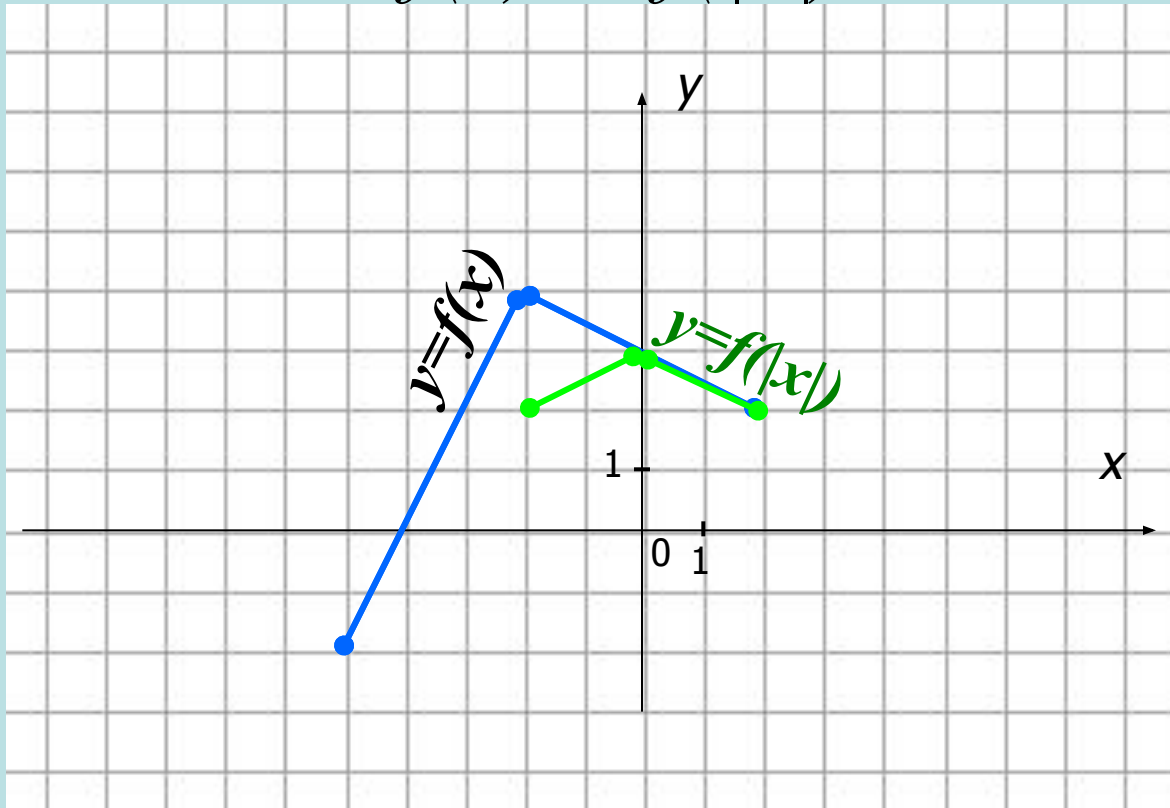


$$y=f(x)+3$$

$$y=f(x)-2$$

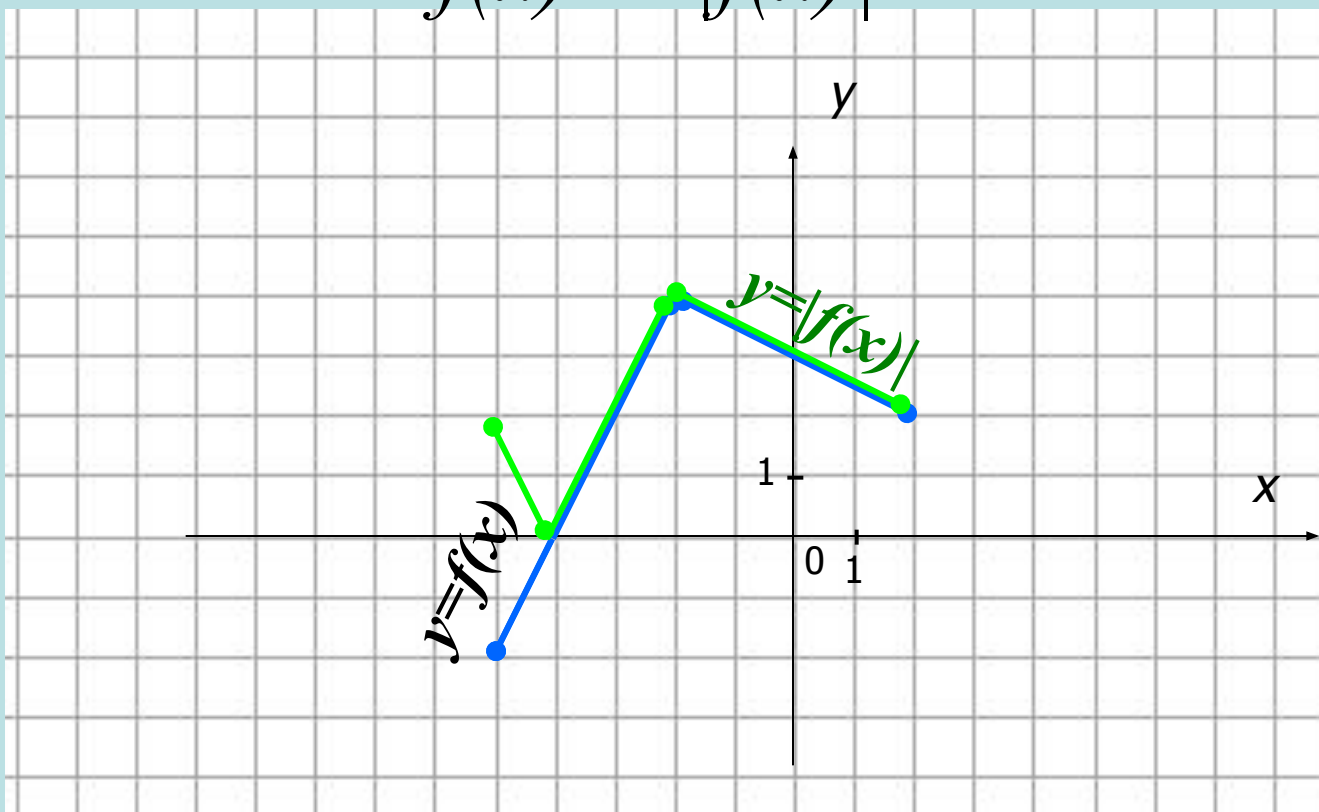
# Відображення відносно аргумента

$$f(x) \Rightarrow f(|x|)$$



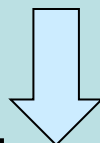
# Відображення відносно функції

$$f(x) \Rightarrow |f(x)|$$

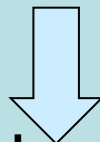


# Послідовність виконання перетворень

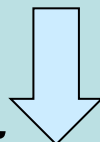
Масштабування



Симетричні перетворення



Паралельні перенесення



Відображення

# Алгоритм побудови графіків функцій за допомогою геометричних перетворень

1. Перетворити функцію до вигляду

$$y = \left| -h \left( \left| -k(x - a) \right| \right)^2 + b \right|$$

2. Виділити базову функцію.
3. Визначити послідовність перетворень аргументу.
4. Визначити послідовність перетворень функції.
5. Побудувати базовий графік.
6. Виконати перетворення графіку за послідовністю, визначеною в п. 3.
7. Виконати перетворення графіку за послідовністю, визначеною в п. 4.

Приклад. Побудувати графік функції  $y = \left| - (2x + 3)^2 + 4 \right|$

1. Перетворимо функцію:  $y = \left| - 4(x - (-3 / 2))^2 + 4 \right|$

2. Визначимо базову функцію:  $y = x^2$

3. Визначимо перетворення, пов'язані з аргументом:

$$y = (x - (-3 / 2))^2 ;$$

4. Визначимо перетворення, пов'язані з функцією:

