



Новосибирский Государственный Архитектурно-  
Строительный Университет (Сибстрин)

# Лекции по теоретической механике *СТАТИКА*

*Лектор и автор:*

*докт. физ.-мат. наук, профессор  
Рудяк Валерий Яковлевич*



Кафедра теоретической механики



# Лекция 1. Аксиомы статики

*Механика – искусство применять  
силу к делу и строить машины.*

**Владимир Даль**





**Владимир Иванович Даль**

## *Цель лекции*

**Формулировка основных понятий статики  
и ее аксиом**

## *План лекции*

- 1.1. Введение**
- 1.2. Основные понятия**
- 1.3. Аксиомы статики**
- 1.4. Связи и реакции связей**
- 1.5. Аксиома связей**
- 1.6. Заключение**

# **1.1. Введение**

## **1.1.1. Предмет теоретической механики**

- Теоретическая механика изучает движение и равновесие системы материальных тел**
- Движение тел – это взаимное изменение их положений в пространстве с течением времени**
- Пространство предполагается однородным и изотропным и описывается геометрией Евклида пространства меняется одинаково**
- Время абсолютное и в любой точке пространства меняется одинаково**

## 1.1.2. Курс ТМ включает

- Кинематику

*Кинематика* исследует движение тел лишь с геометрической точки зрения, без учета сил вызывающих это движение

- Динамику

*Динамика* отвечает на основной вопрос курса – из-за чего возникает и как изменяется движение

- Статику

*Статика* изучает условия равновесия (покоя) тел. Фактически это частный случай движения, т.к. покой и равномерное и прямолинейное движение эквивалентны

## 1.1.2. Мотивация. Почему ТМ

Теоретическая механика уникальный пример последовательного моделирования природных и технологических процессов



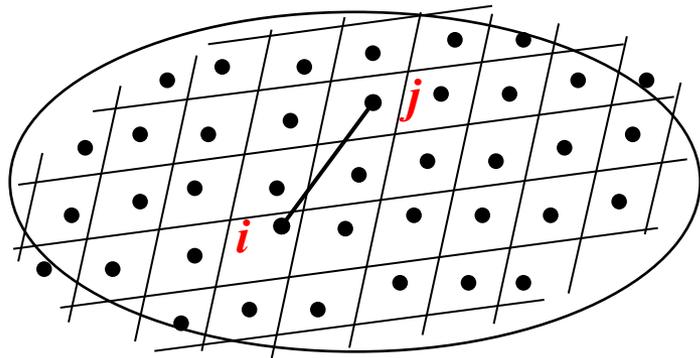
## 1.1.4. Основные задачи статики

- Первая задача состоит в замене данной системы сил, приложенных к системе, эквивалентной системой сил
- Вторая задача состоит в формулировании условий равновесия системы под действием приложенной к ней системы сил, приложенных к
- Есть и другие задачи:
  - (i) определение условий устойчивости движения или равновесия;
  - (ii) определение возможных положений равновесия;
  - и т.д.

# **1.2. Модели и основные понятия**

## 1.2.1. Материальная точка и твердое

- Любой объект (тело) можно моделировать материальной точкой, если его внутренней структурой можно пренебречь, а расстояние  $L$  до него много больше его размеров  $R$ :  $L \gg R$
- Любое тело можно моделировать системой взаимодействующих материальных точек



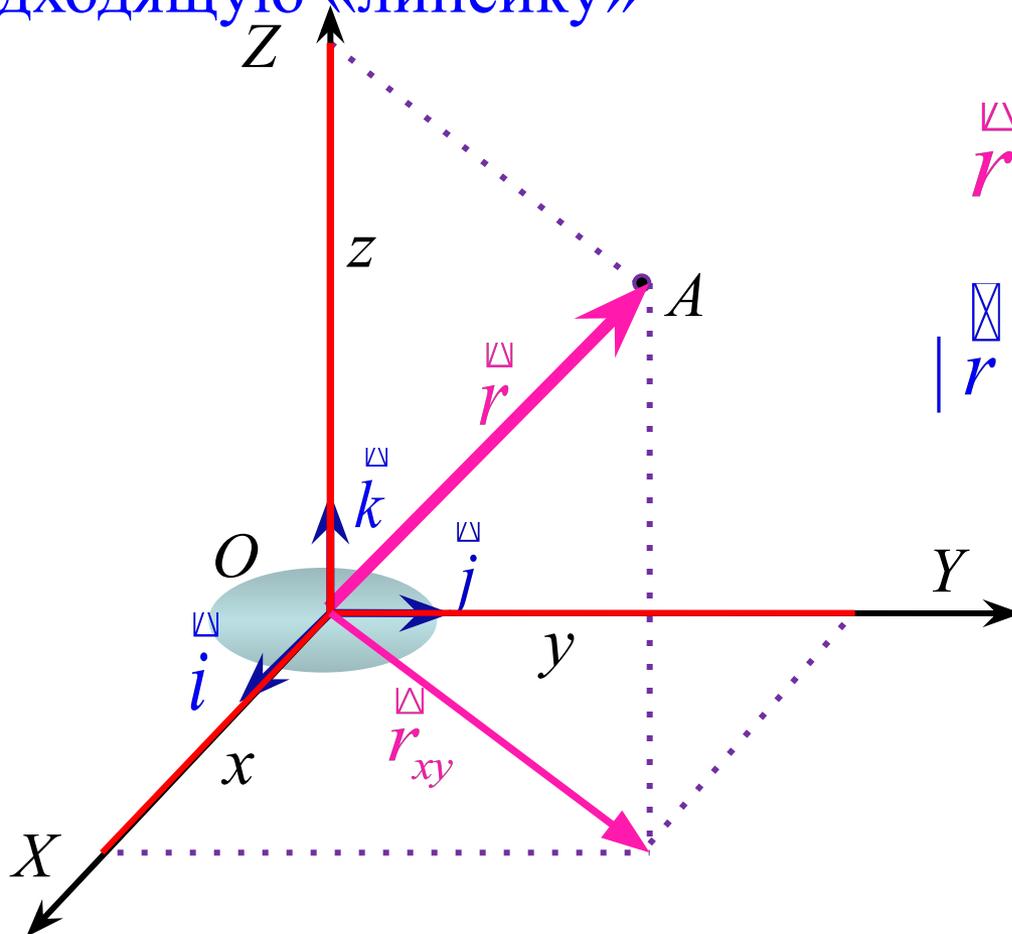
- Твердое тело – система взаимодействующих материальных точек, расстояние между которыми не меняется со временем:  $r_{ij}(t) = const$

