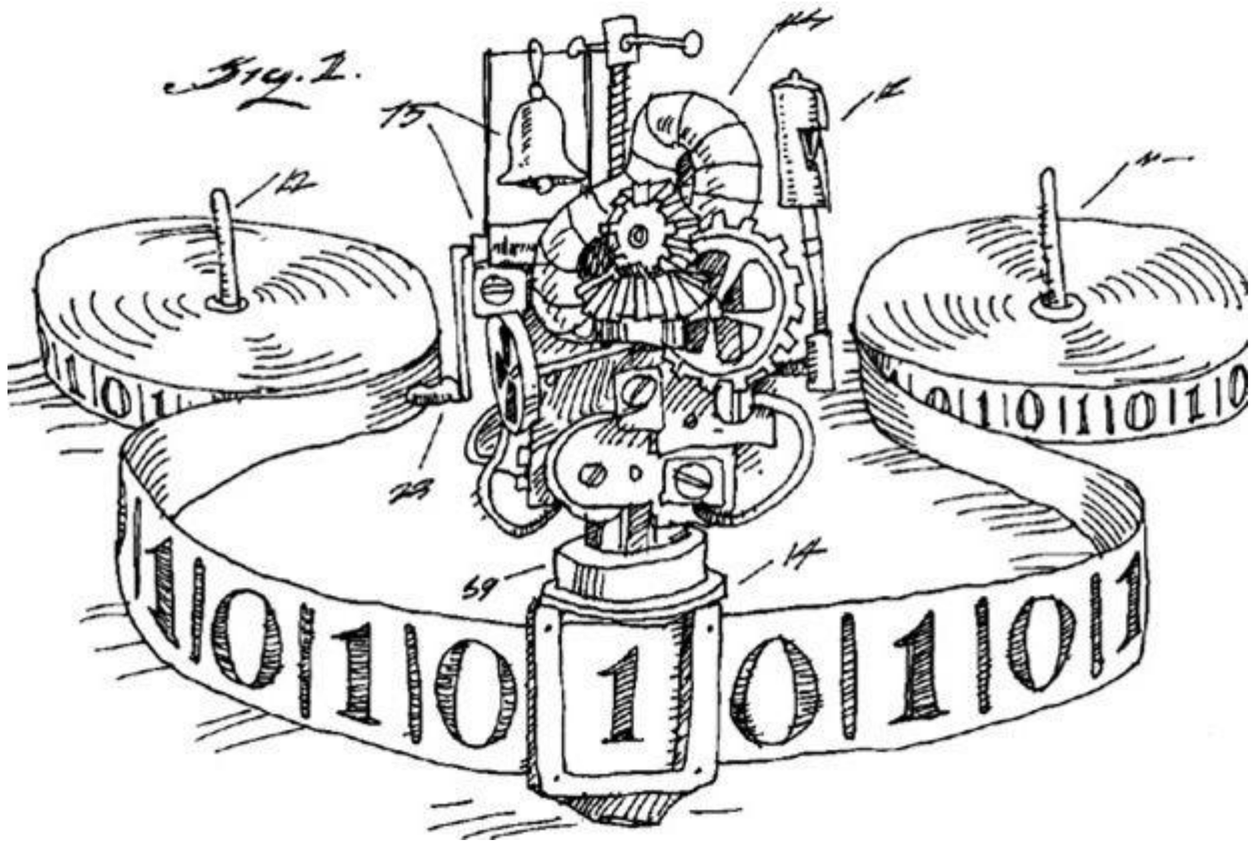
Машина Тьюринга

Теория алгоритмов



Алан Мэтисон Тьюринг

23.06.1912 – 07.06.1954

Английский математик, логик, криптограф

Дал определение вычислимой функции в терминах воображаемой вычислительной машины

Машина Тьюринга

- Автомат с конечным числом состояний и неограниченной памятью, представленной набором одной или нескольких лент, бесконечных в обоих направлениях

Машина Тьюринга

- Автомат с конечным числом состояний и **неограниченной** памятью, представленной набором одной или нескольких лент, **бесконечных** в обоих направлениях