$$y = 4(x - (-3 / 2))^2 ;$$

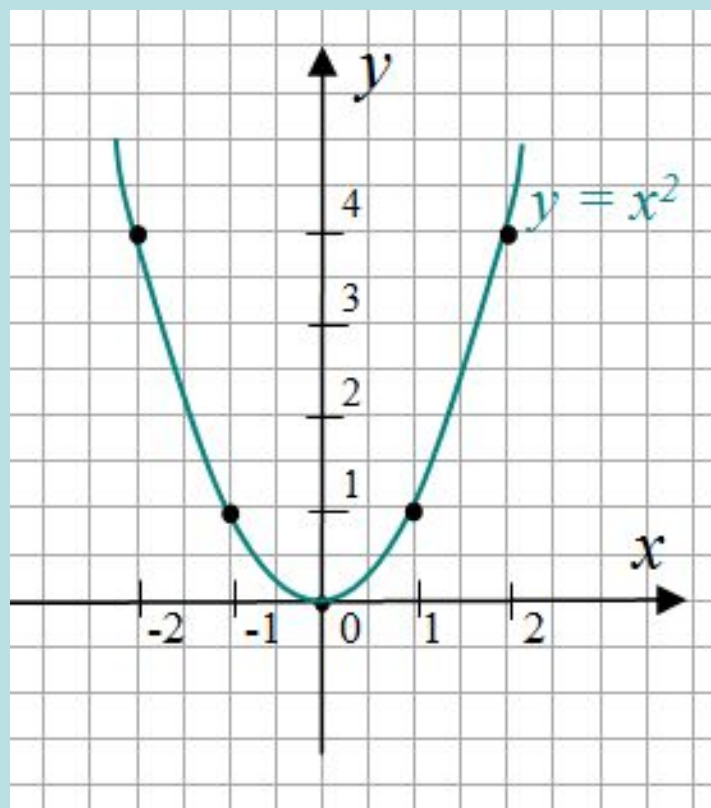
$$y = -4(x - (-3 / 2))^2 ;$$

$$y = -4(x - (-3 / 2))^2 + 4 ;$$

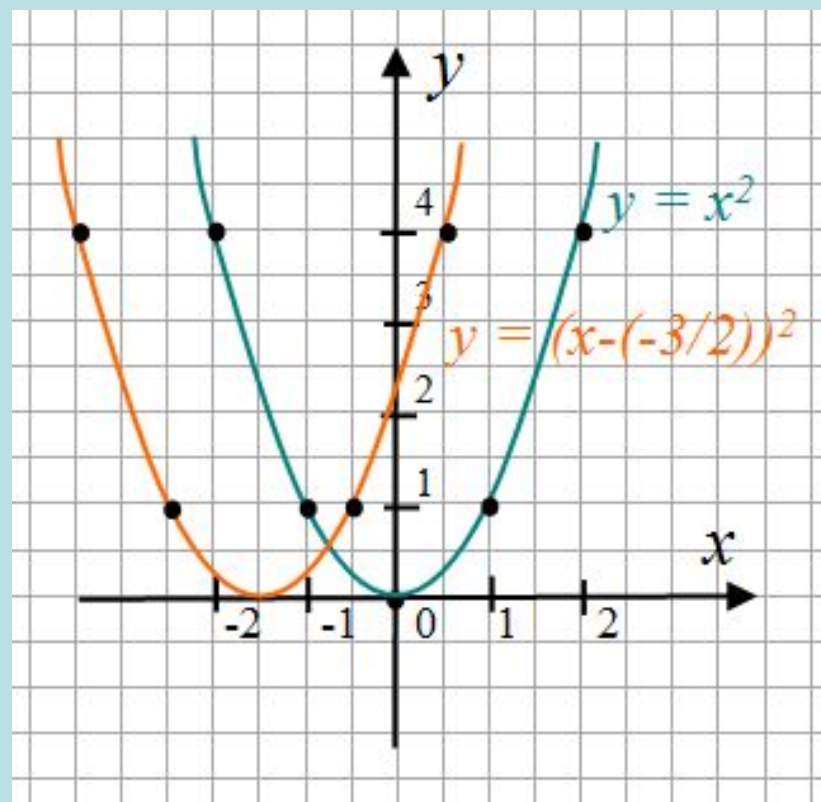
$$y = \left| - 4(x - (-3 / 2))^2 + 4 \right| ;$$