## 1.2.2. Деформируемое тело. Механическая

- Деформируемое тело – система взаимодействующих материальных точек, расстояние между которыми с течением времени меняется
- Деформируемое тело можно моделировать твердым на временах  $t \ll T$ , где  $T$  – время деформации
- Механическая система – совокупность взаимодействующих или свободных материальных точек или тел

## 1.2.3. Задание положения точки

- Положение точки (тела) понятие относительное
- Чтобы задать положение точки, необходимо: (i) задать тело отсчета; (ii) связать с ним систему координат; (iii) выбрать подходящую «линейку»



$$\vec{r} = i x + j y + k z$$

$$|\vec{r}| \equiv r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos(\vec{r}, \vec{i}) = x/r,$$

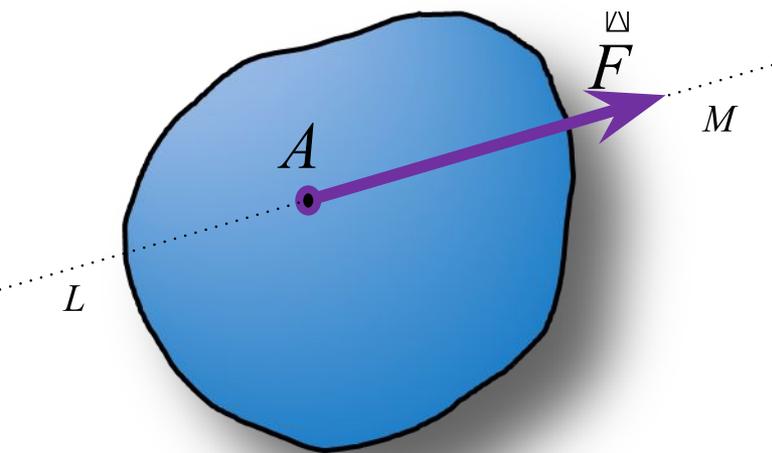
$$\cos(\vec{r}, \vec{j}) = y/r,$$

$$\cos(\vec{r}, \vec{k}) = z/r$$

**Сила** – векторная величина, характеризующая меру взаимодействия материальных объектов (тел)

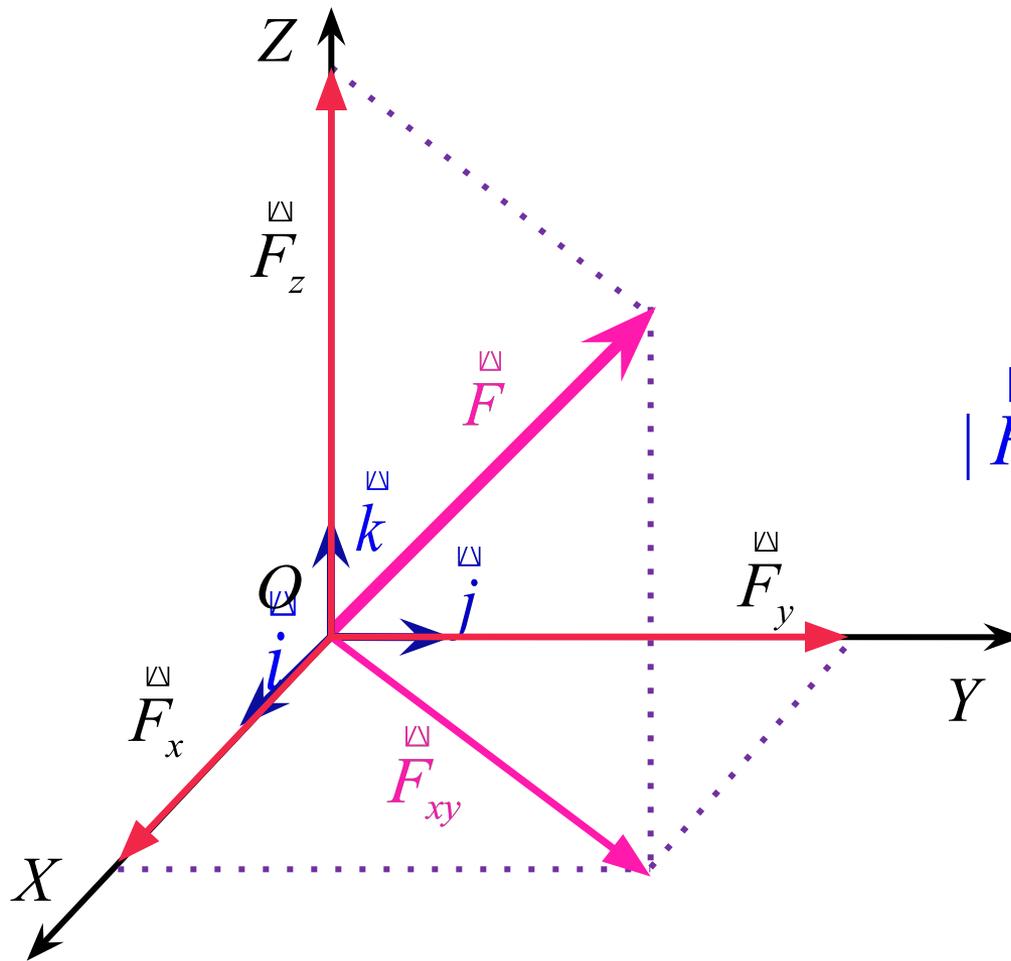
### Силы возникают

- при непосредственном контакте тел (точечные и распределенные силы)
- при наличии силовых полей (действуют в каждой точке пространства)



