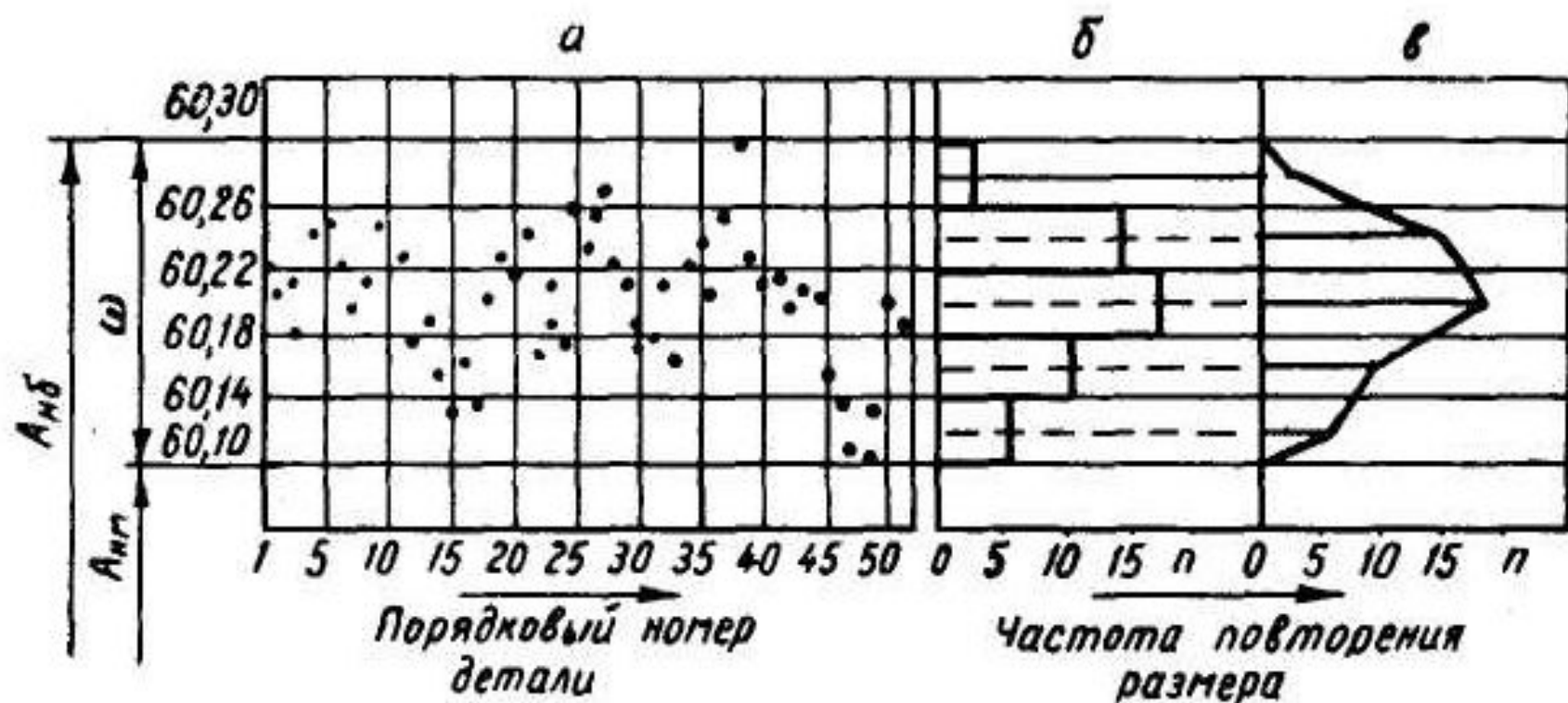
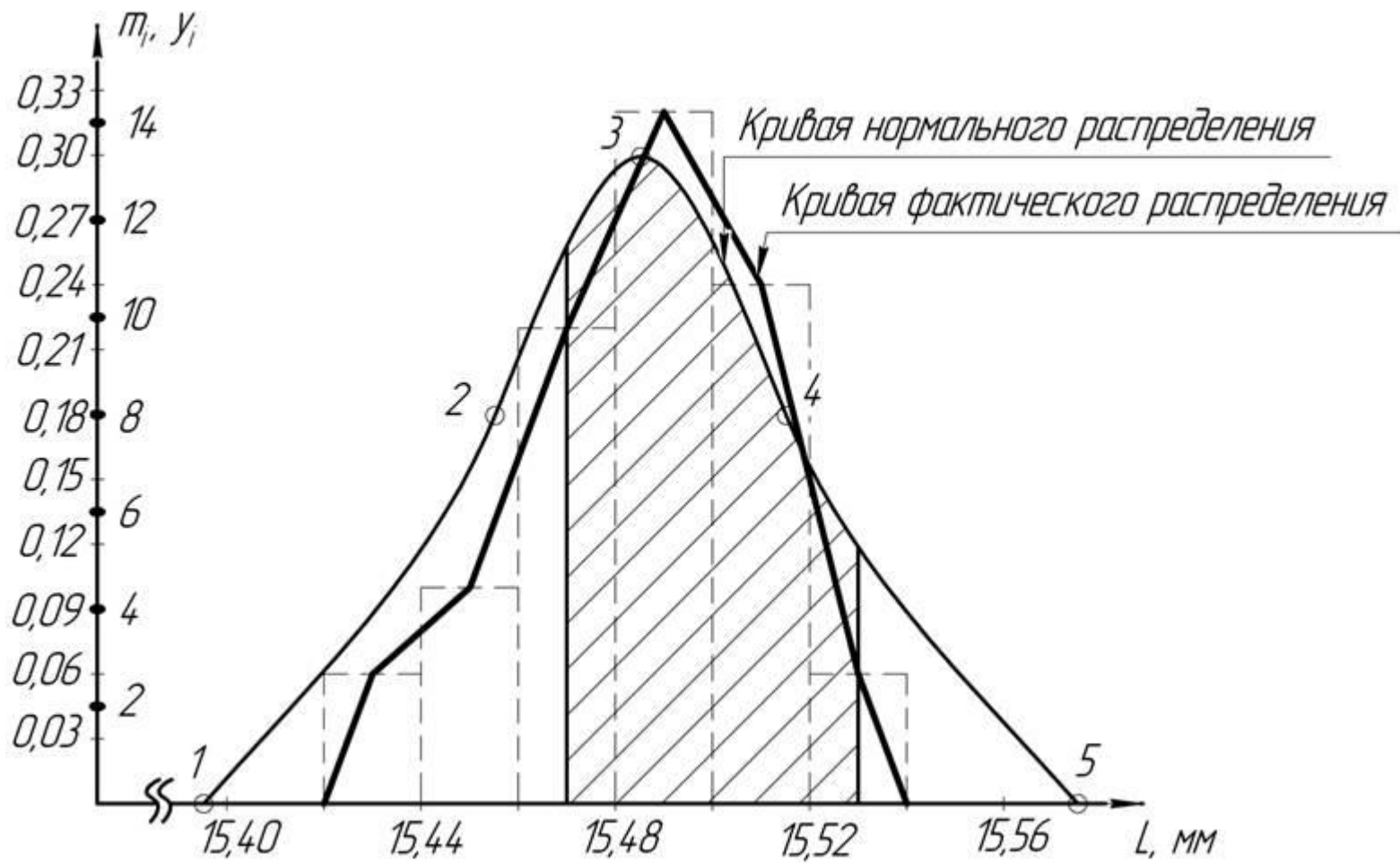


Точность производства



Рассеяние размеров:

$a$  — точечная диаграмма;  $б$  — гистограмма;  $в$  — полигон рассеяния



При различных условиях обработки рассеивание подчиняется различным законам.