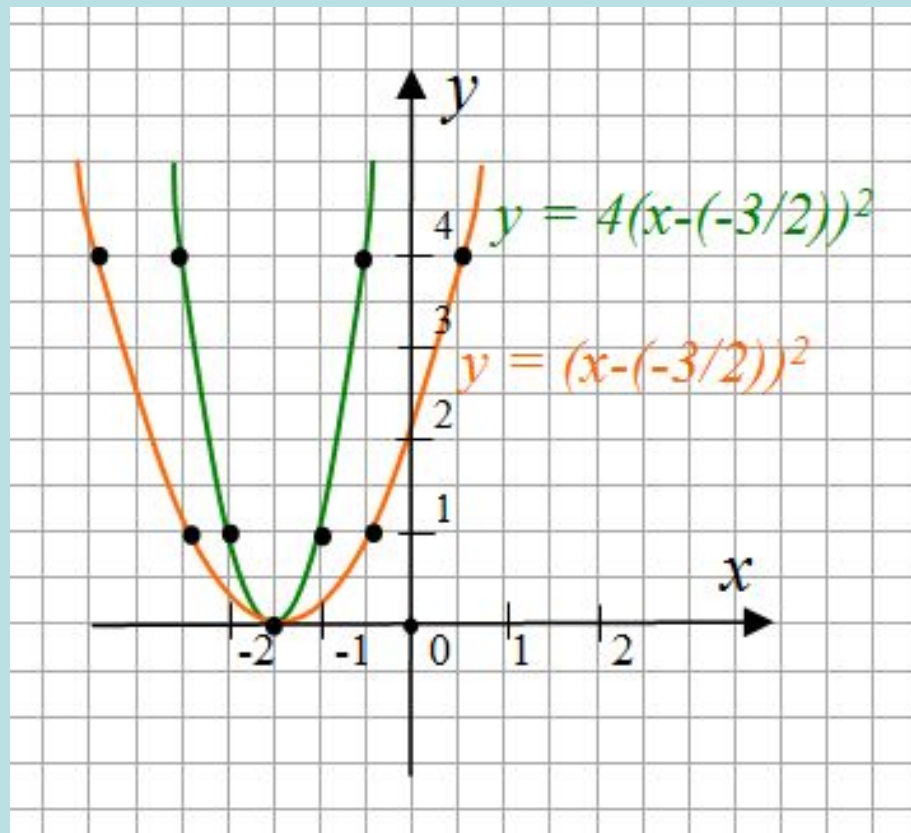
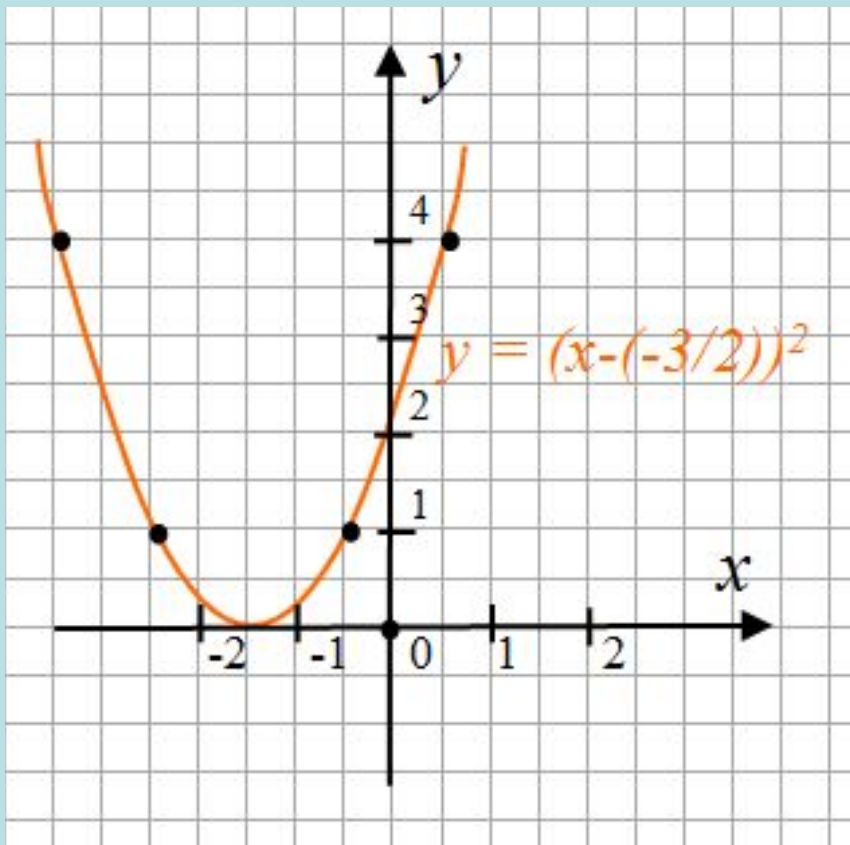
# 1. Графік базової функції



