



Новосибирский Государственный Архитектурно-
Строительный Университет (Сибстрин)

Лекции по теоретической механике *СТАТИКА*

Лектор и автор:

*докт. физ.-мат. наук, профессор
Рудяк Валерий Яковлевич*



Кафедра теоретической механики



Лекция 1. Аксиомы статики

*Механика – искусство применять
силу к делу и строить машины.*

Владимир Даль





Владимир Иванович Даль

Цель лекции

**Формулировка основных понятий статики
и ее аксиом**

План лекции

- 1.1. Введение**
- 1.2. Основные понятия**
- 1.3. Аксиомы статики**
- 1.4. Связи и реакции связей**
- 1.5. Аксиома связей**
- 1.6. Заключение**

1.1. Введение

1.1.1. Предмет теоретической механики

- Теоретическая механика изучает движение и равновесие системы материальных тел**
- Движение тел – это взаимное изменение их положений в пространстве с течением времени**
- Пространство предполагается однородным и изотропным и описывается геометрией Евклида пространства меняется одинаково**
- Время абсолютное и в любой точке пространства меняется одинаково**

1.1.2. Курс ТМ включает

- Кинематику

Кинематика исследует движение тел лишь с геометрической точки зрения, без учета сил вызывающих это движение

- Динамику

Динамика отвечает на основной вопрос курса – из-за чего возникает и как изменяется движение

- Статику

Статика изучает условия равновесия (покоя) тел. Фактически это частный случай движения, т.к. покой и равномерное и прямолинейное движение эквивалентны

1.1.2. Мотивация. Почему ТМ

Теоретическая механика уникальный пример последовательного моделирования природных и технологических процессов



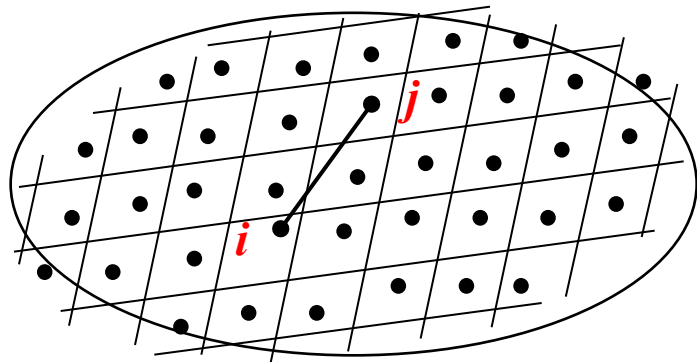
1.1.4. Основные задачи статики

- Первая задача состоит в замене данной системы сил, приложенных к системе, эквивалентной системой сил
- Вторая задача состоит в формулировании условий равновесия системы под действием приложенной к ней системы сил, приложенных к
- Есть и другие задачи:
 - (i) определение условий устойчивости движения или равновесия;
 - (ii) определение возможных положений равновесия;
 - и т.д.

1.2. Модели и основные понятия

1.2.1. Материальная точка и твердое

- Любой объект (тело) можно моделировать материальной точкой, если его внутренней структурой можно пренебречь, а расстояние L до него много больше его размеров R : $L \gg R$
- Любое тело можно моделировать системой взаимодействующих материальных точек



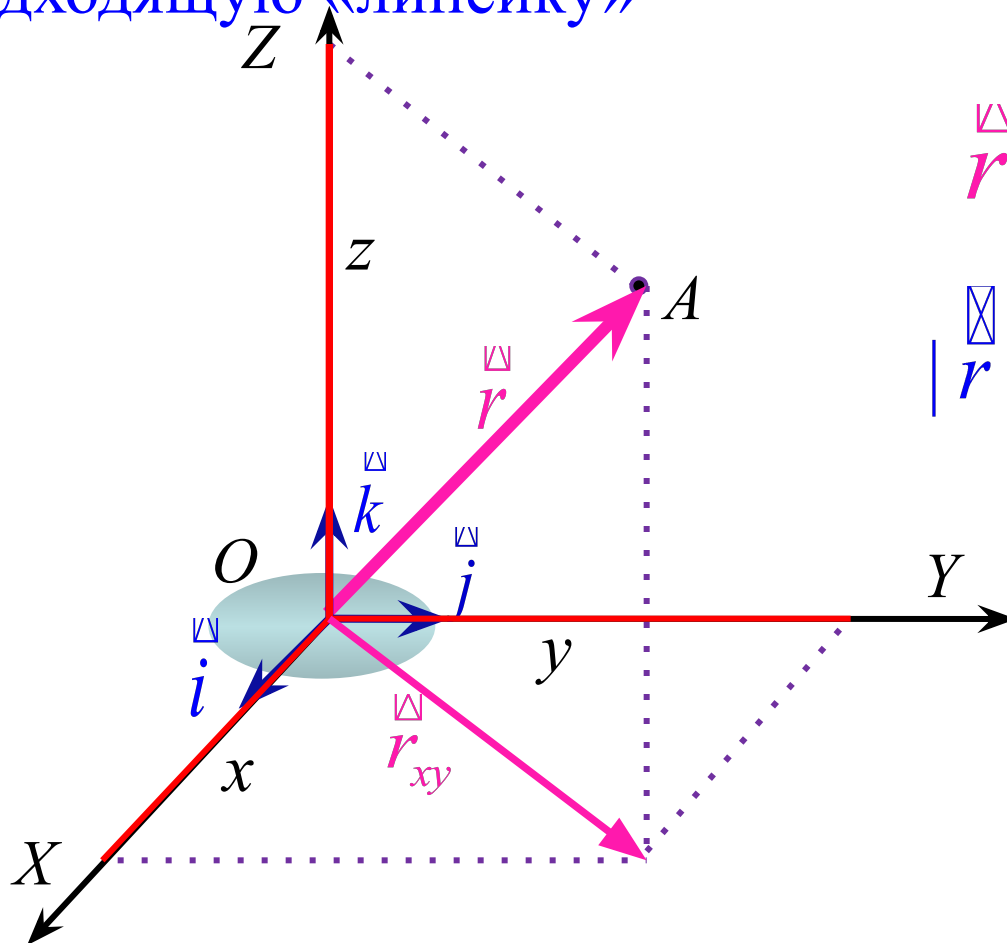
- Твердое тело – система взаимодействующих материальных точек, расстояние между которыми не меняется со временем: $r_{ij}(t) = const$