Наибольшее значение имеют законы:

1. Закон гауссовского распределения,
- 2) закон равной вероятности,
- 3) закон Симпсона,
- 4) композиция законов распределения.

Многочисленные исследования показали, что распределение действительных размеров, обработанных на настроенных станках, подчиняется закону нормального распределения.

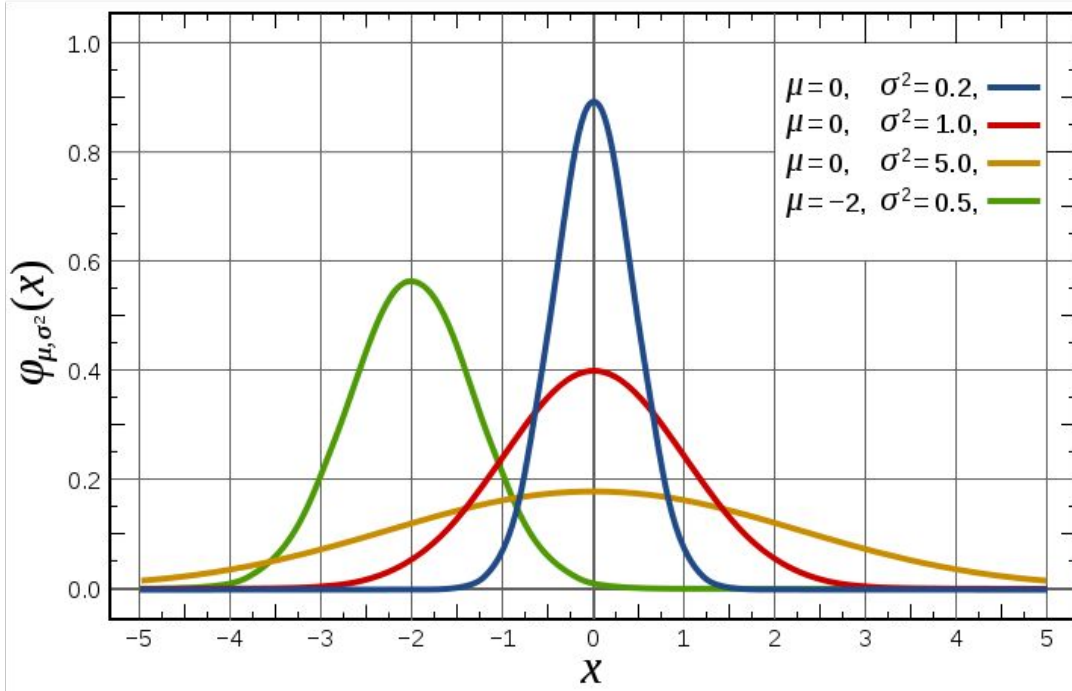
Условия выполнения закона нормального распределения:

- 1) влияние каждого из факторов на сумму ничтожно мало и примерно одинаково по своей величине (нет доминирующих слагаемых),
- 2) в состав суммы входит большое число взаимно независимых случайных величин.

Уравнение кривой Гаусса

$$y = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

где  $y$  – частота появления погрешности (плотность вероятности);  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение аргумента;  $e$  – основание натуральных логарифмов;  $x$  – отклонение действительных размеров от средних.



Любая кривая распределения характеризуется следующими основными статистическими параметрами:

- Поле рассеяния:  $W = D_{\max} - D_{\min}$
- Средняя величина параметра:  $D_{cp} = \frac{1}{n} \sum D_i$

где  $D_i$  – фактическая величина исследуемого параметра  $y_i$ -го изделия,  $n$  – количество контролируемых размеров. Средняя величина определяет расположение центра поля рассеивания, то есть определяет точность настройки операции.

- Среднеквадратическое отклонение:  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2}$

$x_i$  - абсолютное отклонение параметра  $i$ -го изделия от среднего значения

$$x_i = D_i - D_{cp}$$

Кривая нормального распределения имеет симметричную форму с точками перегиба при значениях  $X = \pm \sigma$ , уровень точки перегиба  $y = 0,6 y_{\max}$ .

Максимальное значение при  $x=0$

$$y_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cong \frac{0,4}{\sigma}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - x_{cp})^2}{N - 1}}$$

$N$  – общее количество отклонений  
 $n_i$  – частота в  $i$ -м интервале  
 $k$  – количество интервалов

Площадь, ограниченная кривой распределения в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  описывается выражением

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}} dx$$

Любой другой интеграл при  $x_1 < x < x_2$  определяет долю случайных величин, укладывающихся в эти пределы и всегда меньше единицы. Погрешность не будет отличаться больше, чем на  $\pm x$ . Для технологических расчётов этот интеграл удобнее выразить как

$$S = \int_{-x}^{+x} y dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-\frac{(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}} dx$$

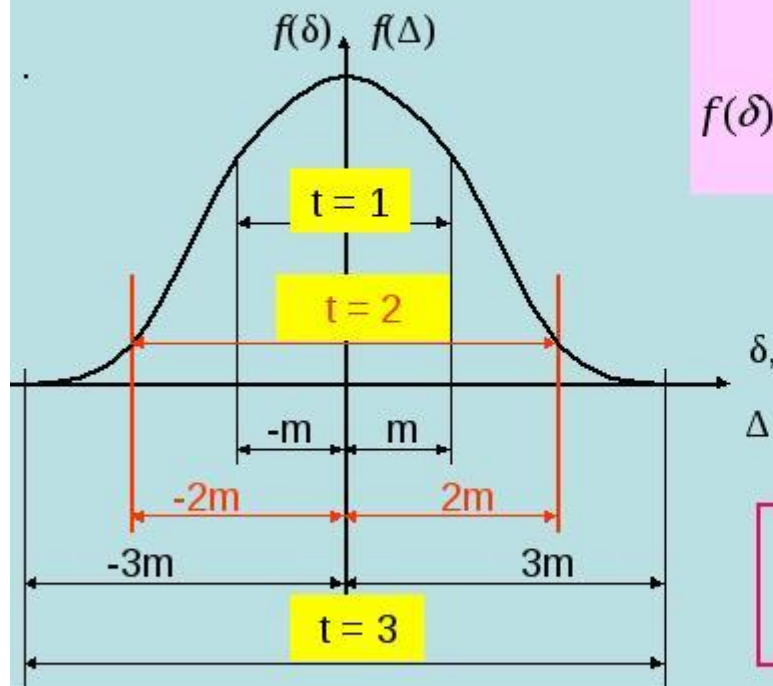
Значение приведенного интеграла будет определяться функцией от  $z=x/\sigma$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



# Элементы теории погрешностей

Распределение вероятностей появления случайных погрешностей



$$f(\delta) = \frac{1}{m_{\delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sum \delta^2}{2m_{\delta}^2}}$$

$$f(\Delta) = \frac{1}{m_{\Delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sum \Delta^2}{2m_{\Delta}^2}}$$