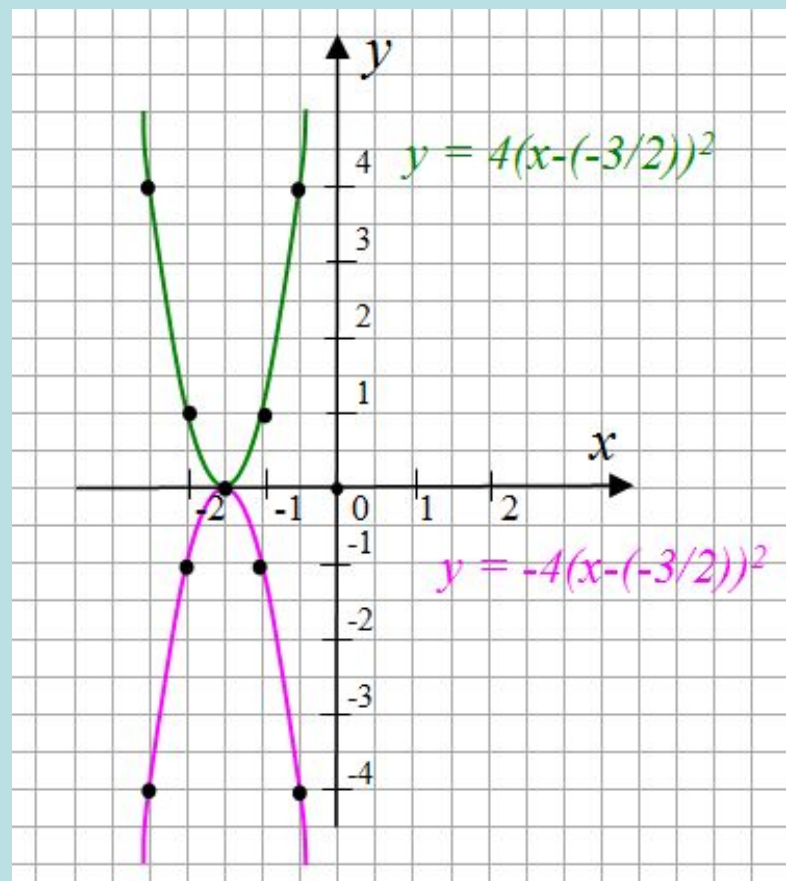
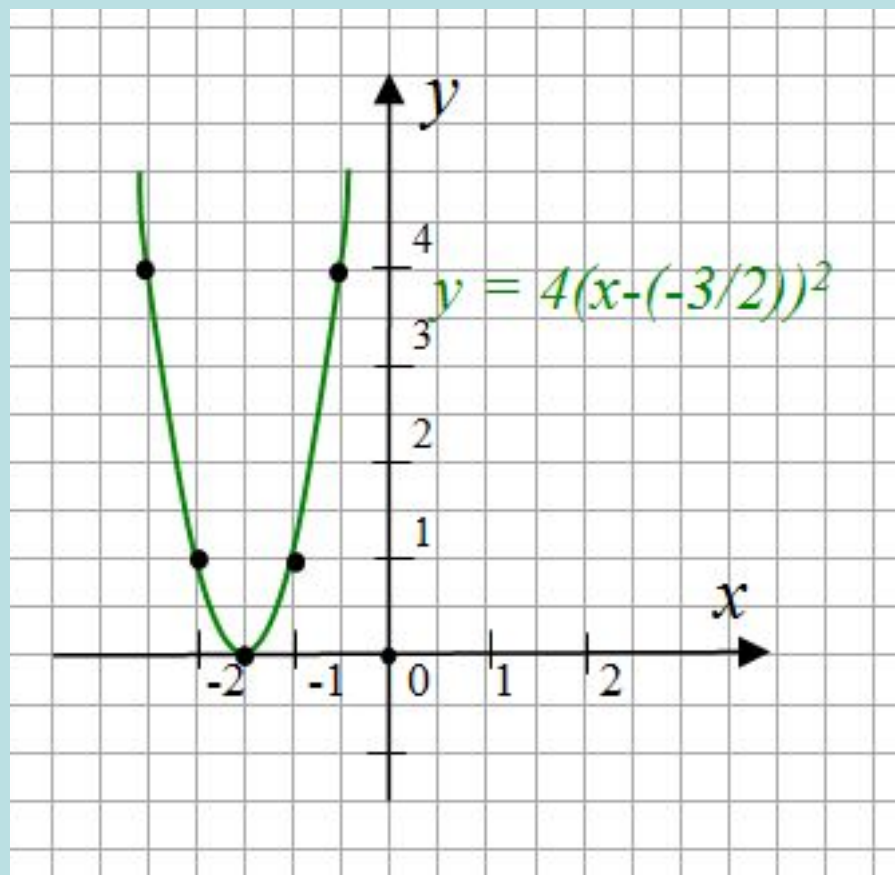
# 2. Паралельне перенесення вздовж