

Лекция 15.

Явления переноса в газах.

- 1. Термодинамические потоки***
- 2. Диффузия.***
- 3. Теплопроводность.***
- 4. Вязкость.***
- 5. Эффузия в разреженном газе***

1. Термодинамические потоки

Термодинамические потоки, связанные с переносом вещества, энергии или импульса из одной части среды в другую, возникают в случае, если значения тех или иных физических параметров различны в различных точках среды. При наличии в среде различной концентрации какой-либо примеси возникают диффузионные потоки, в случае разной температуры - тепловые потоки, при различной скорости течения - потоки импульса, или количества движения. В первом случае говорят о *явлении диффузии*, во втором - о *явлении теплопроводности*, в третьем - о *явлении вязкости*.

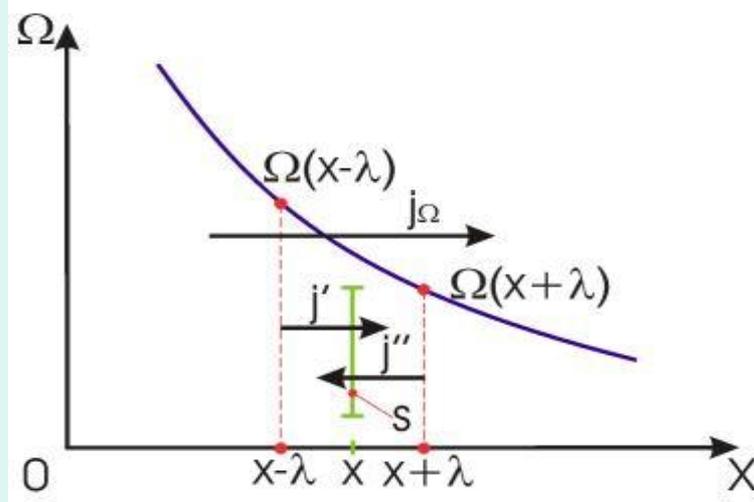
Диффузией называется процесс самопроизвольного выравнивания концентраций веществ в смесях. Она наблюдается в различных средах, но её скорость сильно зависит от агрегатного состояния вещества. В газах это явление происходит достаточно быстро, что мы можем, в частности, наблюдать по тому, как происходит распространение запахов в воздухе. В жидкостях явление диффузии происходит значительно медленнее и проявляется, например, при растворении в них твердых тел или при взаимном смешивании различных жидкостей. Для наблюдения диффузии в твердых телах обычно требуется очень большое время.

Теплопроводность - это явление, приводящее к выравниванию температуры в различных точках среды. Интенсивность тепловых потоков при теплопроводности в твердых телах сильно зависит от свойств тела. Наибольшую теплопроводность имеют металлы, а наименьшую - различные теплоизоляционные материалы, такие как асбест, пенопласт и т.д. Достаточно большая теплопроводность металлов связана с тем, что в них перенос теплоты осуществляется не вследствие хаотического движения атомов и молекул, как, например, в газах или жидкостях, а свободными электронами, имеющими гораздо большие скорости теплового движения.

Явление вязкости или внутреннего трения наблюдается как в газах и жидкостях, так и в твердых телах. Оно приводит к возникновению силы сопротивления при движении тела в жидкости или газе, и к затуханию звуковых волн при прохождении их через различные среды. В частности, с явлением вязкого трения связан процесс затухания колебаний в механических осцилляторах.

Для количественного описания термодинамического потока вводят величину J , численно равную количеству физической величины, переносимой за одну секунду через выбранную поверхность.

Процессы переноса в газах могут быть описаны с использованием молекулярно-кинетической теории. Такое описание дает правильные выражения для уравнений переноса и приближенные формулы для расчета коэффициентов переноса.



На рисунке схематически изображен процесс переноса некоторой физической величины Ω через площадку S . Будем считать, что величина Ω изменяется в зависимости от координаты x . В качестве переносимой величины может выступать масса, энергия, импульс и т. д. При этом считаем, что переносимую величину можно отнести к одной молекуле.

Через площадку S в направлении оси Ox будет проходить поток молекул $J' = j'S$, а в противоположном направлении соответственно поток $J'' = j''S$. Переносимый в направлении оси Ox поток величины Ω отличается от потока этой величины, переносимого в обратном направлении. Это связано с тем, что в рассматриваемом газе через площадку S в направлении оси Ox будут проходить молекулы, характеризующиеся величиной $\Omega(x-\lambda)$, а в противоположном - соответственно величиной $\Omega(x+\lambda)$, где λ - длина свободного пробега молекул газа, численно равная перемещению, которое молекула газа проходит без соударения с другими молекулами.