1.2.2. Деформируемое тело. Механическая

- Деформируемое тело – система взаимодействующих материальных точек, расстояние между которыми с течением времени меняется
- Деформируемое тело можно моделировать твердым на временах $t \ll T$, где T – время деформации
- Механическая система – совокупность взаимодействующих или свободных материальных точек или тел

1.2.3. Задание положения точки

- Положение точки (тела) понятие относительное
- Чтобы задать положение точки, необходимо: (i) задать тело отсчета; (ii) связать с ним систему координат; (iii) выбрать подходящую «линейку»



$$\vec{r} = i x + j y + k z$$

$$|\vec{r}| \equiv r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos(\vec{r}, \vec{i}) = x/r,$$

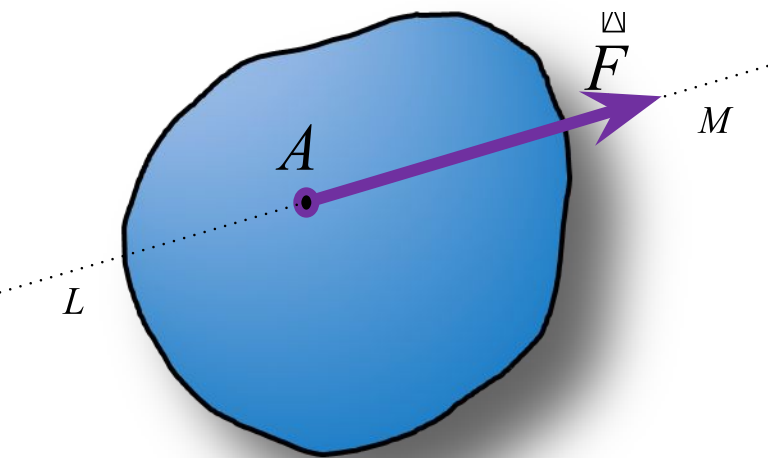
$$\cos(\vec{r}, \vec{j}) = y/r,$$

$$\cos(\vec{r}, \vec{k}) = z/r$$

Сила – векторная величина, характеризующая меру взаимодействия материальных объектов (тел)

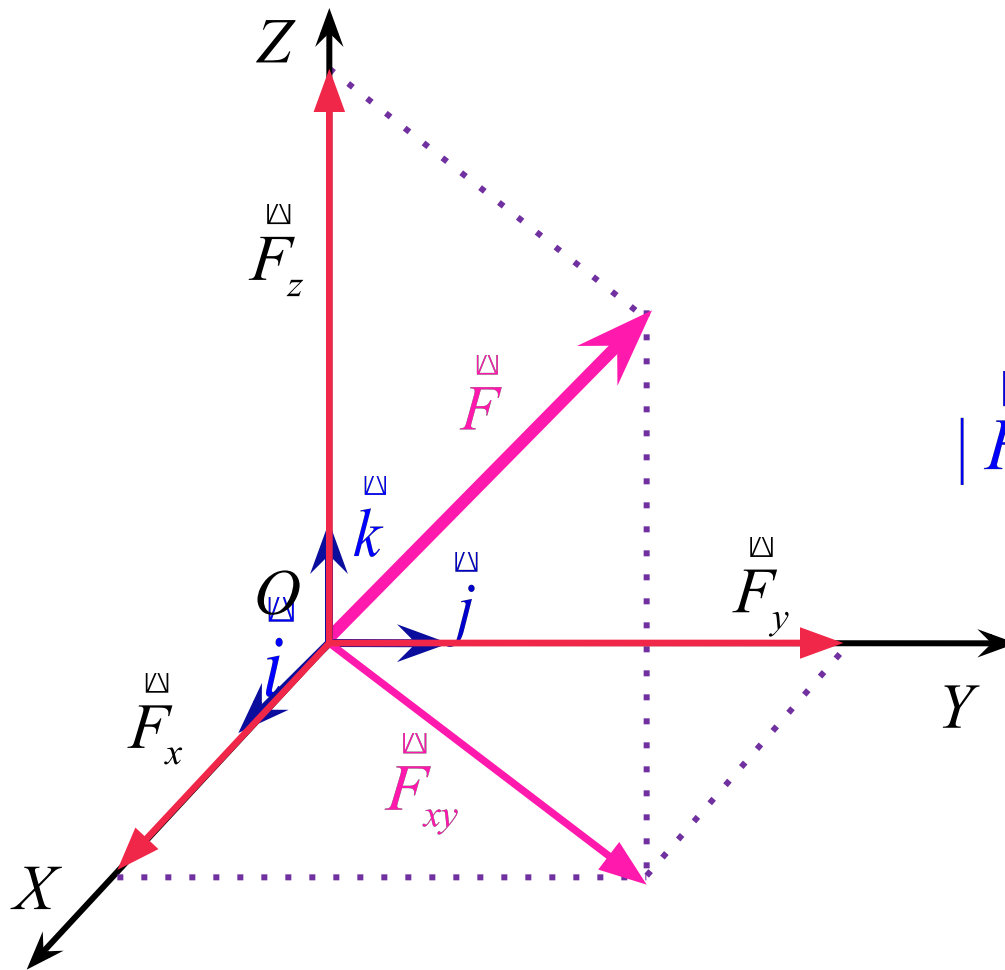
Силы возникают

- при непосредственном контакте тел (точечные и распределенные силы)
- при наличии силовых полей (действуют в каждой точке пространства)