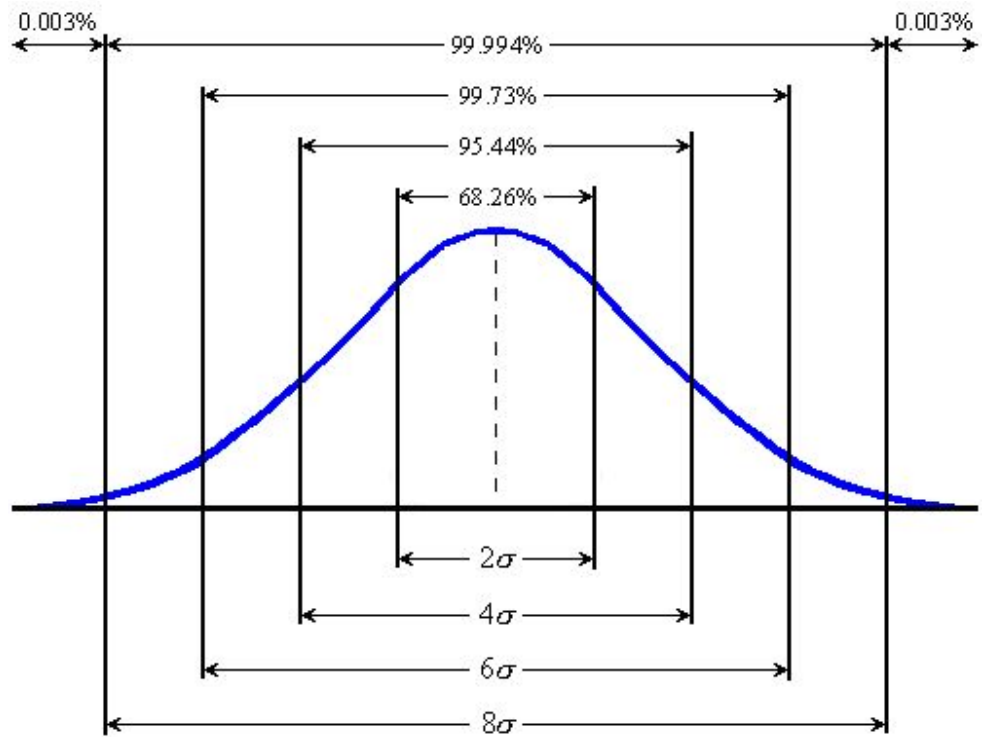
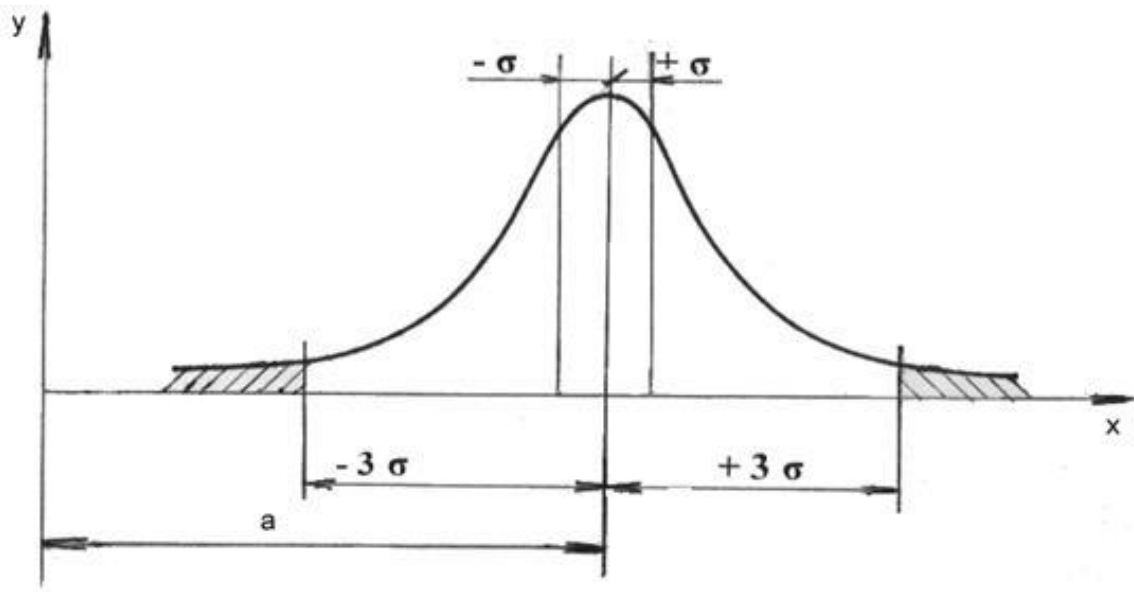
Для 68,3 % от  $n$ ,  $\delta \leq 1m$  или  $\Delta \leq 1m$  ( $t = 1$ ).

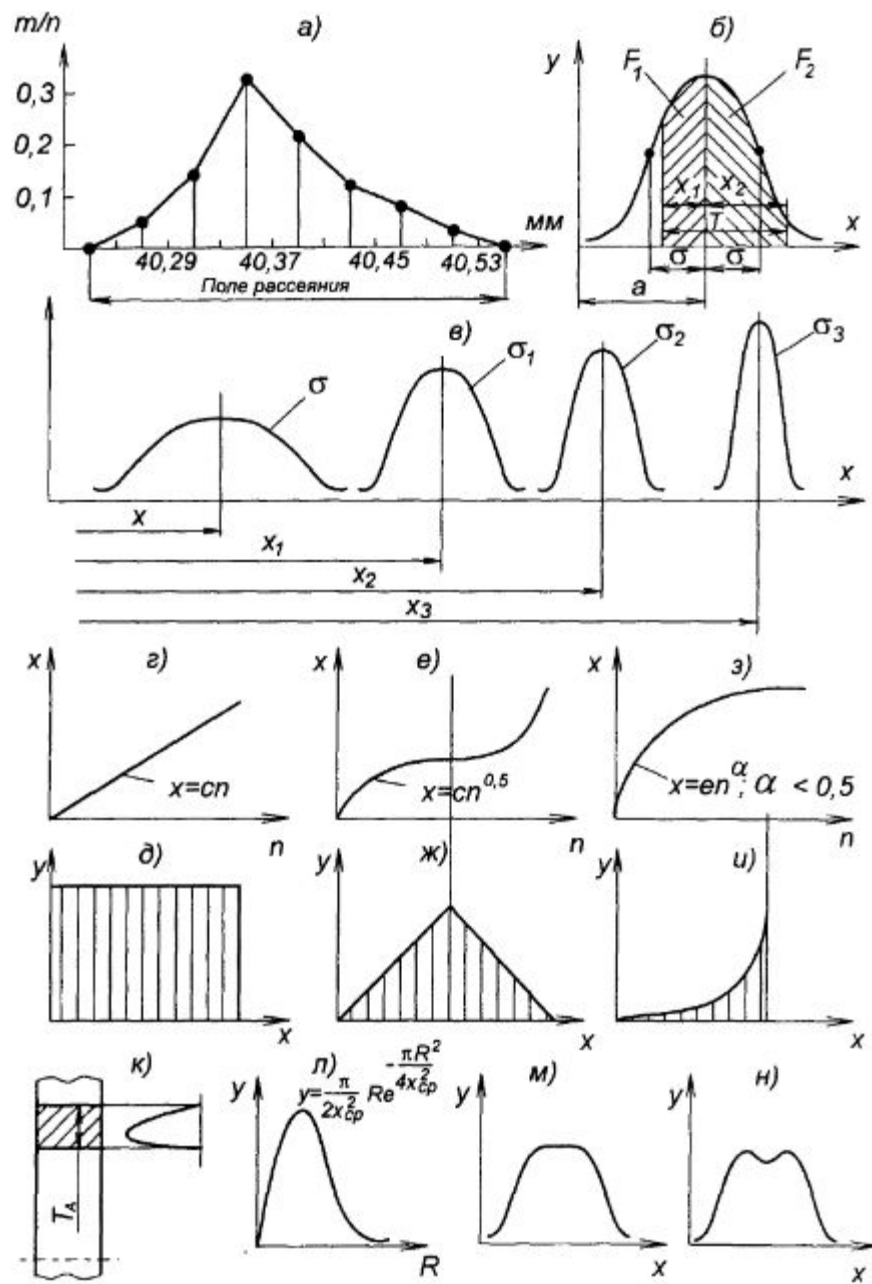
Для 95,4 % от  $n$ ,  $\delta \leq 2m$  или  $\Delta \leq 2m$  ( $t = 2$ ).