- Сила – векторная величина. Ее действие характеризуется модулем, точкой приложения и направлением
- Прямая, вдоль которой направлена сила (LM), называется линией действия силы

## 1.2.5. Аналитическое задание силы



$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = \\ &= iF_x + jF_y + kF_z\end{aligned}$$

$$|\vec{F}| \equiv F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\cos(\vec{F}, i) = F_x / F$$

$$\cos(\vec{F}, j) = F_y / F$$

$$\cos(\vec{F}, k) = F_z / F$$

## 1.2.6. Система сил

- Совокупность нескольких сил,  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$  называется **системой сил**
- Если действие на тело системы сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$  можно заменить действием другой системы  $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$ , то такие системы сил называются **эквивалентными**
- Если система сил эквивалентна одной силе  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}$ , то последняя называется **равнодействующей**
- Две одинаково направленные силы, приложенные к одной точке и равные по модулю, называются **равными**
- Система сил называется **уравновешенной** (эквивалентной нулю)  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$ , если под ее действием тело покоится или равномерно и прямолинейно движется

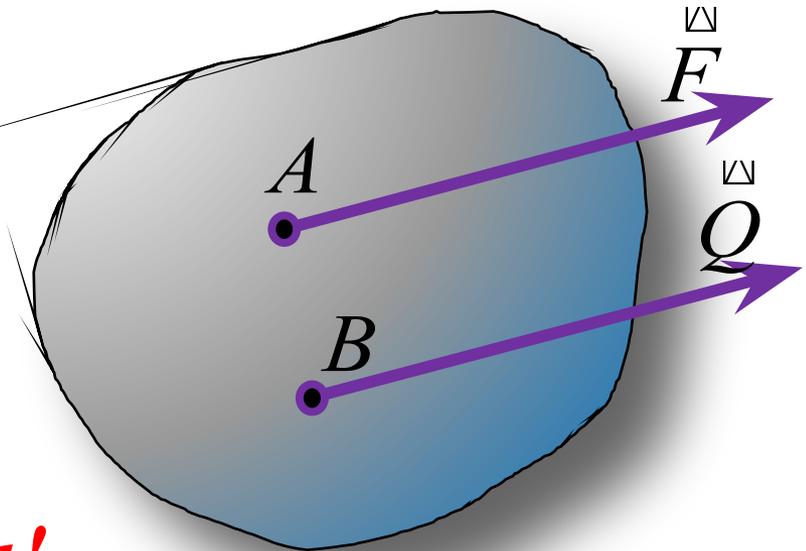
## 1.2.7. Эквивалентные силы

Два произвольных вектора равны, если они

- параллельны
- направлены в одну сторону
- равны по модулю

*Этого не достаточно, чтобы две силы были равны!*

Для равенства необходимо, чтобы две равные по модулю и направленные в одну сторону силы были приложены в одной точке

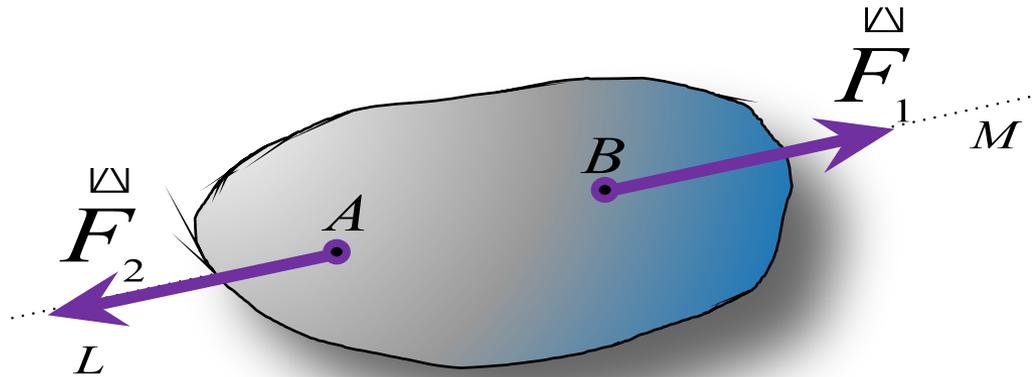


*Эти две силы не равны!*

## **1.3. Аксиомы статики**

### 1.3.1. Аксиома 1. Равновесие тела под действием двух сил

Твердое тело находится в равновесии под действием двух сил тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю и противоположно направлены (линии действия при этом совпадают)



Эта аксиома определяет простейшую уравновешенную систему сил, т.е. систему сил, эквивалентную нулю