- Сила – векторная величина. Ее действие характеризуется модулем, точкой приложения и направлением
- Прямая, вдоль которой направлена сила (LM), называется линией действия силы

1.2.5. Аналитическое задание силы



$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = \\ &= iF_x + jF_y + kF_z\end{aligned}$$

$$|\vec{F}| \equiv F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\cos(\vec{F}, i) = F_x / F$$

$$\cos(\vec{F}, j) = F_y / F$$

$$\cos(\vec{F}, k) = F_z / F$$

1.2.6. Система сил

- Совокупность нескольких сил, $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ называется **системой сил**
- Если действие на тело системы сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ можно заменить действием другой системы $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$, то такие системы сил называются **эквивалентными**
- Если система сил эквивалентна одной силе $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}$, то последняя называется **равнодействующей**
- Две одинаково направленные силы, приложенные к одной точке и равные по модулю, называются **равными**
- Система сил называется **уравновешенной** (эквивалентной нулю) $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$, если под ее действием тело покоится или равномерно и прямолинейно движется

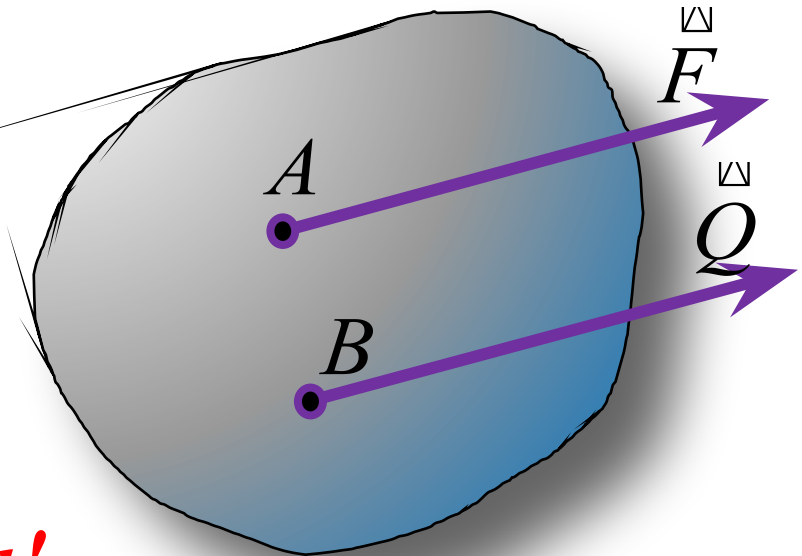
1.2.7. Эквивалентные силы

Два произвольных вектора равны, если они

- параллельны
- направлены в одну сторону
- равны по модулю

Этого не достаточно, чтобы две силы были равны!

Для равенства необходимо, чтобы две равные по модулю и направленные в одну сторону силы были приложены в одной точке

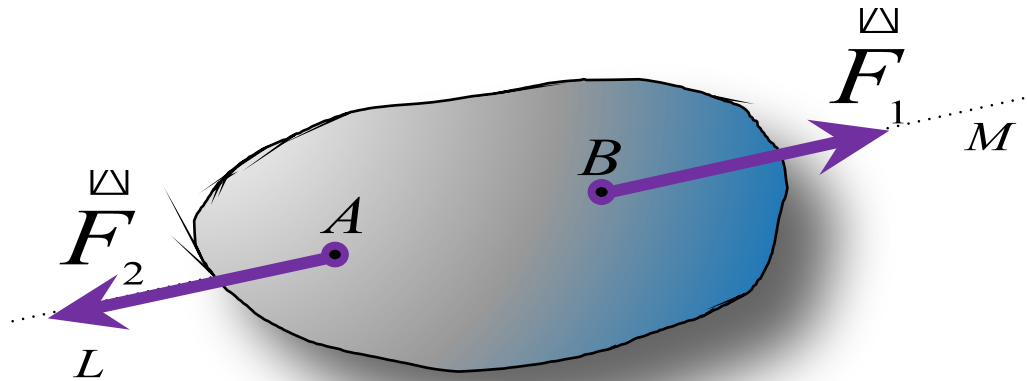


Эти две силы не равны!

1.3. Аксиомы статики

1.3.1. Аксиома 1. Равновесие тела под действием двух сил

Твердое тело находится в равновесии под действием двух сил тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю и противоположно направлены (линии действия при этом совпадают)



Эта аксиома определяет простейшую уравновешенную систему сил, т.е. систему сил, эквивалентную нулю