осі ОХ



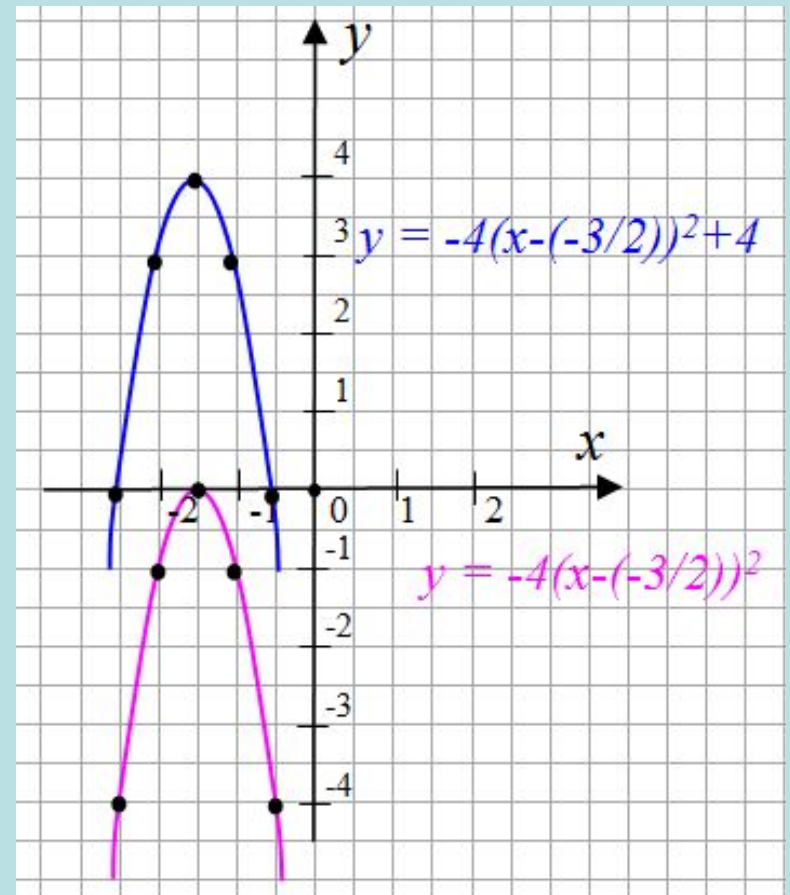
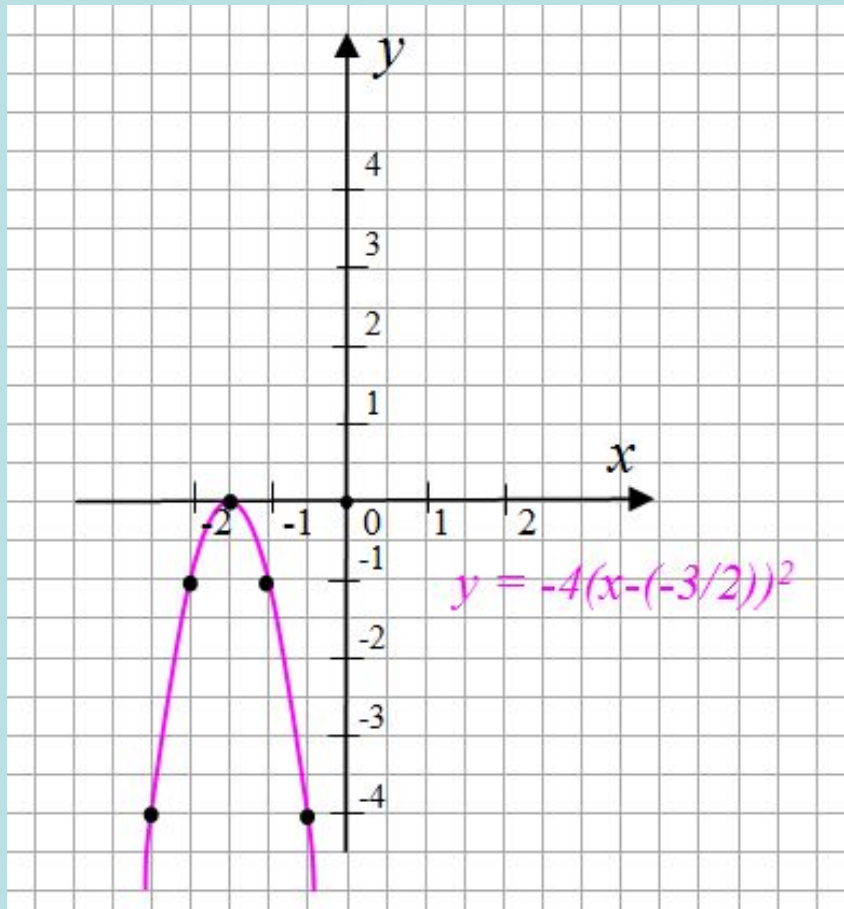
# Масштабування функції