Тогда плотность потока величины Ω можно вычислить по формуле:

$$j_{\Omega} = j'_{\Omega}(x - \lambda) - j''_{\Omega}(x + \lambda) = \frac{1}{6} \langle v \rangle n (\Omega(x - \lambda) - \Omega(x + \lambda))$$

Считая длину свободного пробега λ малой величиной, функцию Ω можно представить так:

$$\Omega(x \pm \lambda) = \Omega(x) \pm \frac{d\Omega}{dx} \lambda$$

$$\Omega(x - \lambda) - \Omega(x + \lambda) = -2\lambda \frac{d\Omega}{dx}$$

Окончательно получаем уравнение переноса для плотности потока физической величины Ω :

$$j_{\Omega} = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n \lambda \frac{d\Omega}{dx}$$

а соответственно для потока J_{Ω} имеем:

$$J_{\Omega} = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n \lambda S \frac{d\Omega}{dx}$$

Стоящие в полученных выражениях величины средней скорости $\langle v \rangle$, концентрации молекул n и переносимой физической величины Ω зависят только от координаты x и принимают значения, соответствующие точке с координатой x .

Полученное уравнение переноса применимо для описания явлений диффузии, теплопроводности и вязкости в газах при отсутствии в них макроскопического перемешивания.

Диффузия

Проведем описание диффузии примеси одного газа в другом. Для простоты будем считать, что оба газа имеют практически одинаковые молекулы и их суммарная концентрация постоянна и равна величине n : $n_1 + n_2 = n$, где n_1 и n_2 - концентрации газов. Введение последнего условия необходимо для того, чтобы в системе не возникало макроскопическое перемешивание газов, а их взаимное проникновение происходило только за счет диффузии.

Пусть концентрация диффундирующего газа n_1 зависит только от одной координаты x : $n_1 = n_1(x)$. Тогда физической величиной, перенос которой в данном случае осуществляется вследствие диффузии, является относительная концентрация газа, которая также зависит только от переменной x :

$$\Omega(x) = \frac{n_1(x)}{n}$$

Подстановка этого выражения в формулу $j_\Omega = -\frac{1}{3}\langle v \rangle n \lambda \frac{d\Omega}{dx}$

дает *уравнение диффузии* в виде: $j_{n_1} = -\frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \frac{dn_1}{dx}$

Соответственно выражение для потока частиц J_{n1} принимает форму:

$$J_{n1} = -D S \frac{dn_1}{dx},$$

где введенный коэффициент D называется *коэффициентом диффузии*:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda.$$

Аналогичные выражения могут быть записаны и для второго газа, имеющего концентрацию n_2 .

Учтя, что $J_{\rho 1} = m J_{n1}$ имеем:

$$J_{\rho 1} = -D S \frac{d\rho_1}{dx},$$

где: $\rho_1 = m_{n1}$ - плотность диффундирующего газа.

С учетом формулы для длины свободного пробега: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}$

где σ - эффективное сечение молекулы газа, и выражения для средней скорости:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

выражение для коэффициента диффузии приобретает вид:

$$D = \frac{1}{3\sigma n} \sqrt{\frac{4kT}{\pi m}}$$

Как следует из этой формулы, коэффициент диффузии растет с повышением температуры: $D \approx \sqrt{T}$ и уменьшается при увеличении концентрации: $D \sim 1/n$. Уменьшение коэффициента диффузии при увеличении концентрации молекул связано с уменьшением длины свободного пробега λ , что приводит к более частым соударениям диффундирующих частиц с молекулами газа.

3. Теплопроводность

При описании теплопроводности в качестве переносимой величины Ω выступает энергия теплового движения молекулы газа:

$$\Omega(x) = \frac{i}{2} kT(x)$$

где: i - число степеней свободы молекулы, а температура считается зависящей только от координаты x : $T = T(x)$. Тогда выражение $j_{\Omega} = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n \lambda \frac{d\Omega}{dx}$ дает *уравнение теплопроводности*:

$$j_Q = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n_0 \lambda \frac{i}{2} k \frac{dT}{dx}$$

Если учесть соотношение $ikn/2 = c_V \rho$, где: c_V - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Учтя, что $\rho = mn$ - плотность газа, то уравнение теплопроводности приобретет вид:

$$j_Q = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda c_V \rho \frac{dT}{dx}$$

$$J_Q = -\kappa S \frac{dT}{dx}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda c_V \rho$$

- При подстановке в эту формулу выражений для длины свободного пробега и средней скорости имеем:

$$\kappa = \frac{c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{4mkT}{\pi}}$$

Из этой формулы следует, что с повышением температуры, коэффициент теплопроводности тоже увеличивается:

$\kappa \sim \sqrt{T}$. Но в отличие от коэффициента диффузии, этот коэффициент не зависит от концентрации молекул газа.