Для 99,7 % от  $n$ ,  $\delta \leq 3m$  или  $\Delta \leq 3m$  ( $t = 3$ ).

Определение доверительной вероятности и формирование допустимой погрешности, например,

$$f_{\beta}(\partial_{\text{доп}}) = t m \sqrt{n}$$





Кривые распределения и их разновидности



Таблица значений функции Лапласа

$t$	$F(t)$	$t$	$F(t)$	$t$	$F(t)$	$t$	$F(t)$
0.00	0.00000	1.00	0.68269	2.00	0.95450	3.00	0.99730
0.01	0.00798	1.01	0.68750	2.01	0.95557	3.01	0.99739
0.02	0.01596	1.02	0.69227	2.02	0.95662	3.02	0.99747
0.03	0.02393	1.03	0.69699	2.03	0.95764	3.03	0.99755
0.04	0.03191	1.04	0.70166	2.04	0.95865	3.04	0.99763
0.05	0.03988	1.05	0.70628	2.05	0.95964	3.05	0.99771
0.06	0.04784	1.06	0.71086	2.06	0.96060	3.06	0.99779
0.07	0.05581	1.07	0.71538	2.07	0.96155	3.07	0.99786
0.08	0.06376	1.08	0.71986	2.08	0.96247	3.08	0.99793
0.09	0.07171	1.09	0.72429	2.09	0.96338	3.09	0.99800
0.10	0.07966	1.10	0.72867	2.10	0.96427	3.10	0.99806
0.11	0.08759	1.11	0.73300	2.11	0.96514	3.11	0.99813
0.12	0.09552	1.12	0.73729	2.12	0.96599	3.12	0.99819
0.13	0.10348	1.13	0.74152	2.13	0.96683	3.13	0.99825
0.14	0.11134	1.14	0.74571	2.14	0.96765	3.14	0.99831
0.15	0.11924	1.15	0.74986	2.15	0.96844	3.15	0.99837
0.16	0.12712	1.16	0.75395	2.16	0.96923	3.16	0.99842
0.17	0.13499	1.17	0.75800	2.17	0.96999	3.17	0.99848
0.18	0.14285	1.18	0.76200	2.18	0.97074	3.18	0.99853
0.19	0.15069	1.19	0.76595	2.19	0.97148	3.19	0.99858
0.20	0.15852	1.20	0.76986	2.20	0.97219	3.20	0.99863
0.21	0.16633	1.21	0.77372	2.21	0.97289	3.21	0.99867
0.22	0.17413	1.22	0.77754	2.22	0.97358	3.22	0.99872



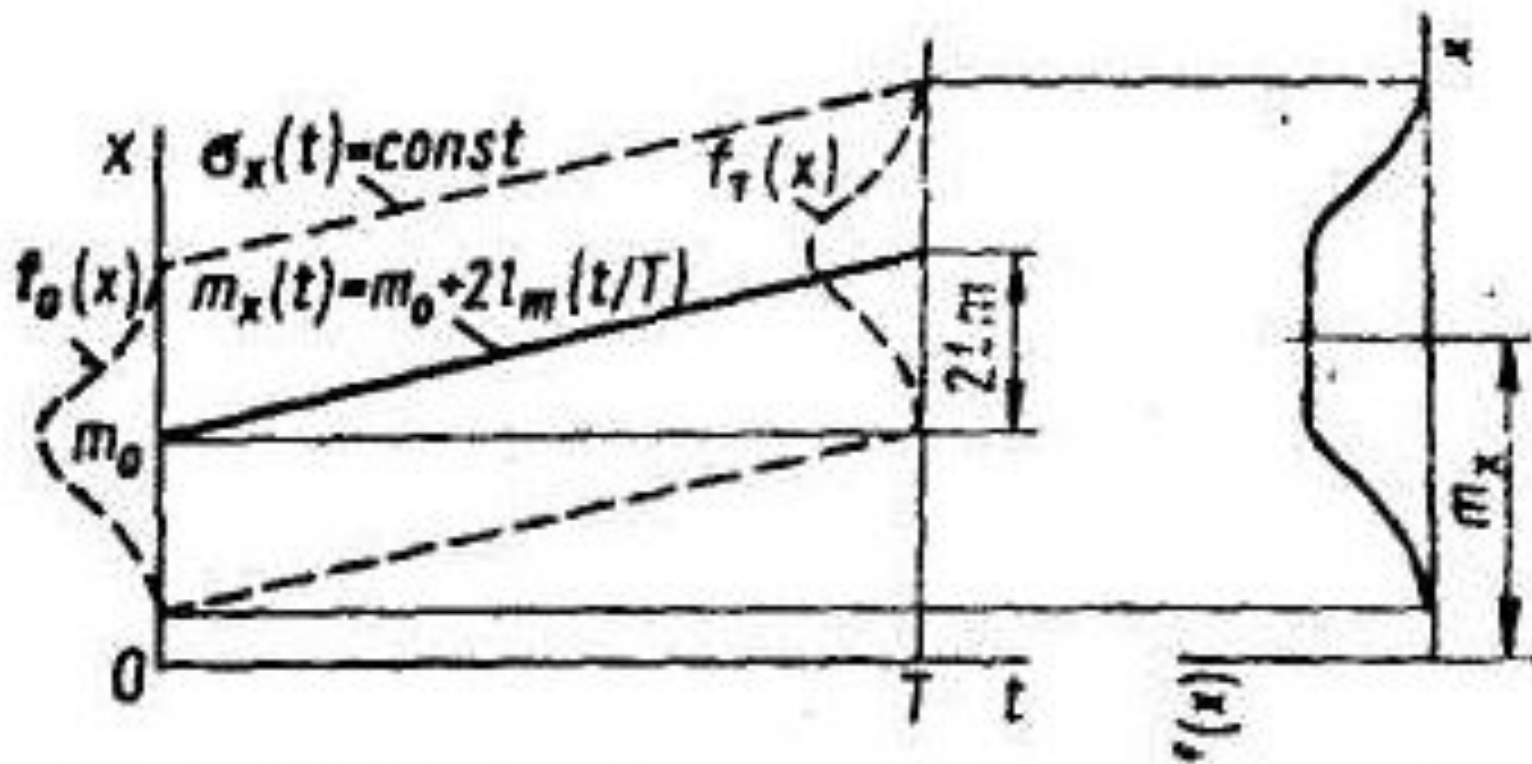


График изменения настройки процесса во времени по линейному закону при постоянном рассеянии

