КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

Физические (материальные)

Представляют собой технические устройства, реализованные в материальном виде:
- установки;
- приборы;
- макеты;
- тренажеры;
- Электрические и электронные блоки, имитирующие работу объекта

Символьные (абстрактные)

Представляющие собой совокупность символов и правил манипулирования этими символами (грамматика):
- формулы;
- графики;
- таблицы;
- тексты;
- ноты;
- тексты;
- схемы (электрические, пневматические, гидравлические).

ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

- 1. ***Натурные (натуральные***) – **это практически полные копии реальных систем или их частей (элементов, подсистем), эксперименты с которыми обеспечивают наивысший уровень достоверности информации.**
- **2. *Масштабные модели* – это устройства, установки, в которых реализуются процессы той же физической природы, что и в оригинале, но в иных (чаще всего, в меньших) масштабах.**
- **3. *Аналоговые модели* принципиально отличаются от натурных и масштабных моделей тем, что процессы исходной системы изучаются на процессе-аналоге совсем другой физической природы. При этом обязательным условием такого моделирования является *физическое подобие* процессов.**
- **Под *физическим подобием* понимается однозначное соответствие между параметрами изучаемого объекта-оригинала и его модели, что выражается в тождественности (или близости) математических описаний процессов, протекающих в них.**


www.m143.ru

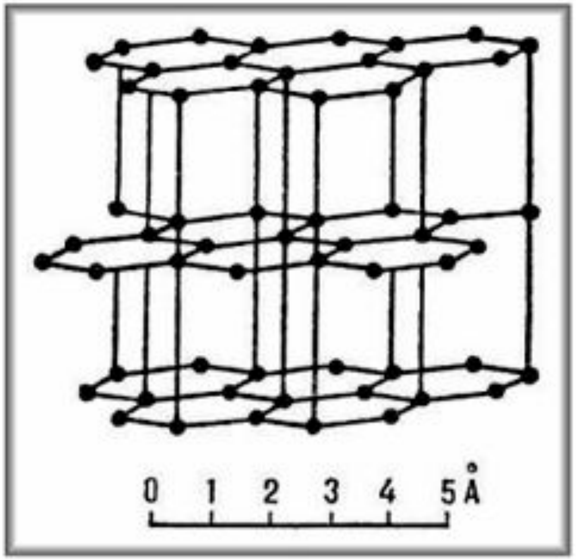

www.m143.ru


www.m143.ru

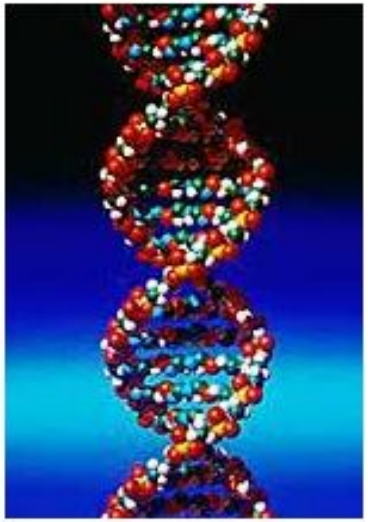

www.m143.ru


www.m143.ru

Модель кристалла алмаза



Модель кристалла графита



Модель ДНК

ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Применение *НАТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ* оправдано в следующих случаях:

- когда натурное моделирование проще и обходится дешевле, чем создание каких-то других моделей;

- когда реальная система уже создана, и по ней необходимо уточнить какие-то характеристики, настроить параметры;

- **когда необходимую точность, достоверность информации нельзя обеспечить на других, более абстрактных моделях.**
- **ПРИМЕР ФИЗИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ ПРОЦЕССОВ:**

- **зависимость напряжения U(t) на емкости C от величины тока I(t) может быть представлена уравнением**
- .
- **(1)**

$$U(t) = U(0) + \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt$$

- **Зависимость уровня жидкости H(t) в цилиндре от расхода жидкости G(t) в цилиндр можно описать уравнением вида**
- ,
- **(2)**

$$H(t) = H(0) + \frac{1}{S}\int_0^t G(t)dt$$

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

- ***Математическая модель*** **представляет собой систему математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или явление. Для составления математической модели могут быть использованы языки различных разделов математики:**
- $Y = 2X + 4$
- $T \cdot dy/dt + y = -5x$
- $A = B \cap C$
- $A = \lim x(t)$
- $t \to \infty$

КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

1.<u>По методу их исследования</u>: аналитические; имитационные.

2. <u>По учету случайного характера воздействий, связей, изменения параметров</u>:

- детерминированные; стохастические.

3. <u>По учету переходных процессов в моделируемом объекте</u>:

- статические; динамические.