Машина Тьюринга

- Бесконечная в обе стороны лента (несколько лент)
- Выделена стартовая ячейка
- В каждой ячейке может быть записан только один символ некоторого конечного внешнего алфавита

$$\mathbf{A} = \{a_0, a_1, \ldots, a_m\}$$

- В алфавите предусмотрен символ для пустой ячейки a_0

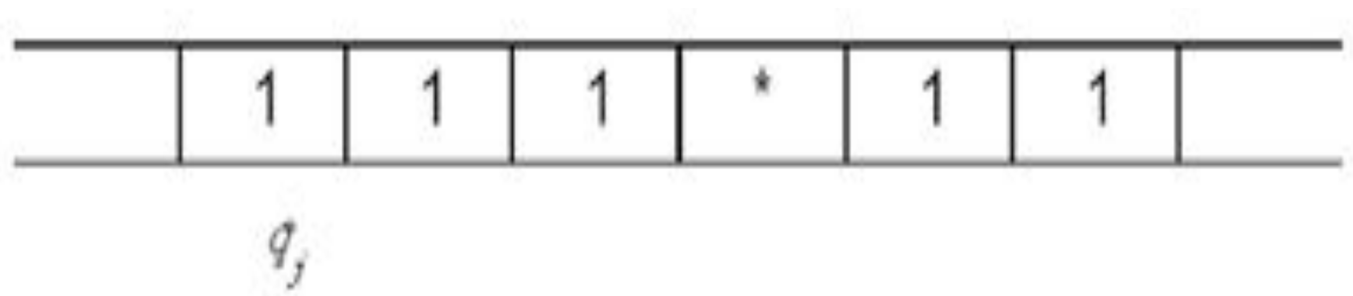
Машина Тьюринга

- Имеются устройства чтения-записи на каждой ленте
- Считывающие устройства подсоединены к управляющему модулю
- Модуль имеет конечное число состояний **Q**
- Имеются выделенные состояния «Старт» $\mathbf{q_1}$ и «Стоп» $\mathbf{q_0}$

Машина Тьюринга

- Считывающее устройство может перемещаться влево (**Л**) или вправо (**П**) по ленте либо оставаться на месте (**Н**)
- Считывающее устройство может либо оставить без изменения содержимое обозреваемой ячейки, либо записать туда любой символ внешнего алфавита
- Для управления МТ создаётся программа

Машина Тьюринга



Пример

Требуется построить МТ, которая прибавляет единицу к числу на ленте.

Входное слово состоит из цифр целого десятичного числа, записанных в последовательные ячейки на ленте.

В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

Пример

Внешний алфавит

A = {a_0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Алфавит состояний Q = {$\boldsymbol{q_0}$, $\boldsymbol{q_1}$}

$\boldsymbol{q_0}$ **–** состояние останова

$\boldsymbol{q_1}$ **–** состояние изменения цифры

Пример

	a_0	0	1	2	3	4	…	7	8	9
q_1							…			

	a_0	0	1	2	3	4	…	7	8	9
q_1	1 Н $q_ф$	1 Н $q_ф$	2 Н $q_ф$	3 Н $q_ф$	4 Н $q_ф$	5 Н $q_ф$	…	8 Н $q_ф$	9 Н $q_ф$	0 Л q_1

Пример

- Дана десятичная запись натурального числа $n > 1$. Разработать машину Тьюринга, которая уменьшала бы заданное число n на 1.
- Автомат в состоянии q_1 обозревает правую цифру числа.
- Кроме самой программы-таблицы, описать словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

Пример

Внешний алфавит

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Алфавит состояний Q = {q_0, q_1}

q_0 – состояние останова

q_1 – состояние изменения цифры

Пример

	a_0	0	1	2	3	4	...	7	8	9
q_1							...			

	a_0	0	1	2	...	8	9
q_1		9 Л q_1	0 Н $q_ф$	1 Н $q_ф$	...	7 Н $q_ф$	8 Н $q_ф$