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$$

1.3.2. Аксиома 2. О добавлении уравновешенной системы сил

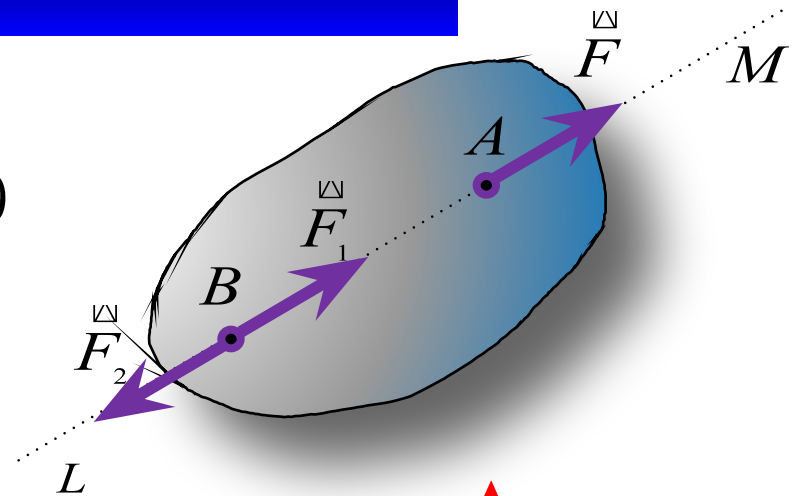
Действие данной системы сил на твердое тело не изменится, если к ней прибавить или отнять уравновешенную систему сил

Следствие из 1-й и 2-й аксиом

Точку приложения силы можно переносить вдоль линии ее действия

Доказательство

- Приложим систему сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$
- Пусть $F_1 = F_2 = F$ и их линии действия совпадают



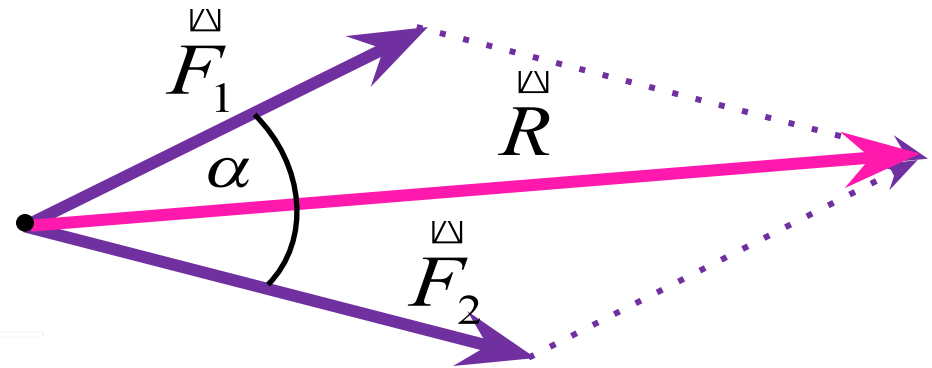
$$\vec{F} \sim (\vec{F}, \overset{A_2}{0}) \sim (\vec{F}, (\vec{F}_1, \vec{F}_2)) \sim ((\vec{F}, \vec{F}_2), \overset{A_1}{\vec{F}_1}) \sim (0, \vec{F}_1) \sim \overset{A_2}{\vec{F}_1}$$

1.3.3. Аксиома 3. Аксиома параллелограмма сил

Две силы, приложенные к твердому телу в одной точке, можно заменить равнодействующей, приложенной в той же точке и равной их геометрической сумме