Эта особенность связана с тем, что в более плотном газе в теплопроводности участвует большее количество молекул. Но при этом, вследствие меньшей длины свободного пробега λ , энергия передается на меньшие расстояния. Для более разреженного газа ситуация обратная: в переносе энергии участвует меньшее число молекул, но этот перенос осуществляется на большие расстояния.

Независимость теплопроводности от концентрации молекул газа справедлива только в том случае, если в нем отсутствует макроскопическое перемешивание, и перенос энергии осуществляется без переноса вещества.

4. Вязкость

Явление вязкости газа может быть описано с помощью уравнения

$$j_{\Omega} = -\frac{1}{3}\langle v \rangle n \lambda \frac{d\Omega}{dx}$$

при подстановке в него в качестве переносимой величины Ω импульса молекулы при упорядоченном движении газа в направлении, перпендикулярном оси OX : $\Omega(x) = m u(x)$, где: $u(x)$ - скорость течения газа в направлении, перпендикулярном оси OX , в точке с координатой x : $u = u(x)$. С учетом этого *уравнение вязкости* будет иметь виде:

Тогда формула для расчета потока импульса J_p приобретет вид

$$j_p = -\frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \rho \frac{du}{dx}$$

где *коэффициент вязкости* η определяется с помощью следующего выражения

$$\eta = \frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \rho$$

Величина J_r имеет смысл силы, с которой слои газа,двигающиеся в направлении, перпендикулярном оси OX , действуют друг на друга.

$$\eta = \frac{1}{3\sigma} \sqrt{\frac{4mkT}{\pi}}$$

Температурная зависимость коэффициента вязкости аналогична зависимости для коэффициента теплопроводности: $\eta \sim \sqrt{T}$,

и этот коэффициент, также как и теплопроводность, не зависит от концентрации молекул газа (плотности газа).

Независимость коэффициента вязкости от плотности газа имеет то же объяснение, что и для теплопроводности. С повышением плотности увеличивается число молекул, переносящих импульс, но уменьшаются расстояния, на которые этот перенос осуществляется.

Явление	Переносимая величина	Уравнение переноса	Формула для коэффициента переноса
Диффузия	Масса	$dM = D \cdot \frac{d\rho}{dz} \cdot S \cdot dt$	$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle$
Вязкость	Импульс	$dp = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot S \cdot dt$	$\eta = \frac{1}{3} \rho \cdot \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle$
Теплопроводность	Энергия в форме тепла	$dQ = \kappa \cdot \frac{dT}{dz} \cdot S \cdot dt$	$\kappa = \frac{1}{3} \rho \cdot \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle \cdot c_V$

Сравнивая выражения для коэффициентов переноса, получим следующие соотношения между ними: $\eta = \rho D$, $\kappa = c_V \eta = c_V \rho D$.

Все три коэффициента (вязкости, теплопроводности и диффузии) зависят от средней длины свободного пробега молекул газа. Поэтому из опытов по диффузии, теплопроводности или вязкости газа можно вычислить $\langle \lambda \rangle$ и подсчитать эффективное поперечное сечение соударения молекул σ .

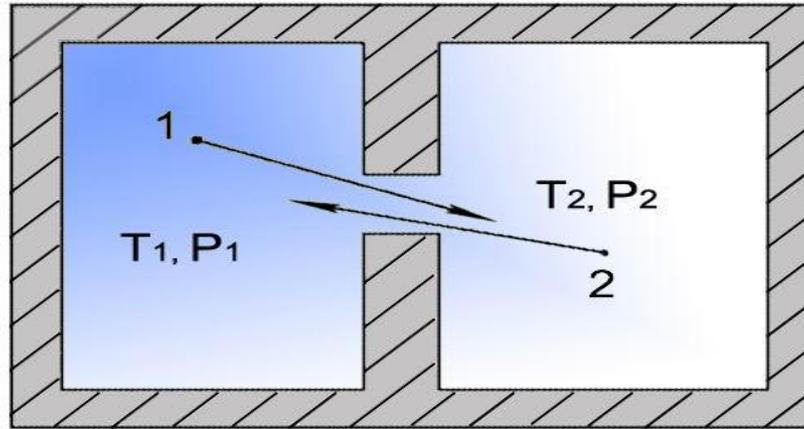
5. Эффузия в разреженном газе

Состояние газа, при котором длина свободного пробега его молекул λ становится порядка или более характерного размера сосуда L , в котором находится газ, называется вакуумом.