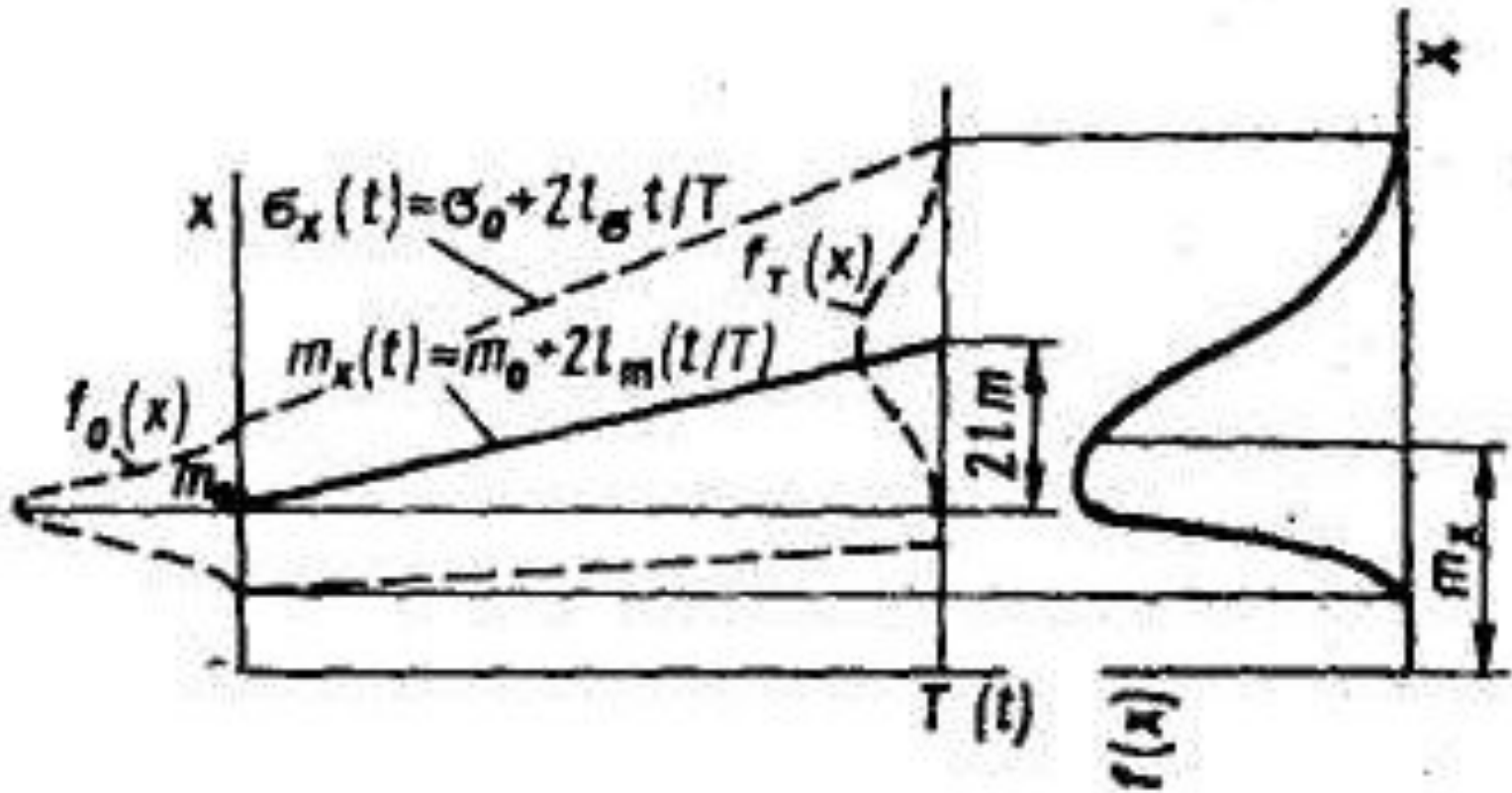
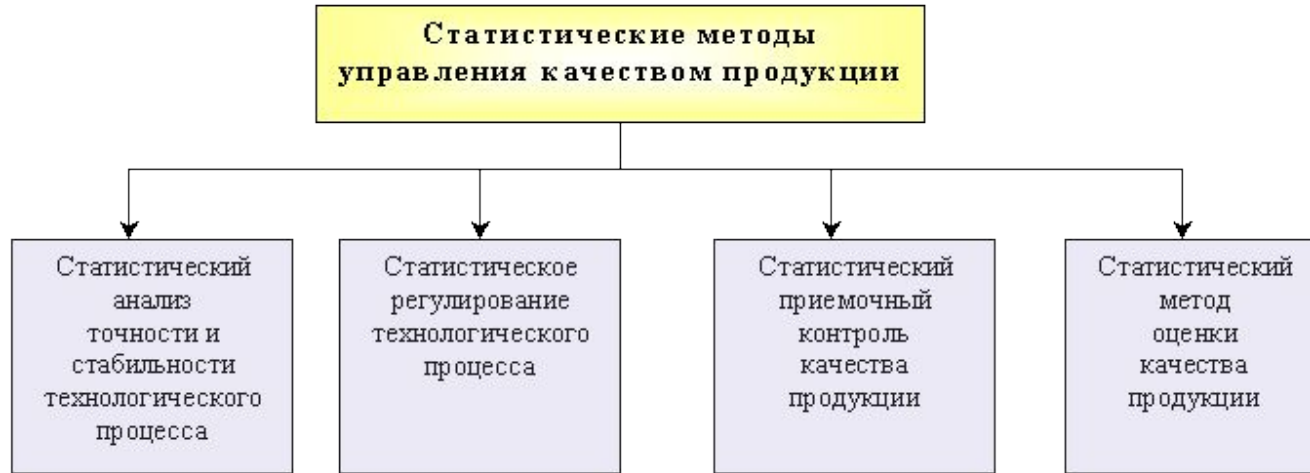


График изменения настройки процесса и рассеяния по линейным законам

# Основные области применения статистических методов управления качеством продукции



**Статистический анализ точности и стабильности технологического процесса** - это установление статистическими методами значений показателей точности и стабильности технологического процесса и определение закономерностей его протекания во времени.

**Статистическое регулирование технологического процесса** - это корректирование значений параметров технологического процесса по результатам выборочного контроля контролируемых параметров, осуществляемое для технологического обеспечения требуемого уровня качества продукции.

**Статистический приемочный контроль качества продукции** - это контроль, основанный на применении методов математической статистики для проверки соответствия качества продукции установленным требованиям и принятия продукции.

**Статистический метод оценки качества продукции** - это метод, при котором значения качества показателей качества продукции определяют с использованием правил математической статистики.



## Оценка точности технологических процессов

После того как были выяснены форма и широта распределения на основании сопоставления с допуском, исследуют, возможно ли по данному технологическому процессу производить качественные изделия. Другими словами, появляется возможность по результатам обследования количественно оценить точность технологических процессов.

С этой целью можно использовать следующую формулу:  $K_T = \frac{6S}{T}$ ,

где  $K_T$  - коэффициент точности технологического процесса;

$T = T_B - T_H$  - допуск изделия;

$S = \sigma$  - среднеквадратическое отклонение.

Точность технологического процесса оценивают исходя из следующих критериев:

$K_T \leq 0,75$  - технологический процесс точный, удовлетворительный;

$K_T = 0,76 - 0,98$  - требует внимательного наблюдения;

$K_T > 0,98$  - неудовлетворительный. В этом случае необходимо немедленно выяснить причину появления дефектных изделий и принять меры управляющего воздействия.



## Расчет функциональных погрешностей

В общем случае значение выходящих контролируемых параметров изделия зависит от первичных параметров

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Бесконечно малое приращение функции в зависимости от бесконечно малого приращения аргументов определяется полным дифференциалом

$$dy=f'_{x_1} dx_1 + f'_{x_2} dx_2 + \dots + f'_{x_n} dx_n$$

Для решения задач переходят к конечным приращениям

$$\Delta y = f'_{x_1} \Delta x_1 + f'_{x_2} \Delta x_2 + \dots + f'_{x_n} \Delta x_n$$

Отклонения первичных параметров могут происходить как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Наибольшее отклонение функции будет при верхних отклонениях положительных членов и нижнем отрицательных

$$\Delta B y = f'_{x_1} \Delta_B x_1 + f'_{x_2} \Delta_B x_2 + \dots + f'_{x_{n-1}} \Delta_B x_{n-1} + f'_{x_n} \Delta_B x_n$$

$$\Delta H y = f'_{x_1} \Delta_H x_1 + f'_{x_2} \Delta_H x_2 + \dots + f'_{x_{n-1}} \Delta_H x_{n-1} + f'_{x_n} \Delta_H x_n$$

$$\Delta B y - \Delta H y = f'_{x_1} (\Delta_B x_1 - \Delta_H x_1) + f'_{x_2} (\Delta_B x_2 - \Delta_H x_2) + \dots + f'_{x_n} (\Delta_B x_n - \Delta_H x_n) = \Pi_y$$

$$\Pi_y = f'_{x_1} \Pi_{x_1} + f'_{x_2} \Pi_{x_2} + \dots + f'_{x_n} \Pi_{x_n}$$

$$y = y_{cp} \pm \Pi_y$$

Определенная таким образом погрешность дает максимальное значение, так как считается, что погрешности носят систематический характер.