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$



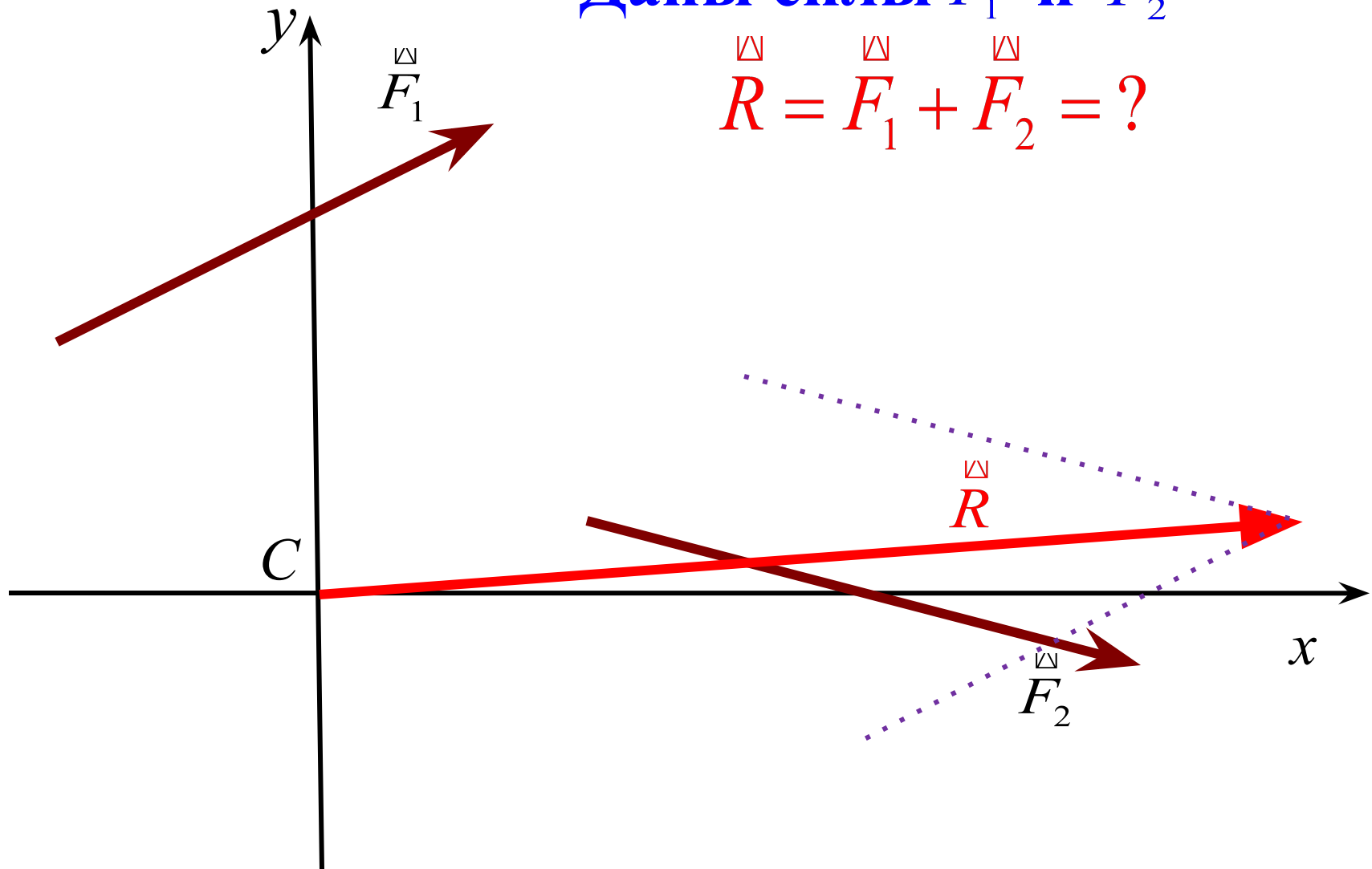
Следствие

Силу можно разложить единственным образом по двум заранее выбранным направлениям

1.3.4. Сложение двух сил на плоскости

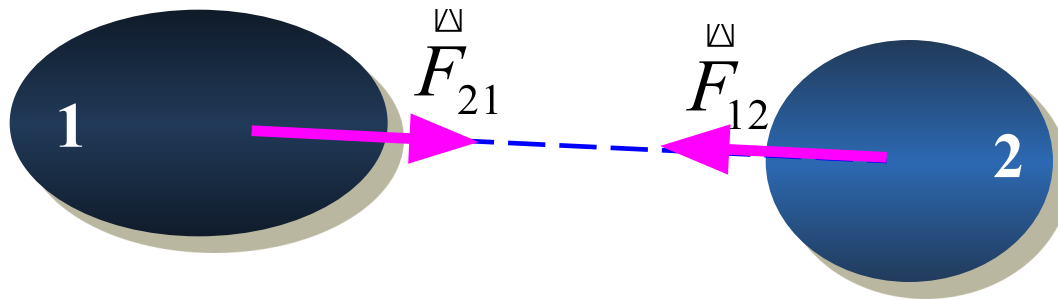
Даны силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = ?$$



1.3.5. Аксиома 4. Третий закон Ньютона

Силы взаимодействия двух тел равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Замечание

Силы \vec{F}_{21} и \vec{F}_{12} приложены к разным телам и не образуют уравновешенной системы сил

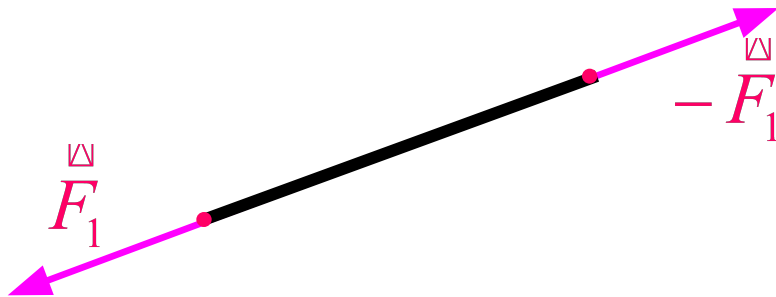
1.3.6. Аксиома 5. Аксиома отвердевания

Равновесие деформированного тела не нарушится, если его заменить абсолютно твердым

Замечание

Эта аксиома дает необходимое, но не достаточное условие равновесия деформируемых тел

Пример. Равновесие гибкой нити



- Необходимо, чтобы силы были равны по величине и противоположно направлены
- Эти силы должны быть растягивающими

1.4. Связи и реакции связей

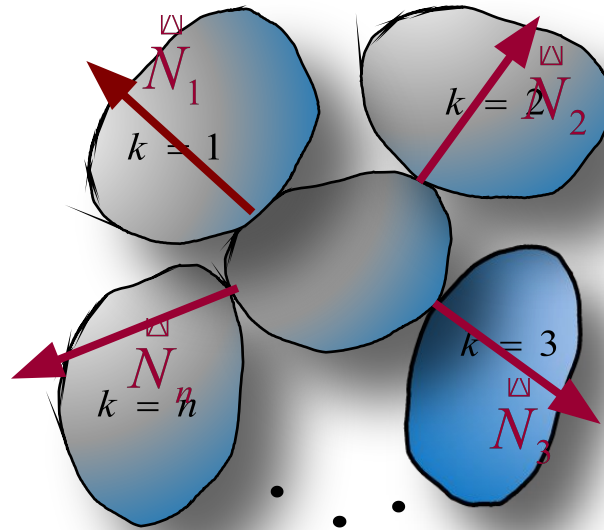
1.4.1. Определение

- Механическая система называется **свободной**, если ее перемещения (положения и/или скорости) ничем не ограничены
- Механическая система, перемещения (положения и/или скорости) которой ограничены называется **несвободной**
- Ограничения, налагаемые на положения и/или скорости механической системы, называются **связями**

1.4.2. Аксиома 6. Аксиома связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями

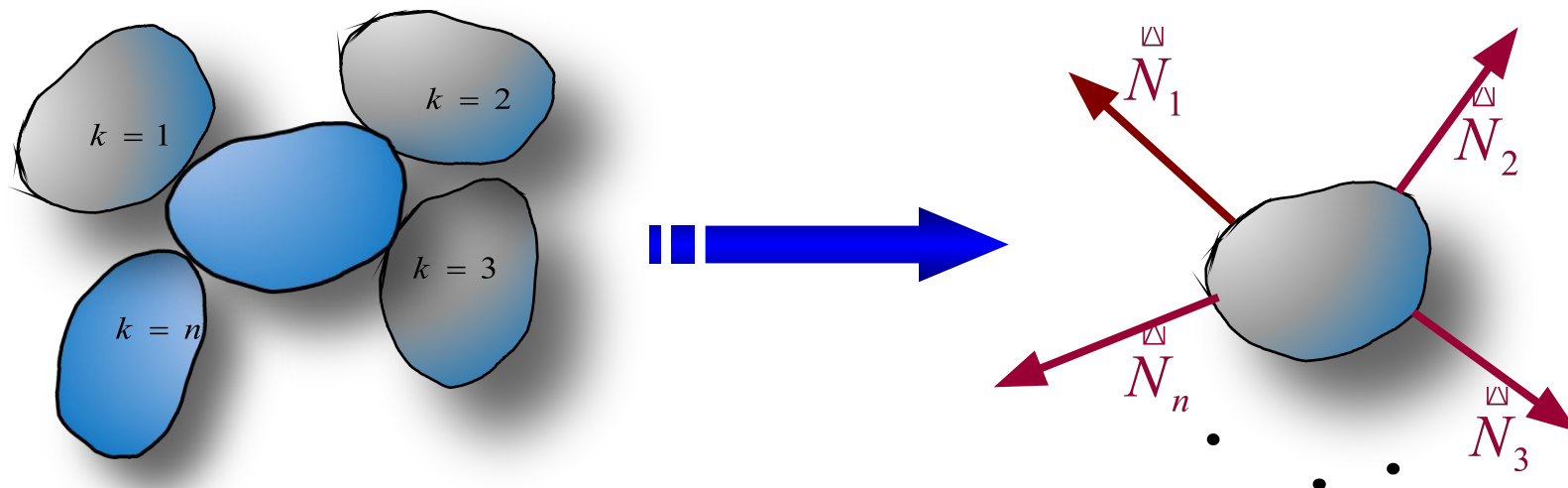
Сила реакции связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не позволяет телу перемещаться



1.4.2. Аксиома 6. Аксиома связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями

Сила реакции связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не позволяет телу перемещаться



1.4.3. Идеальная нить

- Нить предполагается гибкой и нерастяжимой
- Связь не дает телу двигаться вдоль линии AB в сторону точки B . Сила реакции нити поэтому также направлена вдоль нити, но к точке A
- Нить всегда растягивается

$$\vec{N} = -\vec{T} = -\vec{P}$$



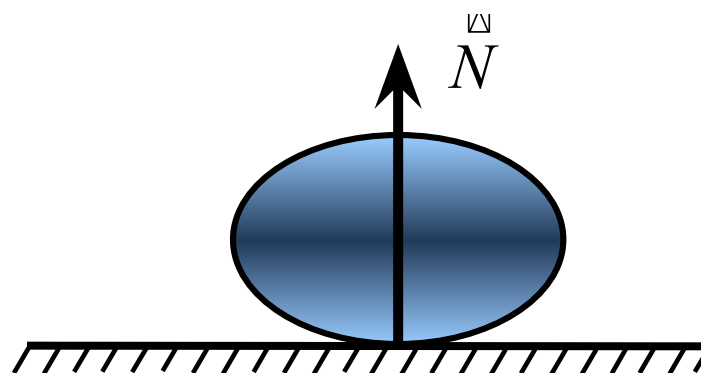
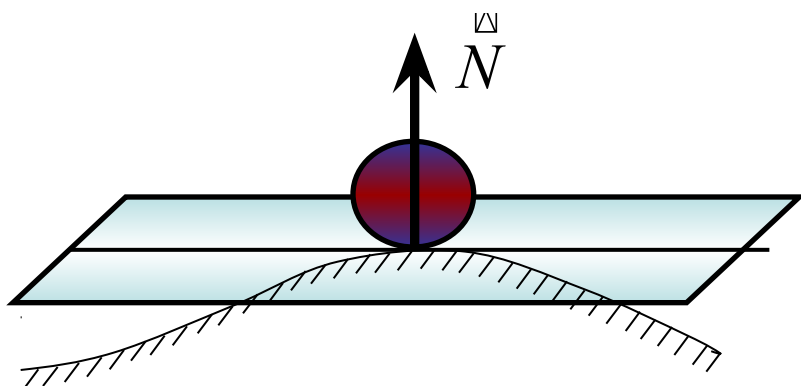
Всегда ли сила реакции нити будет равна весу груза?

1.4.3. Идеальная нить



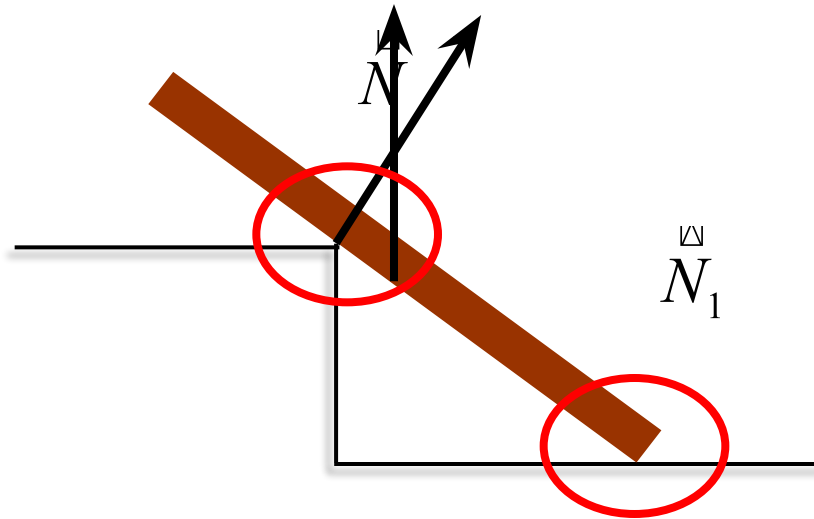
1.4.4. Гладкая поверхность

- Гладкая поверхность не дает перемещаться телу, на которое она наложена, под действием внешних сил по направлению общей нормали к соприкасающимся в точке касания поверхностям
- Реакция связи направлена по внешней нормали к этим соприкасающимся поверхностям