4. <u>По характеру изменения модельного времени</u>:

- непрерывные; дискретные.

5. <u>По линейности математических соотношений</u>:

- линейные; нелинейные.

Преимущества математических моделей перед физическими

- позволяют с помощью набора типовых моделей решать достаточно широкий класс задач моделирования различных объектов, имеющих похожее математическое описание;
- обеспечивают простоту перехода от одной задачи к другой, изменения начальных условий, внешних воздействий, параметров объекта;
- дают возможность моделировать объект по частям, разбивая сложный процесс на элементарные подпроцессы, что особенно существенно при исследовании сложных технологических объектов;
- эффективно используют быстродействующие ЭВМ как в процессе проведения экспериментов с моделью, так и при обработке экспериментальных данных;
- значительно экономичнее метода физического моделирования как по затратам времени, так и по стоимости моделирования.

ЦЕЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

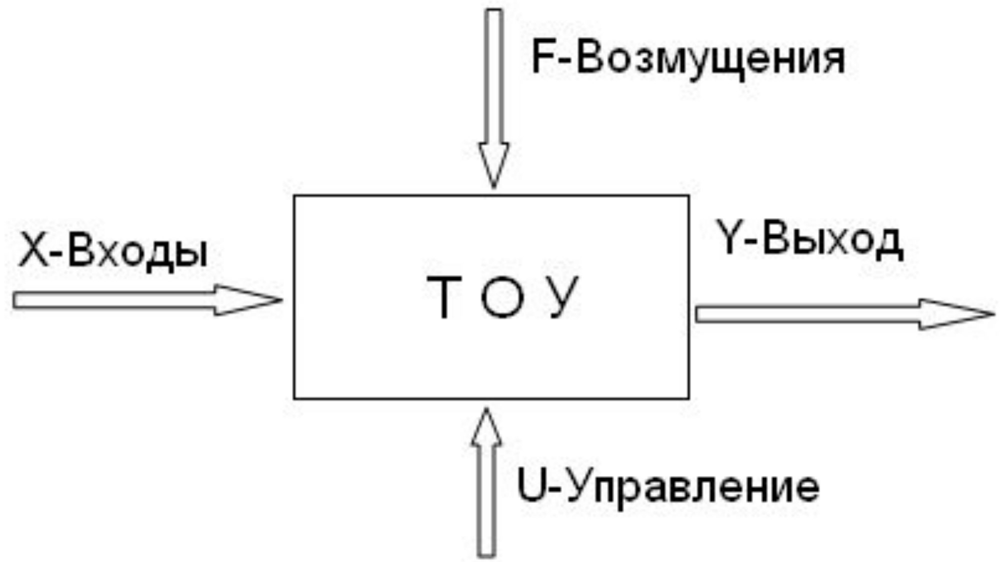
- определение оптимального технологического режима для отдельного технологического агрегата, участка и производства;
- оптимальное распределение потоков между параллельно работающими агрегатами;
- выбор структуры регулятора технологического параметра;
- оптимизация настроек регулятора;
- диагностика причин нарушения технологического регламента;
- прогнозирование и предупреждение аварийных ситуаций;
- реализация адаптивных систем управления.

ЦЕЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

- определение оптимального плана производства;
- выбор оптимальных объемов запасов сырья, материалов и полуфабрикатов;
- прогнозирование изменения спроса рынка на производимую продукцию;
- обоснованное выделение лимитов на энергоресурсы для подразделений предприятия.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Под *технологическим объектом управления (ТОУ)* будем понимать совокупность технологического оборудования и реализованного на нем по определенным регламентам технологического процесса.



При моделировании стремятся установить взаимосвязи по каналам: X→Y, U→Y, F→Y

КАТЕГОРИИ ТОУ ПО ХАРАКТЕРУ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- ***гидродинамические процессы*** **(перемещение жидкостей и газов по трубопроводам и внутри аппаратов, перемешивание в жидкой среде, очистка газа от пыли и тумана и т.п.). При построении моделей используются законы механики и гидродинамики;**
- ***тепловые процессы*** **(процессы нагрева и охлаждения, выпаривания и конденсации, теплообмена). Используются законы термодинамики;**
- ***механические процессы*** **(измельчение, грохочение, гранулирование, перемешивание и транспортировка сыпучих материалов). В основу моделей закладываются законы механики;**
- ***электромеханические*** **(электродвигатели с электроприводом, генераторы). Используются законы механики и электротехники;**
- ***диффузионные*** ***(массообменные процессы, связанные с переносом вещества в различных агрегатных состояниях из одной фазы в другую)*** **(дистилляция и ректификация, растворение и кристаллизация, увлажнение и сушка). Используются законы массопереноса.**