Пример:

Дано:

$$D = 5_{-0,24}^{-0,08}$$

$$L = 100_{-0,87}$$

$$\gamma = 8,3...8,9 \text{ г/см}^3$$

Определить предельные колебания массы медного цилиндра в процессе его производства.

Масса определяется по формуле

$$G = \gamma \frac{\pi D^2}{4} L$$

$$P_D = 0,016$$

$$P_L = 0,87 \Rightarrow P_G = \frac{\pi D^2}{4} L P_\gamma + \gamma \frac{\pi D^2}{4} P_L + 2\gamma L \frac{\pi}{4} P_D$$

$$P_\gamma = 0,6$$

$$G_{cp} = \gamma_{cp} \frac{\pi D_{cp}^2}{4} L_{cp}$$

$$G = G_{cp} \pm P_G$$

## Копирование погрешностей

Глубина резания, например, при обработке одной партии может изменяться от  $t_{\max}$  до  $t_{\min}$ , причём  $\Pi_3 = t_{\max} - t_{\min}$ , где  $\Pi_3$  - погрешность заготовки.

При обработке, технологическая система упруго деформируется  $y = \omega_c P_y$

Величина  $P_y$  для различных методов резания определяется различными формулами. Применительно к точению  $P_y = C_{Py} \cdot t^x \cdot S^y \cdot V^n \cdot k_p$ .

Применительно к рассматриваемой задаче, когда при обработке меняется только глубина резания  $P_y = C_0 \cdot t^x$ , где  $C_0$  обобщённый коэффициент, учитывающий свойства материала, величину подачи, скорость резания и др. факторы, считающиеся независимыми в условиях данной задачи.

$y = \omega_c C_0 \cdot t^x$ , где  $\omega_c$  – податливость.

Поскольку  $x$  всегда больше нуля, то изменениям глубины резания будут соответствовать изменения  $y$

$$\begin{cases} y_{\min} = \omega_c \cdot C_0 \cdot t_{\min}^x \\ y_{\max} = \omega_c \cdot C_0 \cdot t_{\max}^x \end{cases}$$

Такое согласованное изменение деформации вызовет на обработанной детали повторение погрешности, подобной погрешности заготовки, то есть произойдёт так называемое копирование погрешности

$$\Pi_{\text{к}} = y_{\text{max}} - y_{\text{min}} = \omega_{\text{с}} C_0 \cdot (t_{\text{max}}^{\text{x}} - t_{\text{min}}^{\text{x}})$$

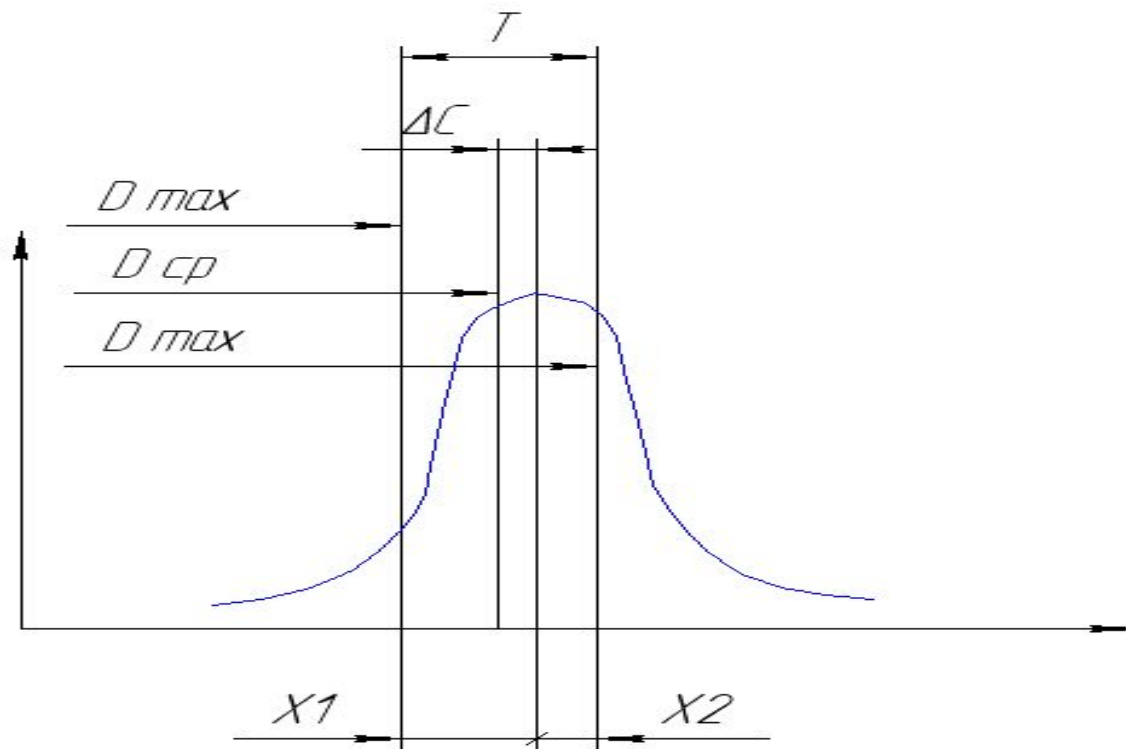
$$\Pi_{\text{к}} = \omega_{\text{с}} C_0 \cdot X \cdot t^{\text{x}-1} (t_{\text{max}} - t_{\text{min}}) = y \frac{x}{t} \Pi_{\text{з}}$$

$y$  всегда меньше  $t$ , а  $X$  всегда меньше единицы, следовательно погрешность копирования всегда меньше погрешности заготовки, но она всегда имеет место.

С увеличением силы резания погрешность копирования увеличивается, а с увеличением глубины резания – уменьшается.

Копирование погрешности характеризуется коэффициентом копирования

$$k_{\text{к}} = \Pi_{\text{к}} / \Pi_{\text{з}} = y \frac{x}{t} = \omega_{\text{с}} P_y \frac{x}{t}$$



**В общем случае базированием называется придание заготовке или другому изделию требуемого положения относительно выбранной системы координат (ГОСТ 21495-76).**

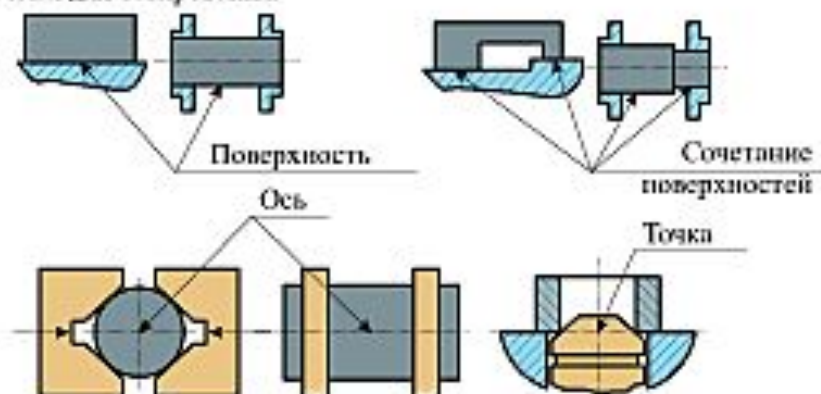
**При механической обработке заготовок на станках базированием принято считать придание заготовке требуемого положения относительно элементов станка, определяющих траектории движения подачи обрабатывающего инструмента.**

**Базой** называется поверхность, или заменяющее ее сочетание поверхностей, ось, точка, принадлежащая заготовке или изделию и используемая для базирования. Для базирования детали обычно требуется несколько баз, образующих систему координат. Совокупность трех баз, образующих систему координат заготовки (изделия, детали) называют **комплексом баз**.