Различают *низкий* вакуум, при котором $\lambda < L$, *средний*, когда $\lambda \approx L$ и *высокий* (или *глубокий*), при котором $\lambda \gg L$.

Отметим, что газ при одной и той же плотности в сосудах разного размера может находиться в обычном состоянии при $\lambda \gg L$ и описываться полученными выше уравнениями переноса, а может представлять собой вакуум при $\lambda > L$, для описания которого эти уравнения не применимы. Так в частности воздух при нормальном атмосферном давлении в небольших порах дерева или почвы может находиться в состоянии вакуума, в отличие от того же воздуха в макроскопическом сосуде.

Рассмотрим процесс переноса в разреженном газе. Пусть имеется заполненный разреженным газом сосуд, разделенный перегородкой с небольшим отверстием. Будем считать, что размер отверстия и толщина перегородки много меньше длины свободного пробега молекул газа.



Процесс истечения разреженного газа из отверстия, характерные размеры которого много меньше длины свободного пробега, называется эффузией.

Если стенки одной части сосуда поддерживать при температуре T_1 , а второй - при температуре T_2 , то плотность потока молекул из первой части сосуда во вторую будет

$$j_1 = \frac{1}{6} \langle v_1 \rangle n_1$$

а из второй в первую соответственно с помощью выражения

$$j_2 = \frac{1}{6} \langle v_2 \rangle n_2$$

где: $\langle v_1 \rangle$ и $\langle v_2 \rangle$ - средние скорости молекул в первой и во второй частях сосуда, зависящие от температур T_1 и T_2 , n_1 и n_2 - соответственно концентрации молекул в этих частях сосуда.

Будем считать, что молекулы, движущиеся в отверстии навстречу друг другу, не сталкиваются между собой. Тогда учитывая выражения для средней скорости молекул и зависимости концентрации молекул n от давления P и температуры T для идеального газа, позволяет определить суммарную плотность потока $j = j_1 - j_2$ из первой части сосуда во вторую

$$j = \sqrt{\frac{2}{9\pi mk}} \left(\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2}{\sqrt{T_2}} \right)$$

где: P_1 и P_2 - давления газа в первой и во второй частях сосуда соответственно.

Эта формула описывает процесс эффузии разреженного газа через маленькое отверстие в перегородке между двумя частями сосуда, газ в которых имеет соответственно температуры T_1 и T_2 и давления P_1 и P_2 .

Из этой формулы можно получить условие, при котором разреженный газ в двух частях сосуда будет находиться в равновесии. Полагая в формуле плотность потока $j = 0$, имеем

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}$$

Если температуры стенок в двух частях рассматриваемого сосуда различны, то в состоянии равновесия давление разреженного газа в этих частях будет так же различным. В части сосуда с большей температурой стенок давление газа так же будет большим.

Если давления P_1 и P_2 были первоначально одинаковыми, то вследствие эффузии газ начнет перетекать из области с более низкой температурой, в область с более высокой. Это явление называется *тепловой эффузией*.

Примером природного явления, в котором проявляется тепловая эффузия, может служить процесс выхода воздуха из почвы днем и всасывания его в почву ночью. В дневные часы верхний слой почвы нагревается, и воздух по небольшим порам и отверстиям в почве выходит наружу. В ночные часы, вследствие охлаждения верхнего слоя почвы процесс происходит в обратном направлении.

Для разделения газовых смесей, в частности смесей изотопов, нашло применение явление *изотермической эффузии*. Это явление заключается в том, что газ из смеси, молекулы которого имеют меньшую массу, более интенсивно проходит через пористую перегородку, чем газ, имеющий более тяжелые молекулы. Изотермическая эффузия нашла применение, в частности, для разделения изотопов урана при его обогащении.

В разреженном газе имеет место *радиометрический эффект - отталкивание от нагретой поверхности (пластины) другой, более холодной пластины*. Если длина свободного пробега молекул газа сравнима или меньше расстояния между пластинами, то происходит непосредственный перенос импульса молекулами газа от горячей пластины к холодной, что и приводит к появлению силы отталкивания.