Формы математических моделей динамических объектов

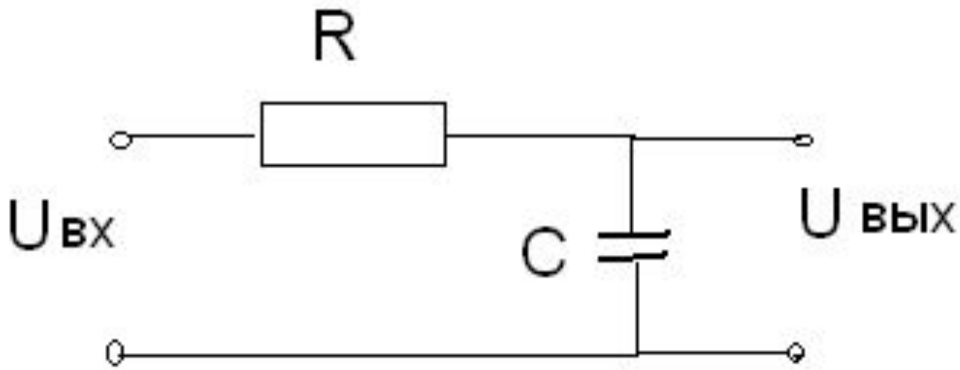
1. <u>Дифференциальное уравнение</u>

- ***Физический смысл дифференциального уравнения***, **моделирующего реальное инерционное звено, заключается в том, что оно отражает один из фундаментальных законов природы, определяющий процессы в моделируемом звене. К таким законам относятся:**
- **закон сохранения энергии;**
- **закон сохранения вещества;**
- **закон сохранения количества теплоты;**
- **закон равновесия сил и т.п.**
- **Дифференциальное уравнение имеет балансный характер. В правую часть уравнения записываются действующие на звено силы (или приход энергии, вещества), выраженные через входную величину звена и ее производные. В левую часть – силы сопротивления (или накопление и расход энергии, вещества), выраженные через выходную величину и ее производные.**
- **Общий порядок построения дифференциального уравнения, моделирующего какое-либо звено, заключается в следующем:**
- **Определяются входная и выходная величины звена.**
- **Устанавливается закон (законы), в соответствии с которым протекают основные процессы в звене.**
- **Внешняя сила, энергия, входящий поток вещества выражаются через входную величину звена и ее производные и записываются в правую часть уравнения, а силы сопротивления, накопление и расход энергии или вещества, выраженные через выходную величину и ее производные – в левую часть.**

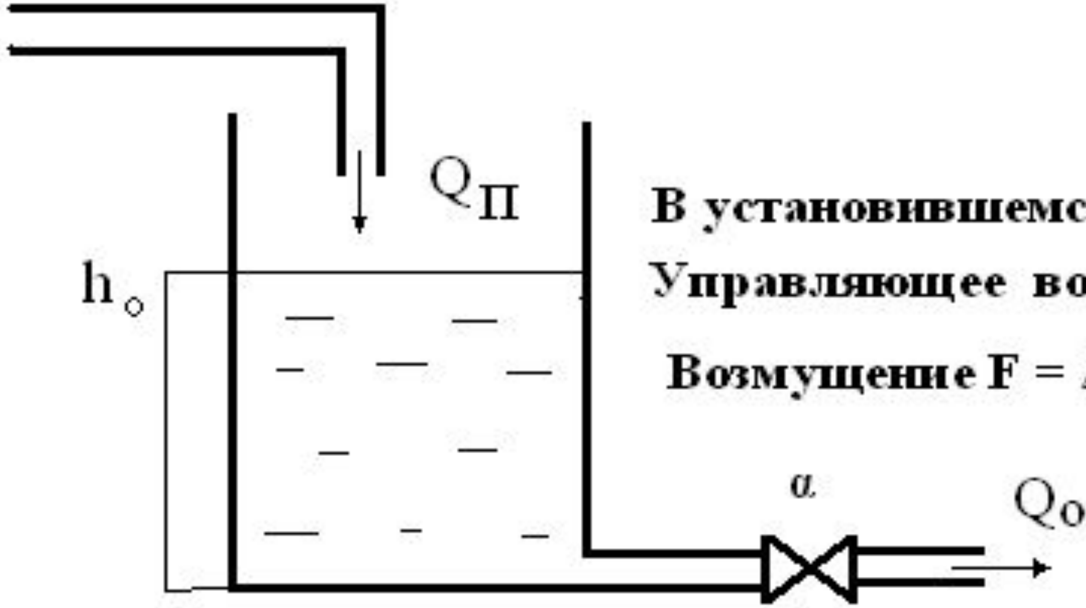
ПРИМЕР ПОЛУЧЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

$U_R + U_C = U_{вх}$; $I \cdot R + U_{вых} = U_{вх}$; $I = C \cdot dU_{вых}/dt$;

$R \cdot C \cdot dU_{вых}/dt + U_{вых} = U_{вх}$; $T \cdot dU_{вых}/dt + U_{вых} = U_{вх}$.



$$W(S) = \frac{1}{TS + 1}$$



В установившемся режиме $Q_{ПО} = Q_{ОО}$.