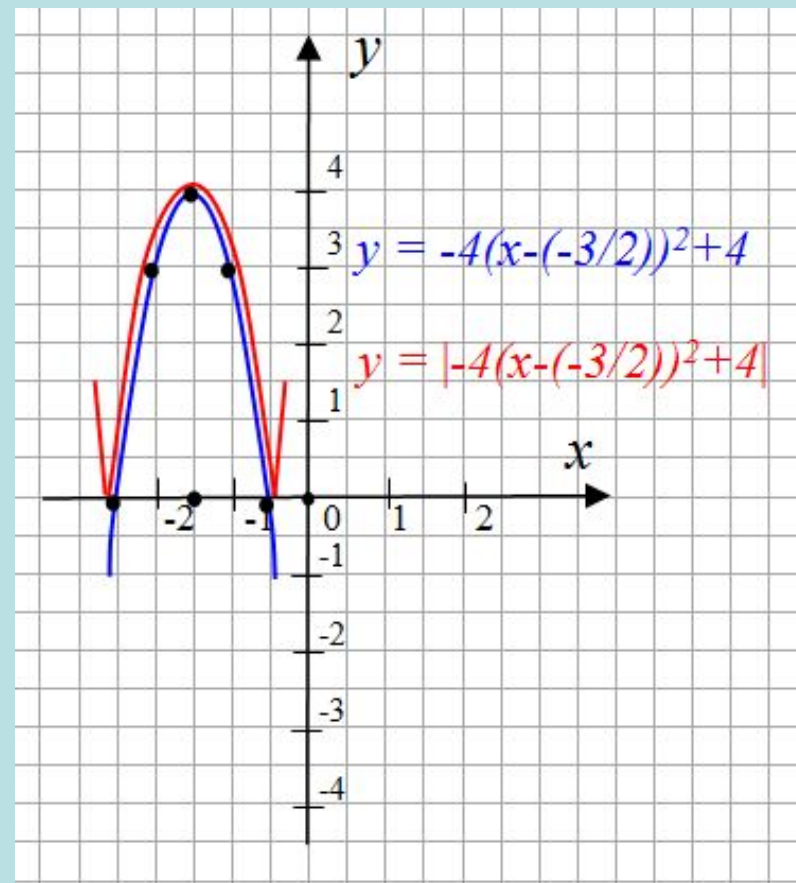
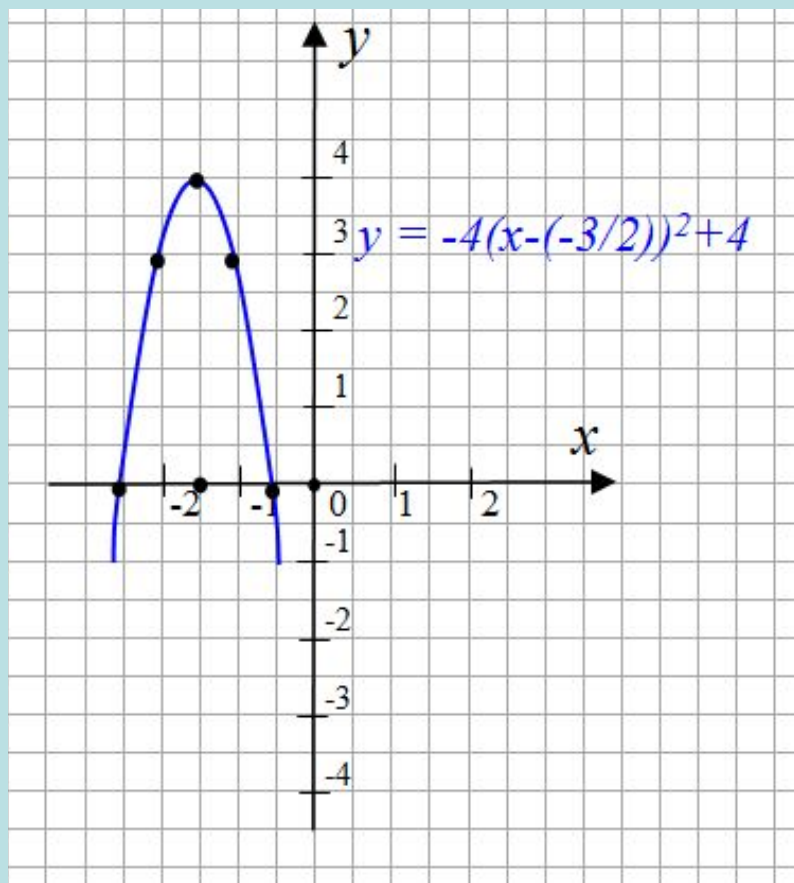
# Симетричне відображення графіка відносно осі ОУ