## Базы, опорные точки

**База** — поверхность или выполняющие ту же функцию сочетание поверхностей, ось, точка, принадлежащая заготовке или изделию (объекту базирования) и используемая для базирования.

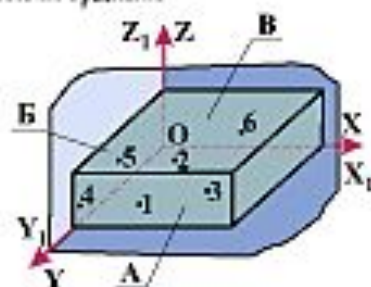


*Примеры баз, содержащиеся в определении*

**Опорная точка** — точка, символизирующая одну из связей заготовки или изделия (объекта базирования) с избранной системой координат

**Пример:**

Опорные точки (1, 2, 3, 4, 5, 6) на базах (А, Б, В) призматической детали (объекта базирования):



А. По назначению

Конструкторская:

основная

вспомогательная

Технологическая

Измерительная

Б. По лишаемым степеням свободы

Установочная

Направляющая

Опорная

Двойная направляющая

Двойная опорная

В. По характеру проявления

Скрытая

Явная

**Конструкторской базой** называется база, которая определяет положение детали или сборочной единицы (СЕ). Различают конструкторские базы основные и вспомогательные.

**Основная база** – база, принадлежащая детали и используемая для определения ее положения в изделии.

**Вспомогательная база** – база, принадлежащая детали используемая для определения положения присоединяемой к ней детали.

**Технологическая база** называется база, которая определяет положение заготовки или изделия в процессе изготовления и ремонта.

**Измерительной базой** называется база, которая определяет положение заготовки или изделия и средств измерения. По числу лишаемых степеней свободы базы различают: установочную, направляющую, опорную, двойную направляющую, двойную опорную. Характеристики этих баз были рассмотрены выше при изучении базирования различных деталей.

По конструкторскому оформлению различают базы явные и скрытые.

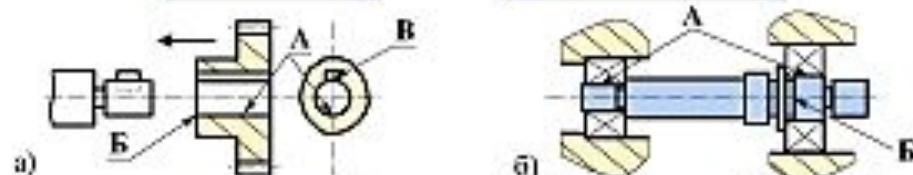
**Явной базой** называется реальная поверхность, разметочная риска или точка пересечения рисков. **Скрытой базой** называется ось, воображаемая поверхность или точка.

# Классификация баз: конструкторские, технологические и измерительные базы



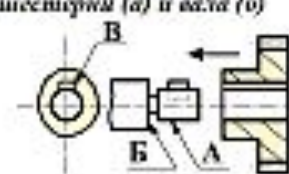
## Конструкторские базы

### Конструкторские базы

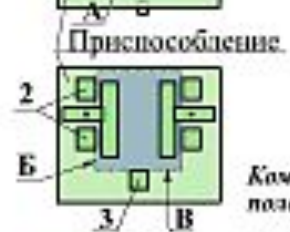


Комплект конструкторских баз: основные (А, Б, В) шестерни (а) и вала (б)

Комплект конструкторских вспомогательных баз (А, Б, В) вала со шпошкой

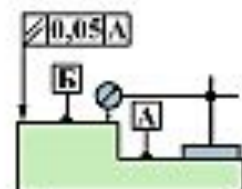


### Технологические базы:



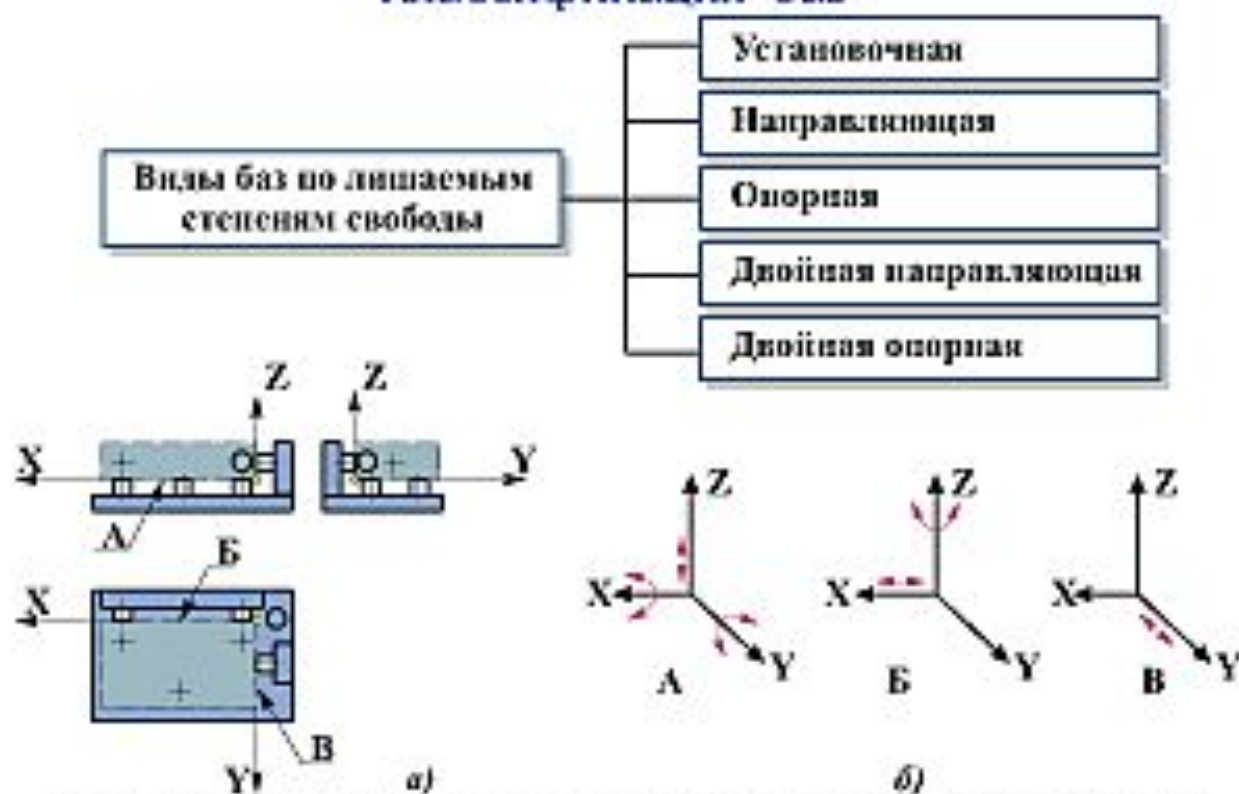
Комплект технологических баз (А, Б, В), определяющих положение заготовки в приспособлении