1.4.5. Гладкая поверхность с угловой

- Реакция гладкой поверхности с угловой точкой перпендикулярна опирающейся поверхности, так как вдоль нее гладкое ребро не препятствует движению



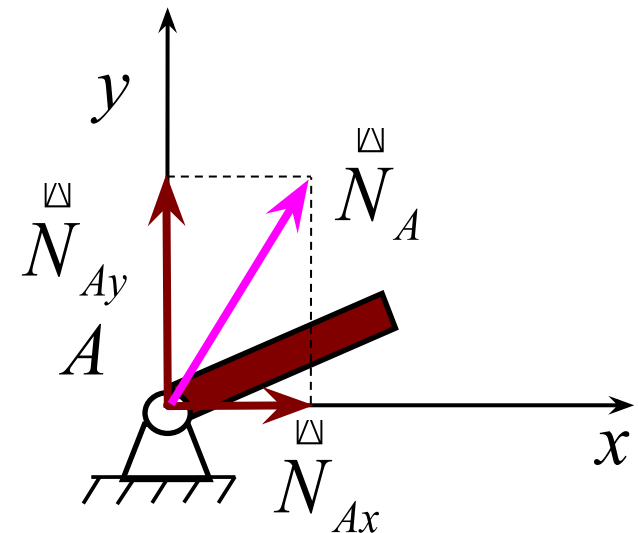
1.4.6. Подвижная цилиндрическая опора (катки)

- В строительной практике широко используется подвижная цилиндрическая шарнирная опора (катки)
- Реакция подвижной опоры направлена перпендикулярно плоскости опирания