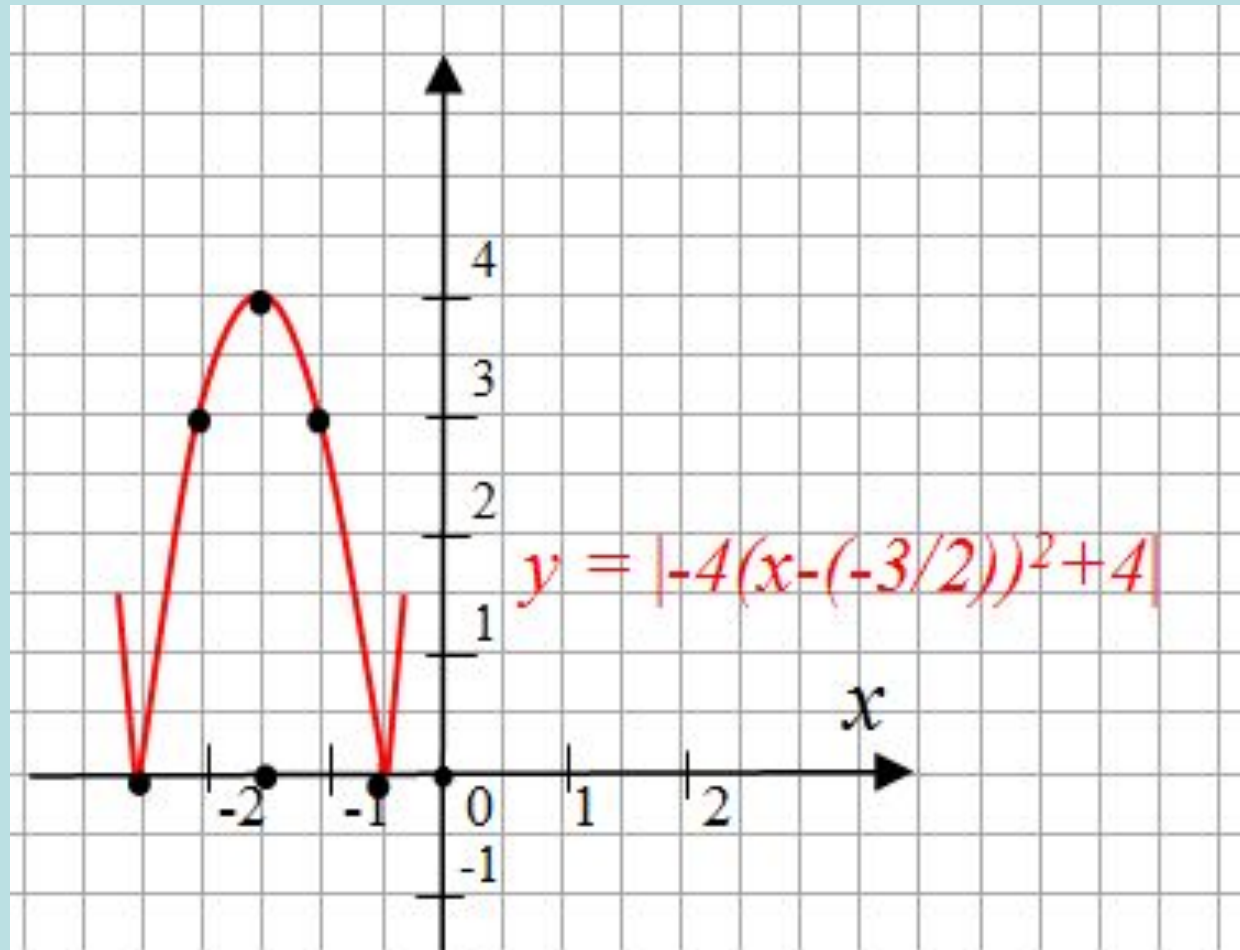
# Паралельне перенесення відносно осі ОУ