Управляющее воздействие $U = \Delta Q_П$.

Возмущение $F = \Delta\alpha$. Выход $y = h$.

Пусть приток вырос на $\Delta Q_П$. $Q_П = Q_{ПО} + \Delta Q_П$. Тогда за время Δt уровень вырастет на Δh и составит $h = h_O + \Delta h$. Составим уравнение баланса: $S \cdot \Delta h = \Delta t \cdot (Q_П - Q_О)$.

$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{1}{S} \cdot (Q_п - Q_о)$. **$Q_О = \mu \cdot \alpha\sqrt{h}$. Разложим последнее выражение**

в ряд Тейлора $Q_о = \mu \cdot \alpha\sqrt{h_о} + \frac{\mu \cdot \alpha}{2 \cdot \sqrt{h_о}}\Delta h$. **Тогда**

$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{1}{S}(Q_{по} + \Delta Q_п - \mu \cdot \alpha\sqrt{h_0} - \frac{\mu \cdot \alpha}{2\sqrt{h_0}}\Delta h)$. $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{S}(u - \frac{\mu \cdot \alpha}{2\sqrt{h_0}} y)$.

Или в стандартном виде

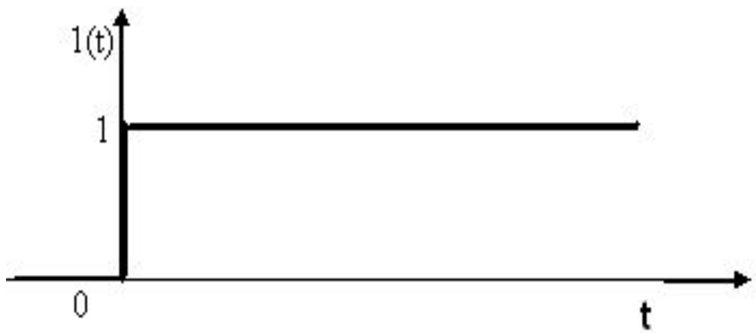
$T\frac{dy}{dt} + y = K \cdot u$. **Где** $T = \frac{2S\sqrt{h_0}}{\mu \cdot \alpha}$; $K = \frac{2\sqrt{h_0}}{\mu \cdot \alpha}$

ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

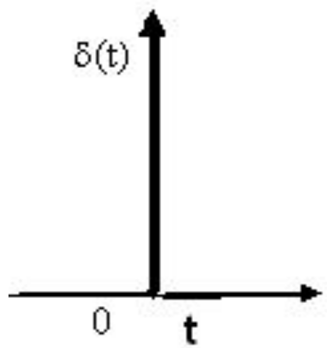
***Переходная и импульсная переходная функции* позволяют наглядно представить такие важные с инженерной точки зрения свойства звена, как длительность и характер (монотонность или колебательность) переходного процесса при резком изменении входного воздействия.**

- *Переходная функция h(t)* – это реакция выходной величины звена на единичное ступенчатое воздействие 1(t) из нулевых начальных условий до подачи воздействия.
- Единичное ступенчатое воздействие 1(t) – это воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до единицы и далее остается неизменным.
- *Импульсная переходная функция w(t)* – это реакция выходной величины звена на единичный импульс δ(t) из нулевых начальных условий до подачи воздействия.