### Измерительные базы:



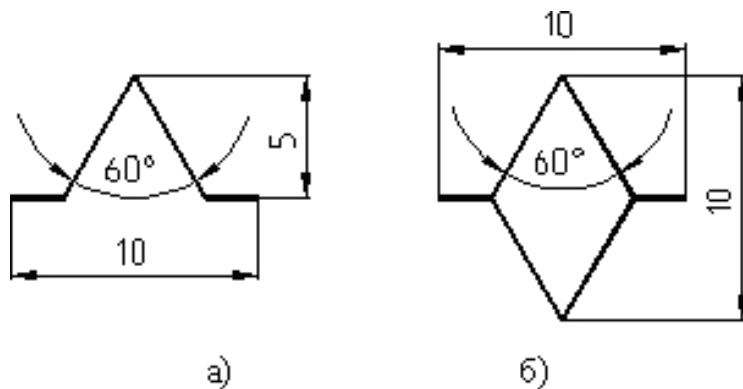
Пример определения измерительной базы при контроле

## Классификация баз



Пример установочной (А), направляющей (Б) и опорной (В) баз (а) и соответствующие им степени свободы (б)

Теоретическая схема базирования представляет собой схему расположения на базовых элементах заготовки идеальных опорных точек и условных точек, символизирующих позиционные связи заготовки с принятой системой координат (опорные поверхности приспособлений, координатные плоскости станка и т. п.). При этом на контурных линиях поверхностей заготовок, принятых в качестве базовых элементов, проставляются условные обозначения идеальных точек контакта заготовок и приспособлений, которые лишают заготовку соответствующего числа степеней свободы. Согласно ГОСТ 21495-76 идеальная опорная точка обозначается символами



Изображение опорной точки: а)- вид сбоку; б) – вид сверху



Опорная контактная точка – это точка, символизирующая одну из 6-ти связей заготовки с выбранной системой координат.

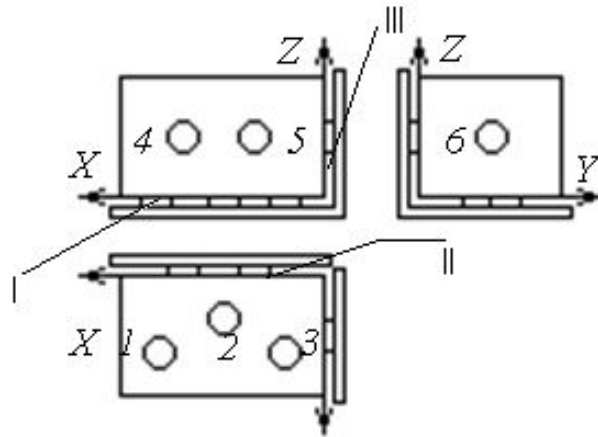
Схемой базирования называют схему расположения опорных точек на базах. Нумерацию опорных точек ведут, начиная с базы, на которой расположено наибольшее количество опорных точек.

Различают базы установочные, направляющие и опорные.

Установочная база используется для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 3-х степеней подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси и поворота вокруг двух других.

Направляющая база – это база, используемая для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 2-х степеней подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси и поворота вокруг другой.

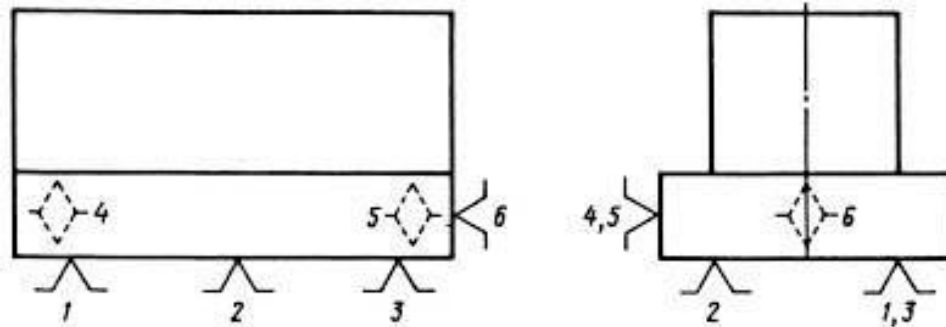
Опорная база – база, используемая для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 1-й степени подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси.



**Установочная база.** Заготовка лишается возможности свободного перемещения вдоль оси  $Z$  и поворота вокруг осей  $X$  и  $Y$ , то есть на заготовку накладываются геометрические связи, лишаящие её 3-х степеней свободы.

**Направляющая база.** Она лишает заготовку 2-х степеней подвижности: свободного перемещения вдоль оси  $Y$  и поворота вокруг оси  $Z$ .

**Опорная база.** Её используют для наложения на заготовку одной геометрической связи, лишаящей её одной степени свободы: свободного перемещения вдоль оси  $X$ .



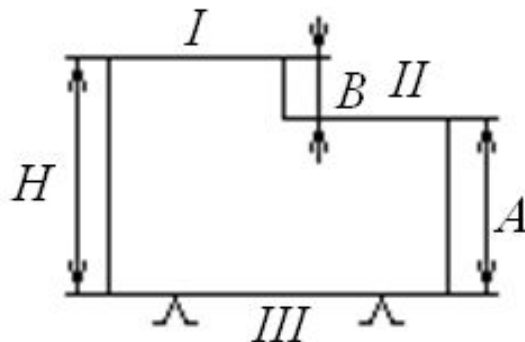
Базирование призматической заготовки в “координатный угол”.  
Комплект баз: установочная (точки 1, 2, 3); направляющая (точки 4, 5),  
опорная (точка 6).



## Пересчёт баз

*Погрешность базирования* — неточность, которая возникает в размере детали в результате колебания положения измерительной базы при установке ее по установочной базе.

Погрешность базирования определяется разностью предельных расстояний от измерительной базы до установленного на размер инструмента.



$$A = H - B$$

$$T_{\Sigma} = \sum_1^m T_{i_{ye}} + \sum_1^n T_{i_{ym}}$$

$$T_B = T_H + T_A$$

$$T_A = T_B - T_H$$

$$ES_{\Sigma} = \sum_1^m ES_{i_{ye}} - \sum_1^n EI_{i_{ym}}$$

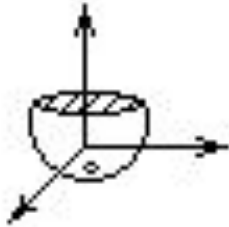
$$ES_B = ES_H - EI_A$$

$$EI_A = ES_H - ES_B$$

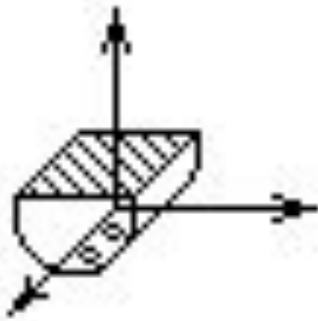
$$EI_{\Sigma} = \sum_1^m EI_{i_{ye}} - \sum_1^n ES_{i_{ym}}$$

$$EI_B = EI_H - ES_A$$

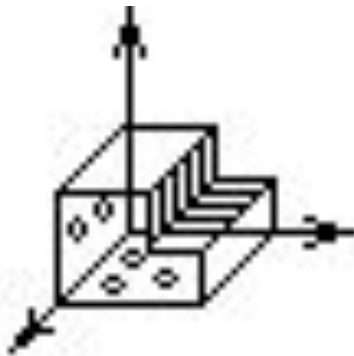
$$ES_A = EI_H - EI_B$$



Сколько степеней свободы надо лишить шар, чтобы отшлифовать площадку на расстоянии  $Z_0$  от плоскости OXY? Очевидно, что только одной (смотри рисунок).



Если мы шлифуем площадку на цилиндре, то последний надо лишить уже 2-х степеней подвижности.



Для надёжного закрепления следующей детали необходимо лишить эту деталь 5-ти степеней свободы.