# Відображення функції



# Результат побудови графіка функції



Визначити базові функції для кожного  
побудувати графік функції  
рядка таблиці

$$y = |x - 5|$$

$$y = |x| - 5$$

$$y = x^2 - 9$$

$$y = -(x + 1)^2$$

$$y = 2 + \frac{6}{x}$$

$$y = \frac{7}{3 - 4x}$$

## *Домашнє завдання:*

1. Вивчити перетворення графіків за опорною таблицею.
2. За підручником:
  - прочитати стор. 16-21
  - виконати завдання стор. 26 № 3 (14, 30)
  - додаткові завдання стор. 26 № 3 (23, 24)



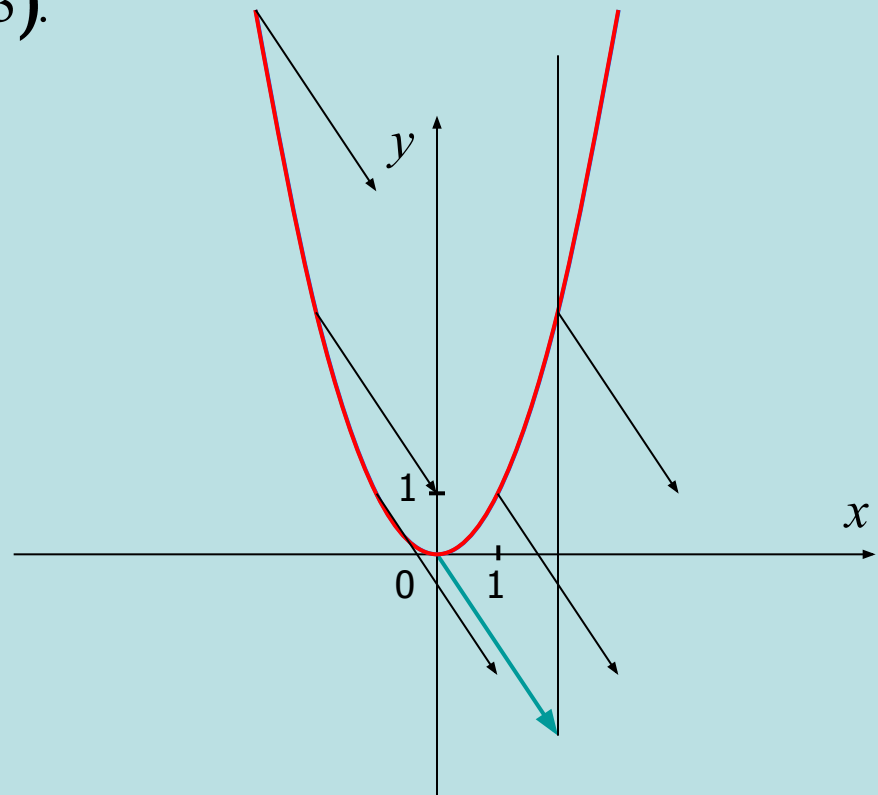
Приклад 1. Побудувати графік функції, яка задана формулою  $y = x^2 - 4x + 1$ .

*Розв'язання.*

1) Перетворимо дану формулу  $y = x^2 - 4x + 1 = (x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2) - 4 + 1 = (x - 2)^2 - 3$ .

2) Побудуємо графік функції  $y = x^2$ .

3) Виконаємо паралельний перенесення побудованого графіка на вектор  $(2; -3)$ .



Приклад 2. Побудувати графік функції, яка задана формулою  $y = \frac{3x+1}{x-1}$ .

*Розв'язання.* Перетворимо дану формулу:  $y = \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = \frac{4}{x-1} + 3$ .

1) Побудуємо графік функції  $y = \frac{4}{x}$ .

2) Виконаємо паралельне перенесення побудованого графіка на вектор  $(1; 3)$ .