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$$

## 1.3.2. Аксиома 2. О добавлении уравновешенной системы сил

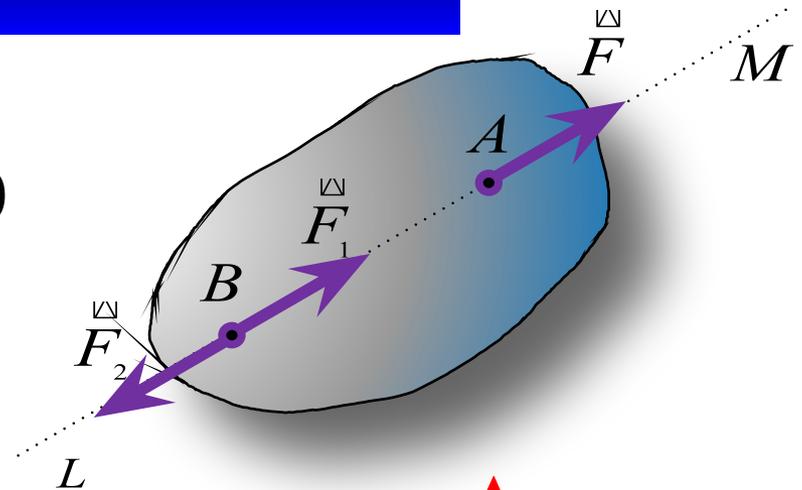
Действие данной системы сил на твердое тело не изменится, если к ней прибавить или отнять уравновешенную систему сил

### Следствие из 1-й и 2-й аксиом

Точку приложения силы можно переносить вдоль линии ее действия

### Доказательство

- Приложим систему сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$
- Пусть  $F_1 = F_2 = F$  и их линии действия совпадают



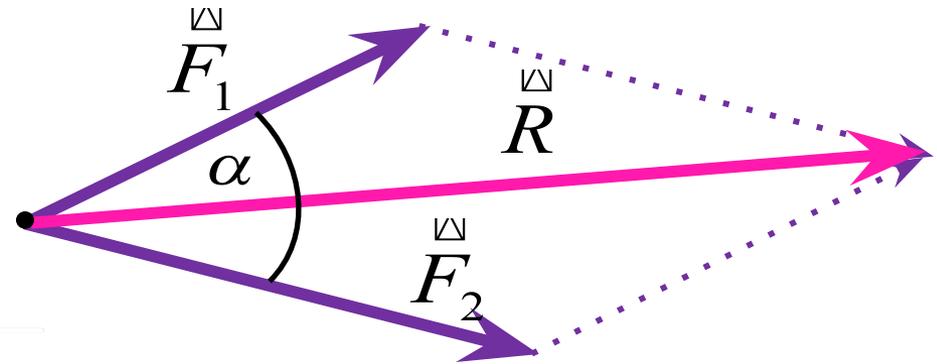
$$\vec{F} \sim (\vec{F}, \overset{A_2}{0}) \sim (\vec{F}, (\vec{F}_1, \vec{F}_2)) \sim ((\vec{F}, \vec{F}_2), \overset{A_1}{F_1}) \sim (0, \vec{F}_1) \sim \overset{A_2}{F_1}$$

### 1.3.3. Аксиома 3. Аксиома параллелограмма сил

Две силы, приложенные к твердому телу в одной точке, можно заменить равнодействующей, приложенной в той же точке и равной их геометрической сумме