ЕДИНИЧНАЯ СТУПЕНЬ И ЕДИНИЧНЫЙ ИМПУЛЬС



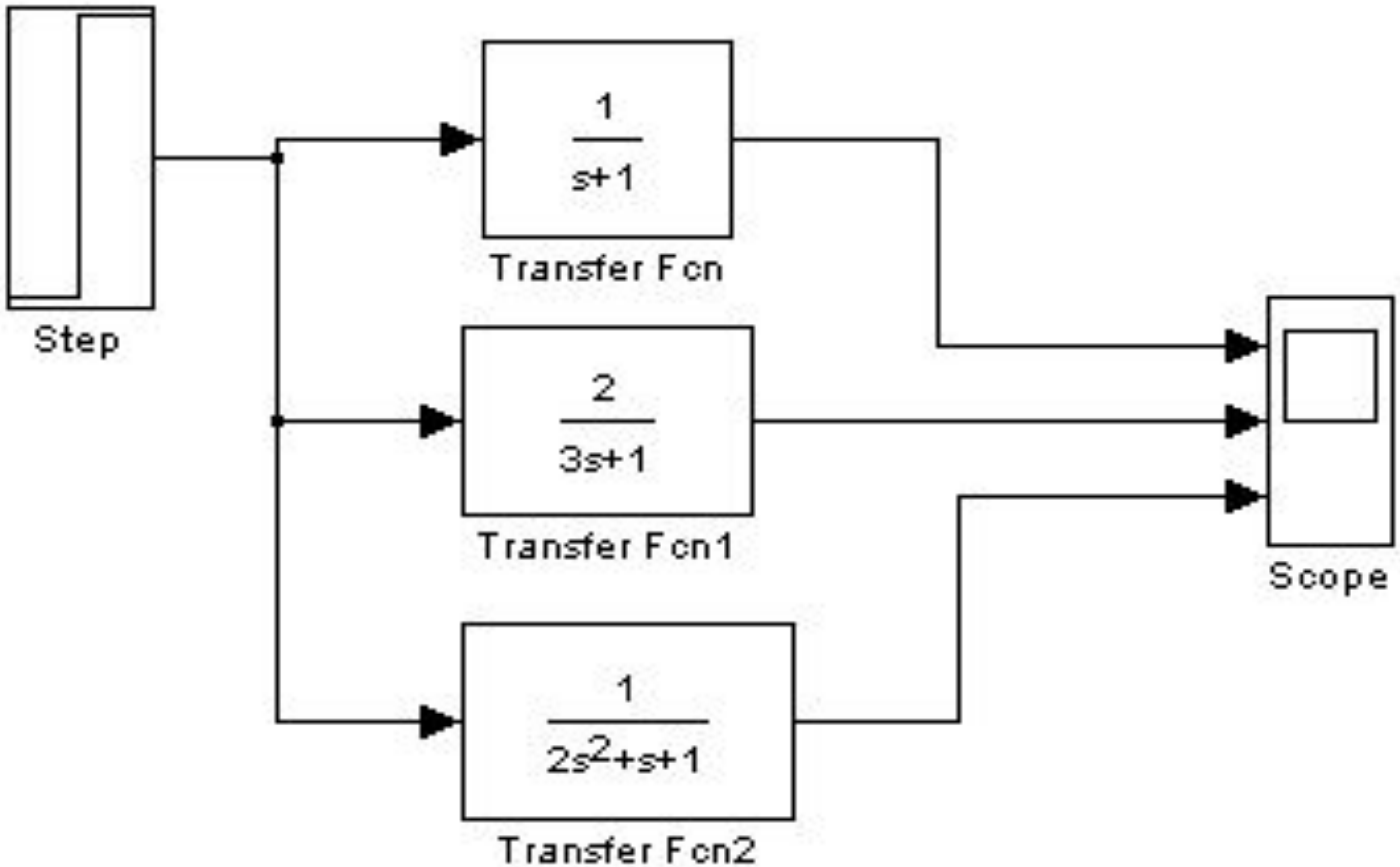
$$1(t) = \begin{cases} 0 & при \;\; t < 0, \\ 1 & при \;\; t \geq 0. \end{cases}$$



$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & при \;\; t = 0, \\ 0 & при \;\; t \neq 0. \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} \qquad\qquad w(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

СХЕМА ПОЛУЧЕНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ФУНКЦИЙ В MATLAB