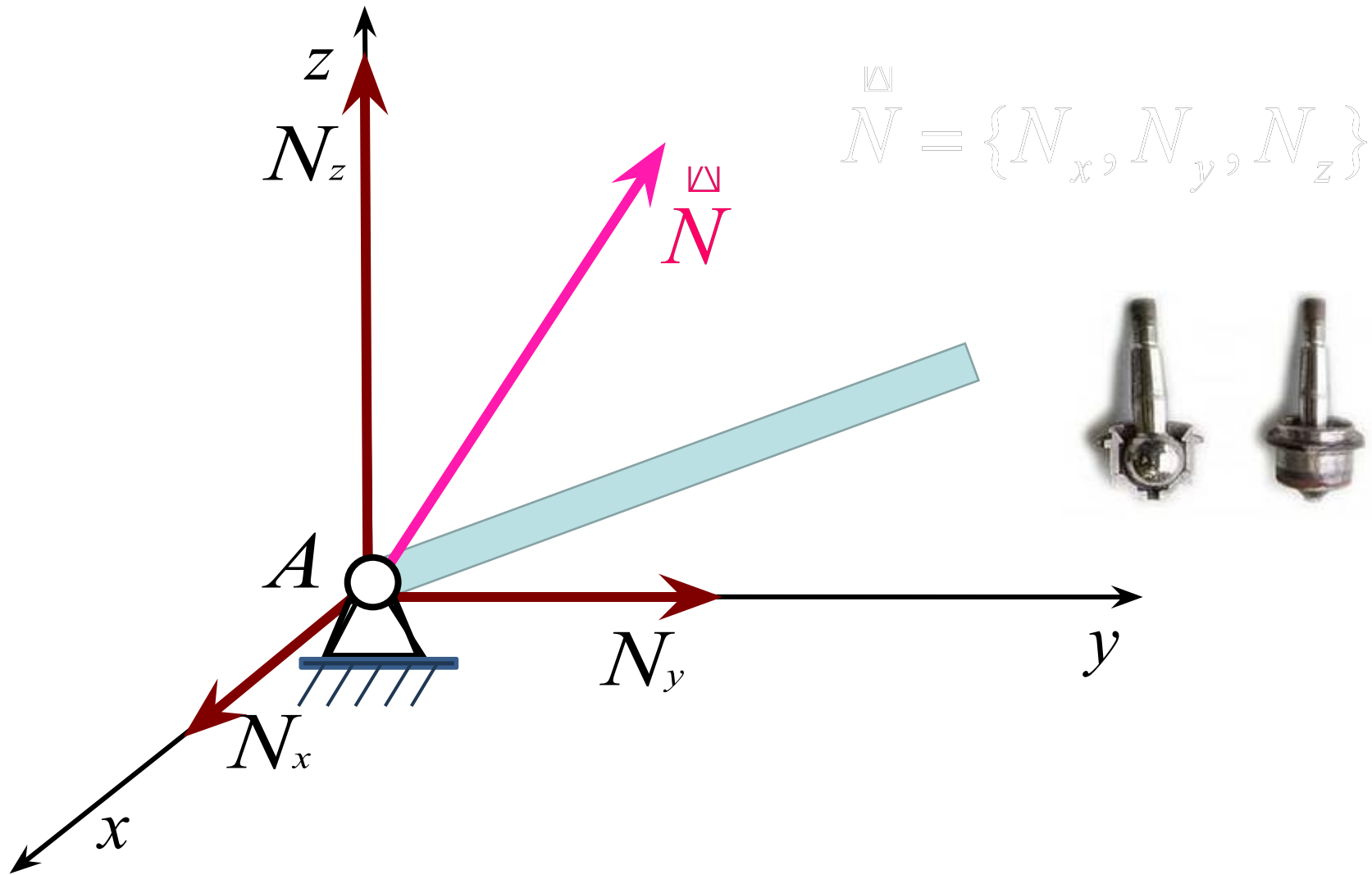


1.4.7. Неподвижный цилиндрический

- Цилиндрический шарнир в простейшем случае представляет собой болт, на который насажена связанная с телом втулка
- В зависимости от сил, приложенных к телу болт может прижиматься к различным точкам поверхности втулки. Поэтому реакция может иметь любое направление в плоскости

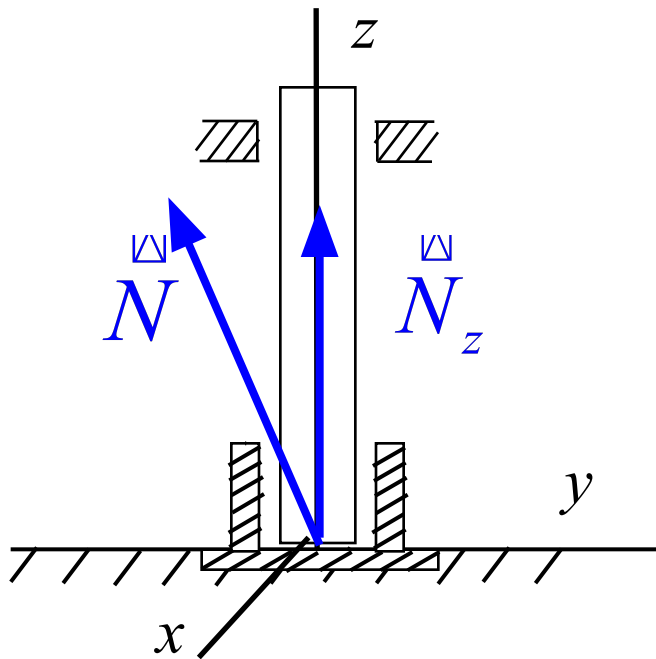


1.4.8. Неподвижный сферический шарнир



1.4.9. Подпятник (подшипник с упором)

- Сила реакции подшипника \vec{N}_z может быть как угодно направлена в пространстве, однако она всегда положительна

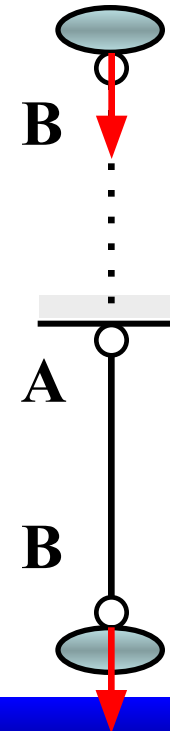
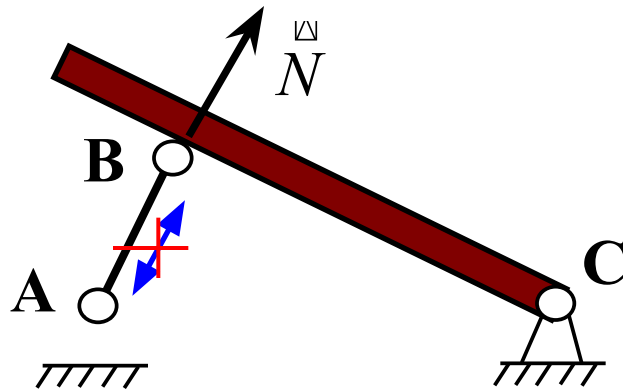


$$\vec{N}_z > 0$$



1.4.9. Идеальный стержень

- Жесткий невесомый стержень, на концах которого шарниры
- Стержень не позволяет закрепленному с его помощью телу двигаться вдоль него, поэтому сила реакции направлена вдоль стержня



- **Статика – наука аксиоматичная**
- **На основе аксиом статики формулируется ряд теорем, которые и дают методы решения задач статики**
- **Цель нашей дальнейшей работы – изучить эти методы**

- 1. Рудяк В.Я., Юдин В.А. Лекции по теоретической механике. Часть I. Статика и кинематика. Нов-ск. 2004**
- 2. Рудяк В.Я., Юдин В.А. Сборник индивидуальных заданий по теоретической механике. Статика. Нов-ск. 2004**
- 3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М. 2008**

1.5.3. Тема следующей лекции



1.5.4. Рейтинговая система

Виды работы	Максимальное число баллов
1. Индивидуальные задания	40
2. Контрольная работа	20
3. Коллоквиум	20
4. Работа на лекциях (наличие конспектов лекций, посещение лекций, дисциплина на лекциях)	5
5. Работа на практических занятиях (активность на занятиях, самостоятельность при решении задач и т.д.)	10
6. Выполнение дополнительных индивидуальных заданий, рефератов и т.п.	10-20 за одно задание
7. Участие в олимпиаде	Число баллов удваивается
8. Сдача экзамена	Максимальное значение 50

**«отлично» – 110 и более баллов, «хорошо» – от 100 до 110 баллов,
«удовлетворительно» – от 85 до 100 баллов,
«неудовлетворительно» – менее 85 баллов**