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$



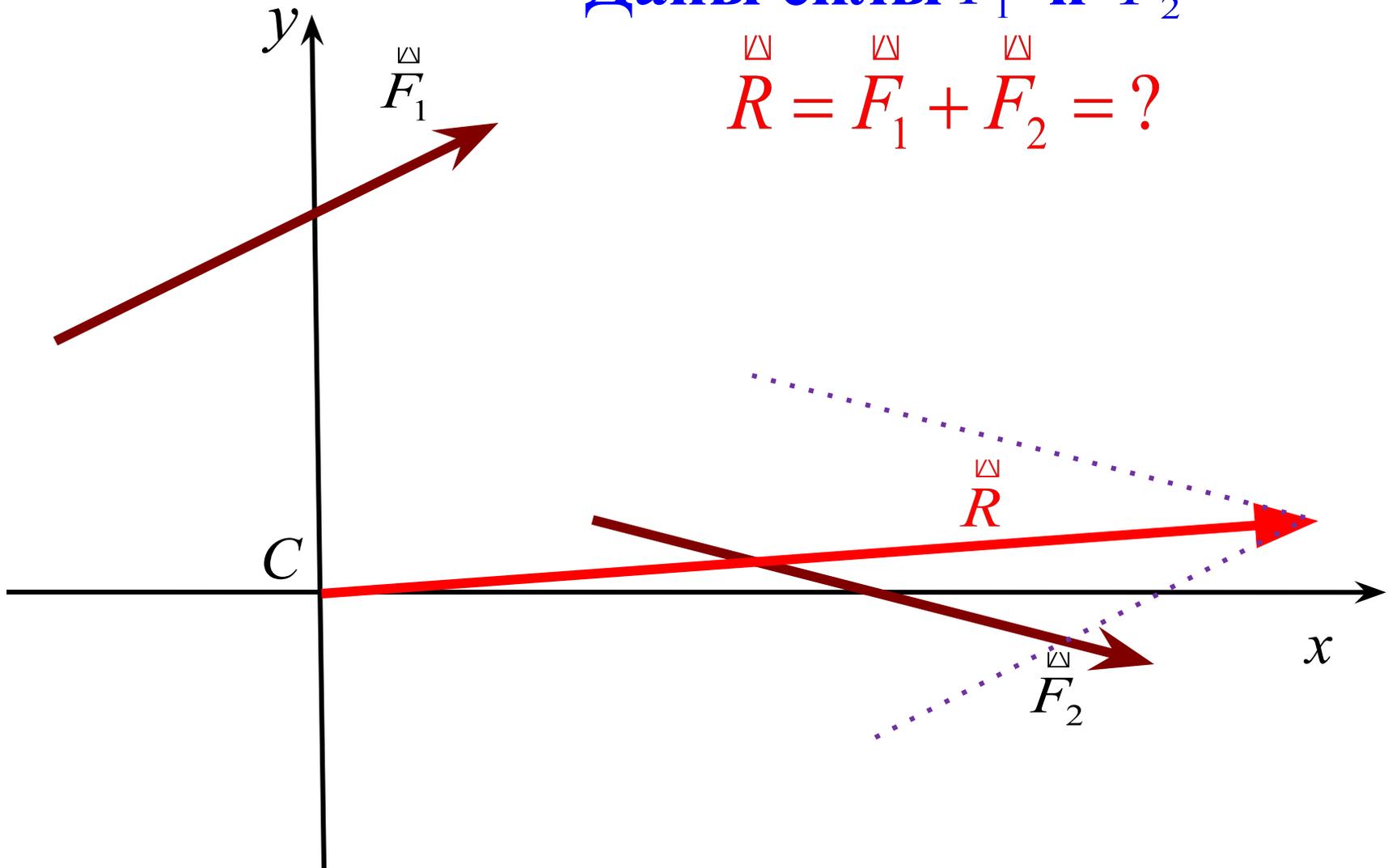
#### Следствие

Силу можно разложить единственным образом по двум заранее выбранным направлениям

## 1.3.4. Сложение двух сил на плоскости

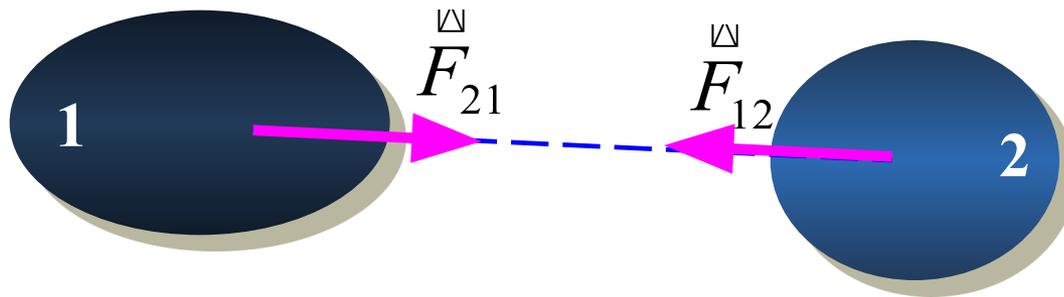
Даны силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = ?$$



### 1.3.5. Аксиома 4. Третий закон Ньютона

Силы взаимодействия двух тел равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

#### Замечание

Силы  $\vec{F}_{21}$  и  $\vec{F}_{12}$  приложены к разным телам и не образуют уравновешенной системы сил

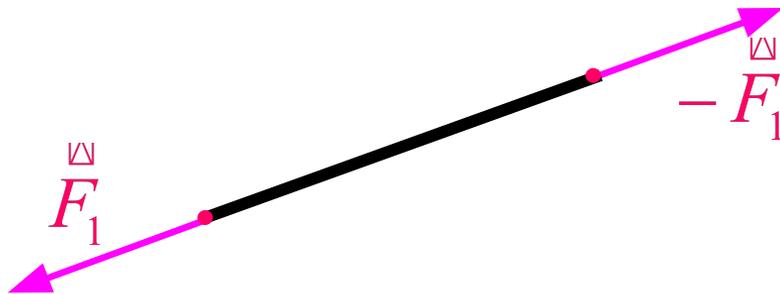
### 1.3.6. Аксиома 5. Аксиома отвердевания

Равновесие деформированного тела не нарушится, если его заменить абсолютно твердым

#### Замечание

Эта аксиома дает необходимое, но не достаточное условие равновесия деформируемых тел

#### Пример. Равновесие гибкой нити



- Необходимо, чтобы силы были равны по величине и противоположно направлены
- Эти силы должны быть растягивающими

# 1.4. Связи и реакции связей

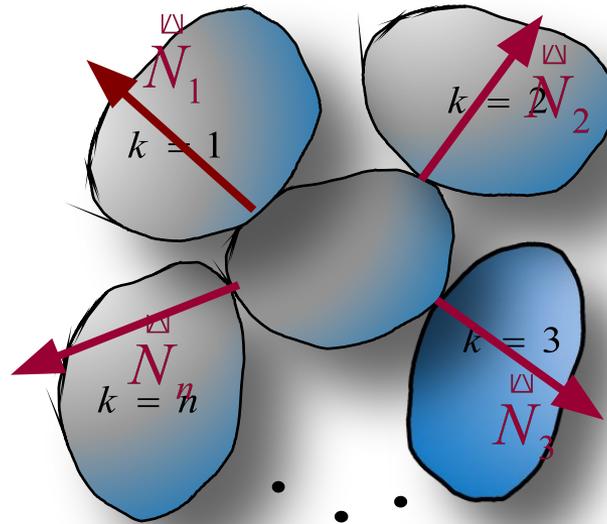
## 1.4.1. Определение

- Механическая система называется **свободной**, если ее перемещения (положения и/или скорости) ничем не ограничены
- Механическая система, перемещения (положения и/или скорости) которой ограничены называется **несвободной**
- Ограничения, налагаемые на положения и/или скорости механической системы, называются **связями**