ПРИМЕРЫ ПЕРЕХОДНЫХ ФУНКЦИЙ

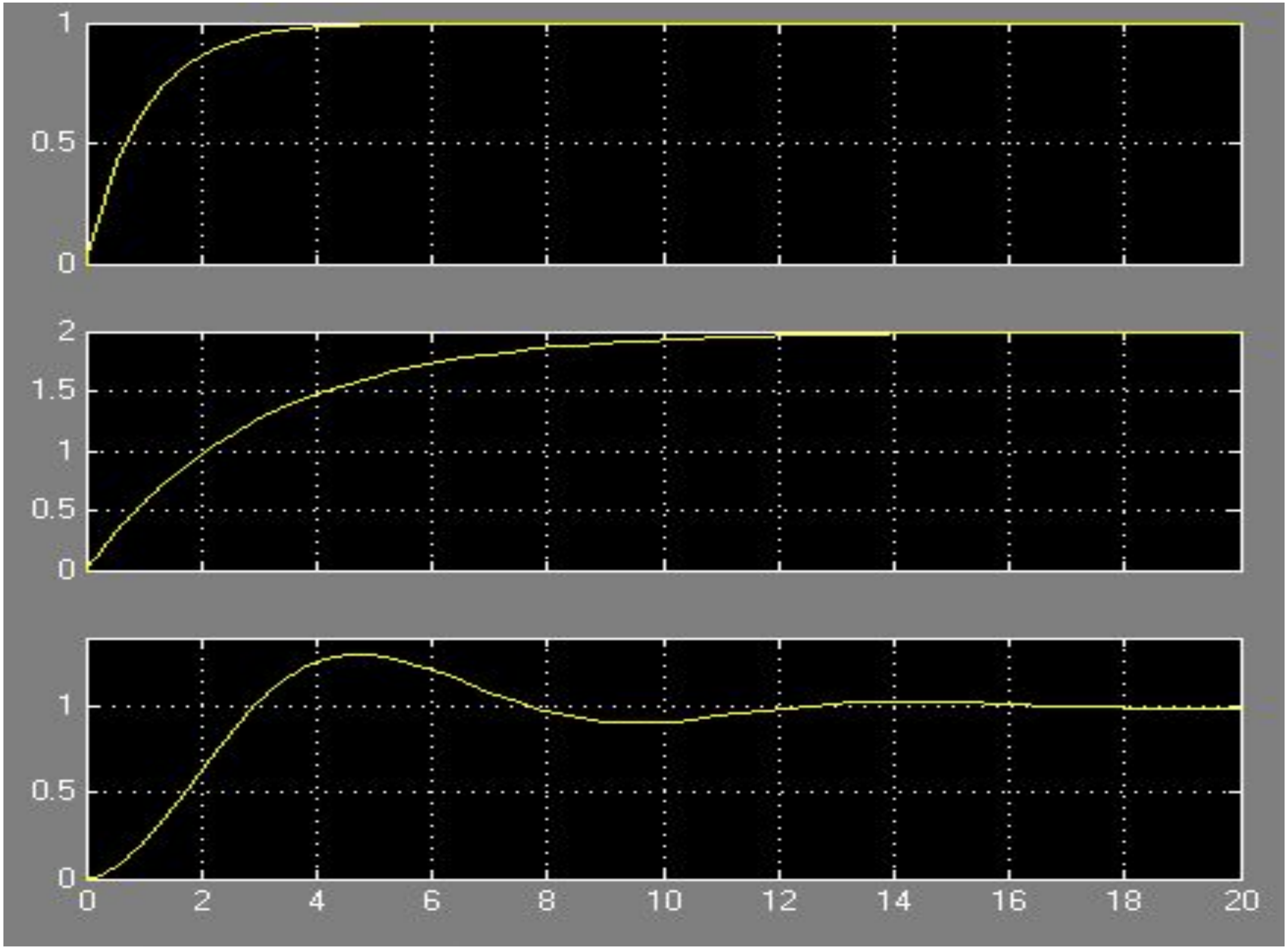
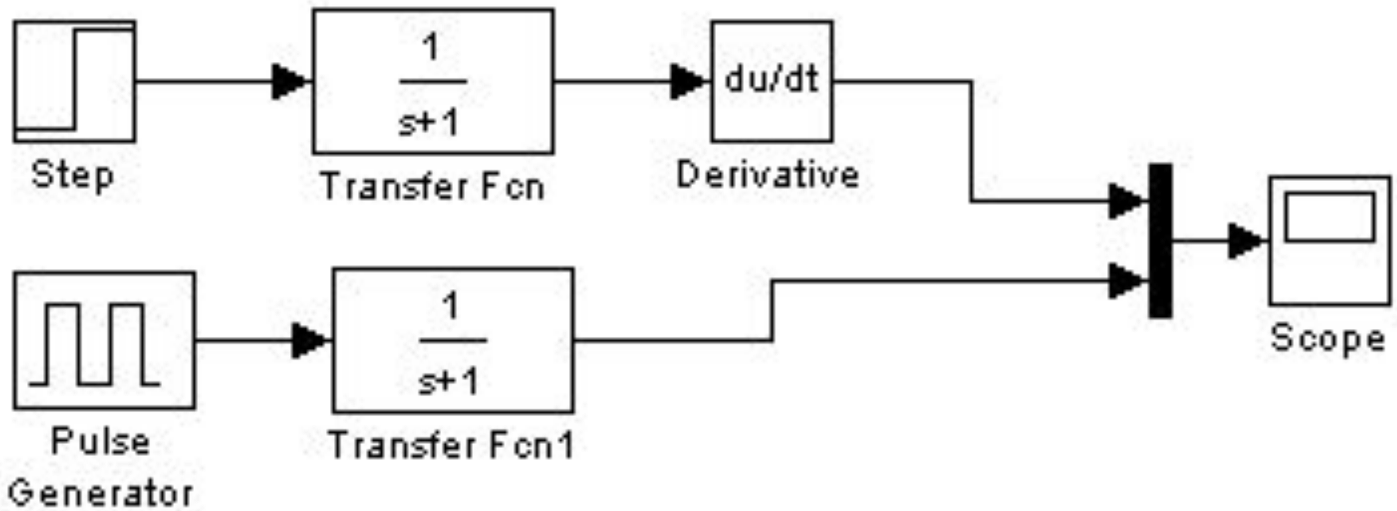
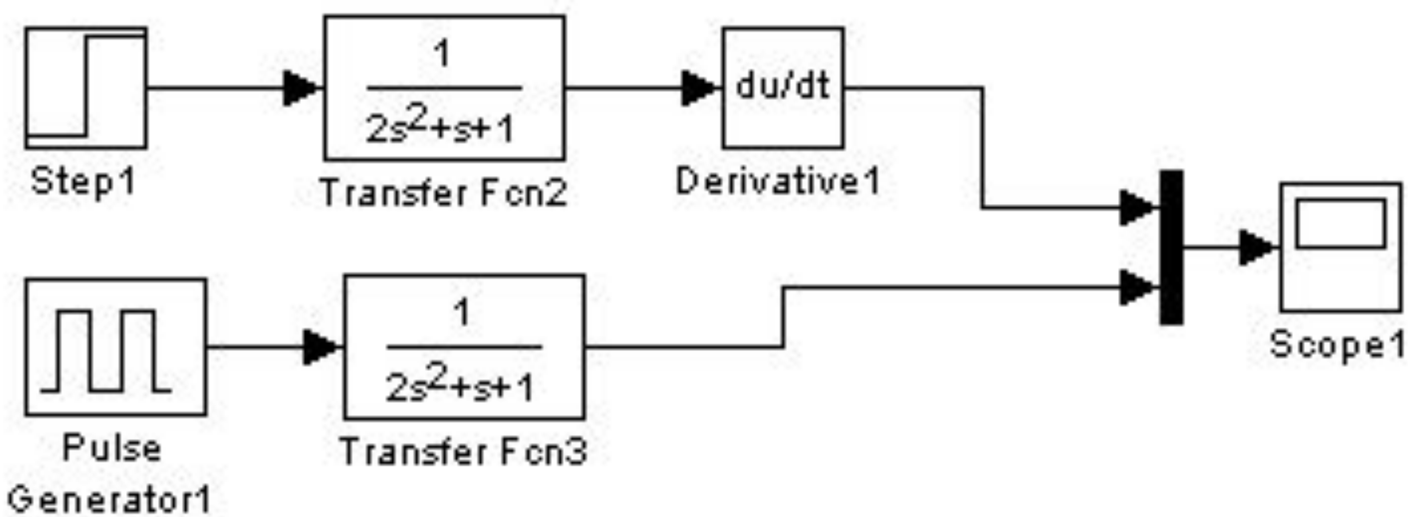
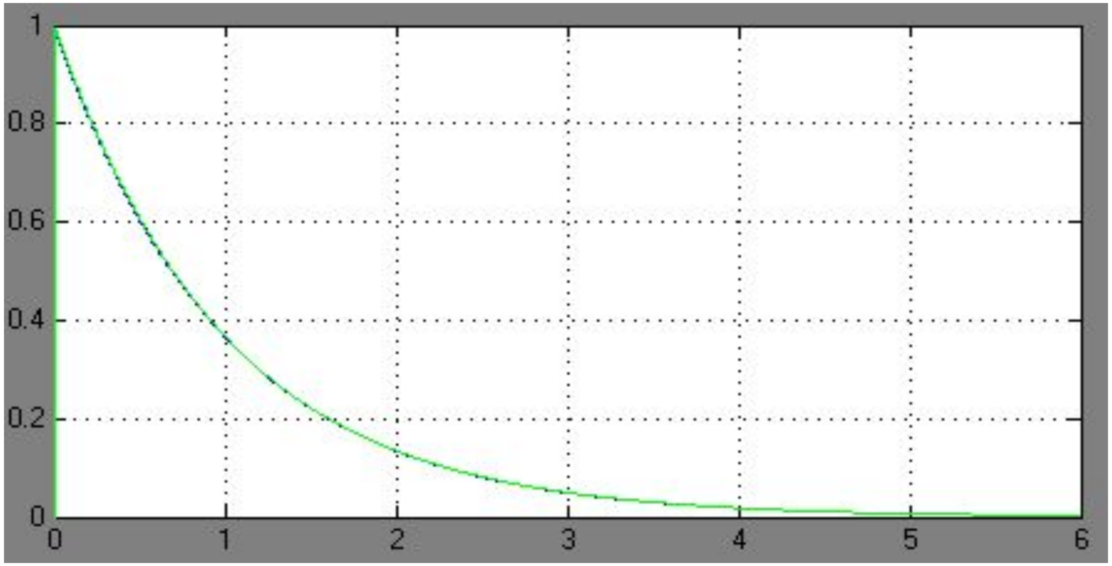
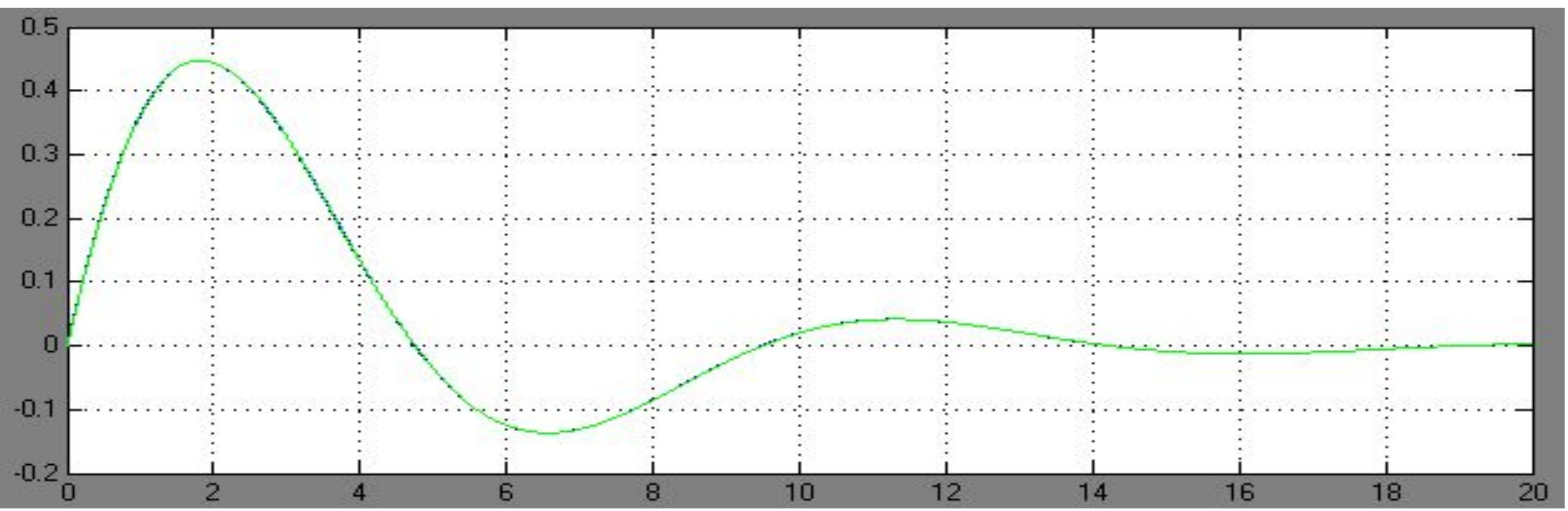


СХЕМА ПОЛУЧЕНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ПФ






1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 1 2 3 4 5 6


0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

Передаточная функция

Передаточная функция, в отличие от дифференциального уравнения, связывает не оригиналы X(t) и Y(t) входного и выходного сигналов, а их изображения по Лапласу x(s) и y(s).

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ – отношение изображения по Лапласу выходного сигнала Y(S) к изображению входного сигнала X(S) при нулевых начальных условиях

$$W(S) = \frac{Y(S)}{X(S)}$$

$$f(s) = \int_0^\infty F(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt \qquad F(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} f(S) \cdot e^{St} dS, \quad t > 0$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty a(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi(\omega)) d\omega, \quad t > 0.$$

$$a(\omega) = \left| f(s)_{s=j\omega} \right|;$$

$$\varphi(\omega) = \arg\left\{ f(s)_{s=j\omega} \right\}.$$

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Входной сигнал линейной системы

$$X(t) = A_X \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Выходной сигнал ***В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ***

$$Y(t) = A_Y(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi(\omega))$$

Амплитудная частотная характеристика

$$A(\omega) = \frac{A_Y(\omega)}{A_X}$$

Фазовая частотная характеристика

$$\varphi(\omega)$$