## 1.4.2. Аксиома 6. Аксиома связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями

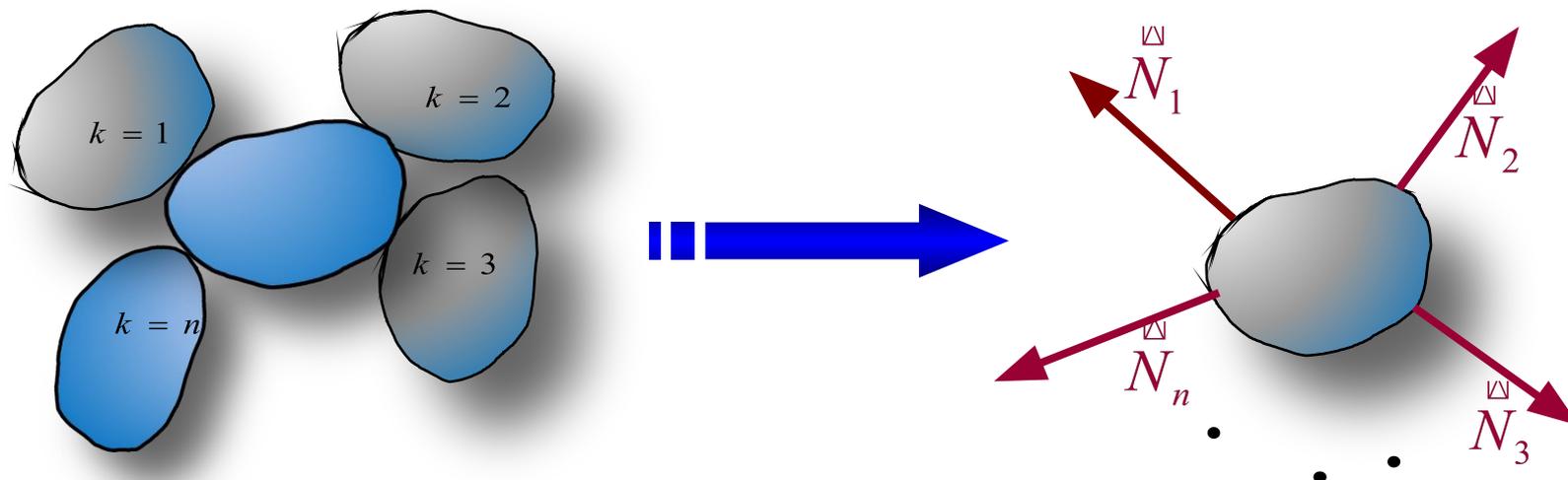
Сила реакции связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не позволяет телу перемещаться



## 1.4.2. Аксиома 6. Аксиома связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями

Сила реакции связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не позволяет телу перемещаться



### 1.4.3. Идеальная нить

- Нить предполагается гибкой и нерастяжимой
- Связь не дает телу двигаться вдоль линии  $AB$  в сторону точки  $B$ . Сила реакции нити поэтому также направлена вдоль нити, но к точке  $A$
- Нить всегда растягивается

$$\vec{N} = -\vec{T} = -\vec{P}$$



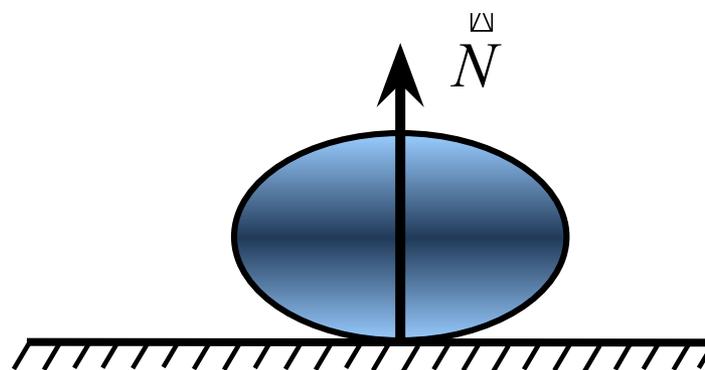
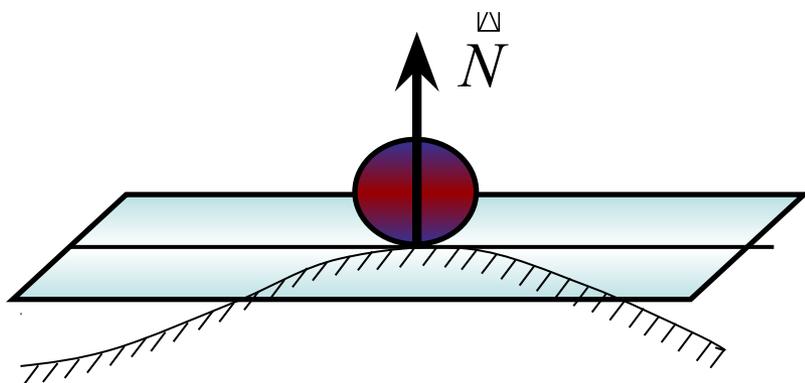
Всегда ли сила реакции нити будет равна весу груза?

## 1.4.3. Идеальная нить



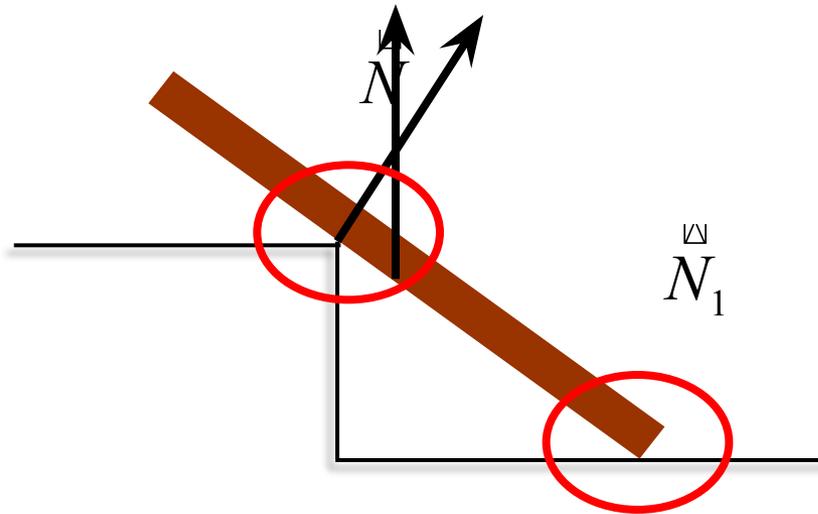
## 1.4.4. Гладкая поверхность

- Гладкая поверхность не дает перемещаться телу, на которое она наложена, под действием внешних сил по направлению общей нормали к соприкасающимся в точке касания поверхностям
- Реакция связи направлена по внешней нормали к этим соприкасающимся поверхностям



## 1.4.5. Гладкая поверхность с угловой

- Реакция гладкой поверхности с угловой точкой перпендикулярна опирающейся поверхности, так как вдоль нее гладкое ребро не препятствует движению



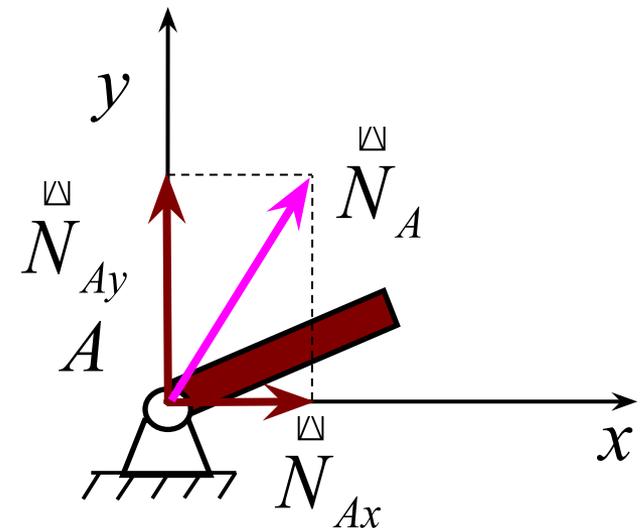
## 1.4.6. Подвижная цилиндрическая опора (катки)

- В строительной практике широко используется подвижная цилиндрическая шарнирная опора (катки)
- Реакция подвижной опоры направлена перпендикулярно плоскости опирания

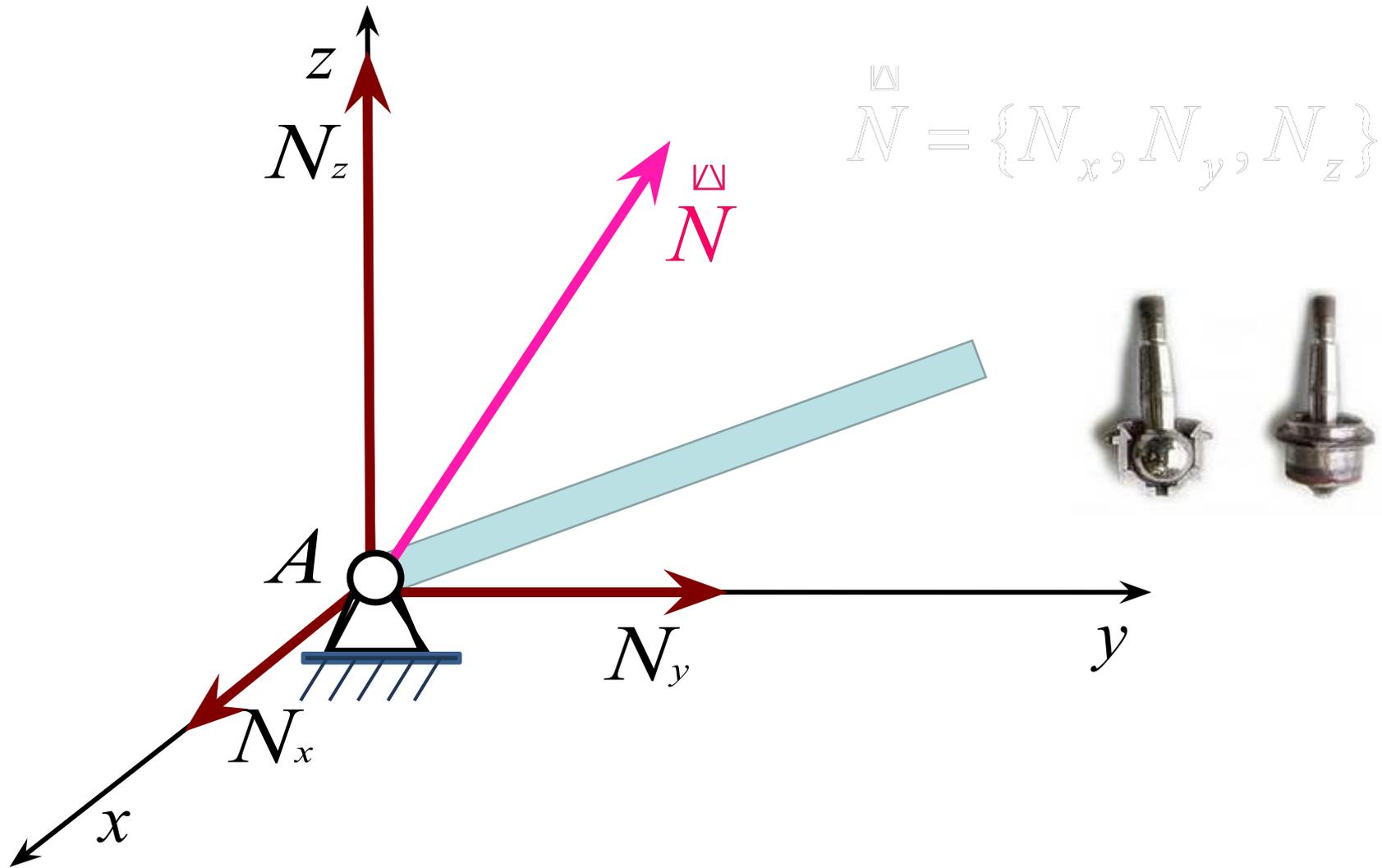


## 1.4.7. Неподвижный цилиндрический

- Цилиндрический шарнир в простейшем случае представляет собой болт, на который насажена связанная с телом втулка
- В зависимости от сил, приложенных к телу болт может прижиматься к различным точкам поверхности втулки. Поэтому реакция может иметь любое направление в плоскости

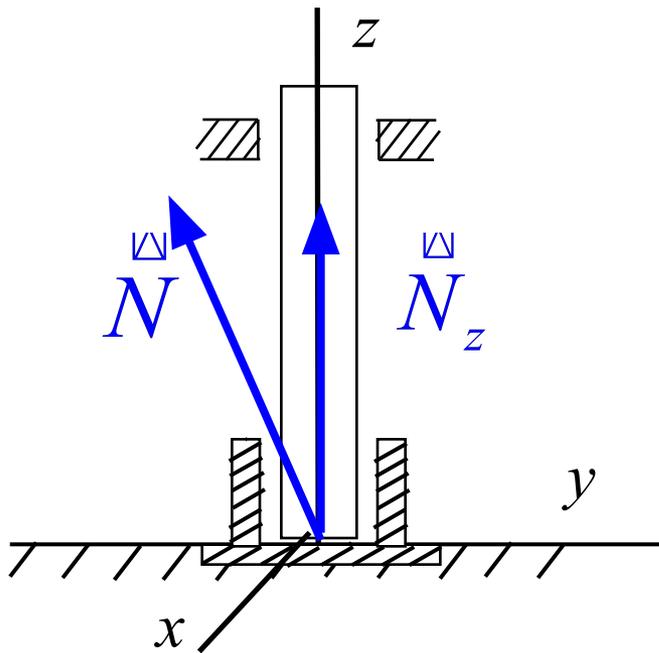


## 1.4.8. Неподвижный сферический шарнир



## 1.4.9. Подпятник (подшипник с упором)

- Сила реакции подшипника  $\vec{N}_z$  может быть как угодно направлена в пространстве, однако она всегда положительна

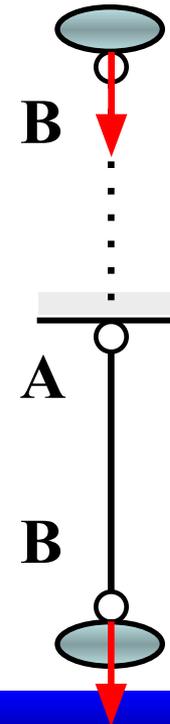
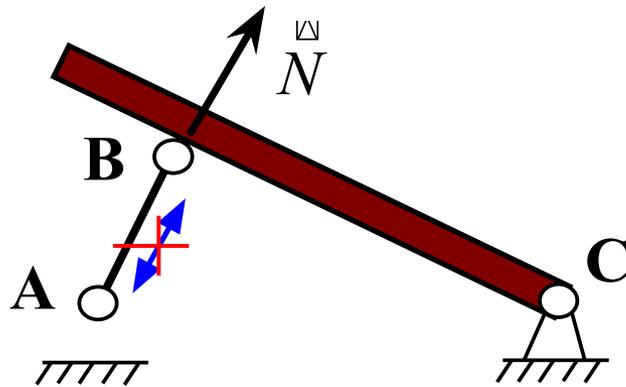


$$\vec{N}_z > 0$$



## 1.4.9. Идеальный стержень

- Жесткий невесомый стержень, на концах которого шарниры
- Стержень не позволяет закрепленному с его помощью телу двигаться вдоль него, поэтому сила реакции направлена вдоль стержня



- **Статика – наука аксиоматичная**
- **На основе аксиом статики формулируется ряд теорем, которые и дают методы решения задач статики**
- **Цель нашей дальнейшей работы – изучить эти методы**

- 1. Рудяк В.Я., Юдин В.А. Лекции по теоретической механике. Часть I. Статика и кинематика. Нов-ск. 2004**
- 2. Рудяк В.Я., Юдин В.А. Сборник индивидуальных заданий по теоретической механике. Статика. Нов-ск. 2004**
- 3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М. 2008**

## *1.5.3. Тема следующей лекции*



## 1.5.4. Рейтинговая система

Виды работы	Максимальное число баллов
1. Индивидуальные задания	40
2. Контрольная работа	20
3. Коллоквиум	20
4. Работа на лекциях (наличие конспектов лекций, посещение лекций, дисциплина на лекциях)	5
5. Работа на практических занятиях (активность на занятиях, самостоятельность при решении задач и т.д.)	10
6. Выполнение дополнительных индивидуальных заданий, рефератов и т.п.	10-20 за одно задание
7. Участие в олимпиаде	Число баллов удваивается
8. Сдача экзамена	Максимальное значение 50

**«отлично» – 110 и более баллов, «хорошо» – от 100 до 110 баллов,  
«удовлетворительно» – от 85 до 100 баллов,  
«неудовлетворительно» – менее 85 баллов**