

*Учение без размышления  
бесполезно,  
но и размышление без учения  
опасно.*



*Конфуций*

***Перестановки.  
Сочетания.  
Размещения.***



Проказница-Мартышка, Осел, Козел да косолапый  
Мишка

Затеяли сыграть Квартет.

Достали нот, баса, альта, две скрипки

И сели на лужок под липки -

Пленять своим искусством свет.

Ударили в смычки, дерут, а толку нет.

"Стой, братцы, стой! - кричит Мартышка. - Погодите!

Как музыке идти? Ведь вы не так сидите.

И так, и этак пересаживались – опять музыка на лад  
не идет.

Вот пуще прежнего пошли у них разборы

И споры,

Кому и как сидеть...





# Решение:



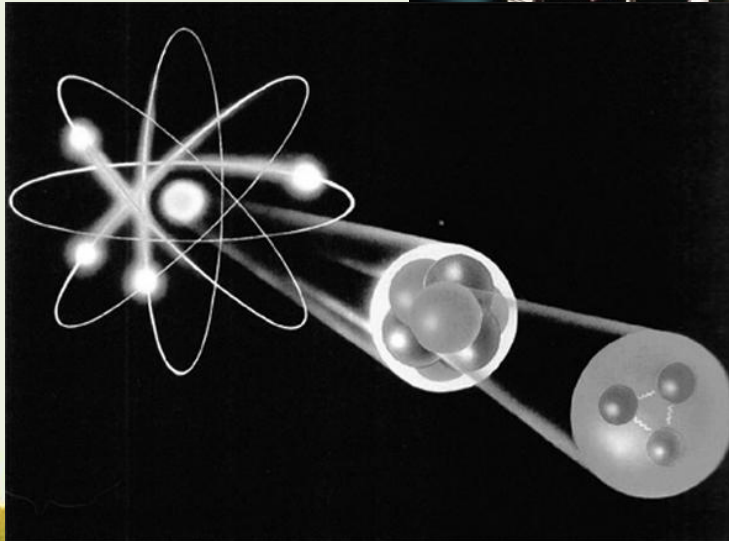
$$\underline{1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$



«Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да косолапый Мишка задумали сыграть квартет». Сколькими способами они могут выбрать каждый для себя по одному инструменту из 10 данных различных инструментов?







2013.07.29  
WWW.DOMSPICHKI.RU





# Комбинаторика

Комбинаторикой называется раздел математики, в котором исследуется, сколько различных комбинаций (всевозможных объединений элементов), подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».

Термин "комбинаторика" был введен знаменитым Готфридом Вильгельмом Лейбницем, - всемирно известным немецким учёным.



# ПОНЯТИЕ ФАКТОРИАЛА

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$ , где  $n$  - натуральное число

Принято считать, что  $0! = 1$

Пример:

Решить

уравнение:

$$\frac{(n+2)!}{n!} = 20;$$

Решение:  $\frac{n!(n+1)(n+2)}{n!} = 20;$

$$(n+1)(n+2) = 20;$$

Решаем квадратное уравнение:

$$n_1 = 3; n_2 = -6$$

Ответ  $n = 3$

:



## Задания для повторения

Вычислите:

 $7!$  $5!$  $15!$  $10! \cdot 5!$  $5! + 6! + 7!$  $8! - 7!$ 

# ОТВЕТЫ

1) 42

2) 3003

3)

$\frac{7}{6}$





# Решаем самостоятельно

## 1 вариант

• 1

$$\frac{100!}{99!}$$

• 2

$$\frac{11!}{8! \cdot 5!}$$

• 3

$$\frac{4! + 6! + 7!}{6! - 5!}$$

## 2 вариант

• 1

$$\frac{2015!}{2014!}$$

• 2

$$\frac{16!}{14! \cdot 3!}$$

• 3

$$\frac{9! + 10! + 11!}{12! - 11!}$$



Проверяем:

«5» - верных ответов 4

«4» – верных ответов 3

«3» – верных ответов 2

1 вариант

- 1) 100
- 2) 8,25
- 3) 48,2

2 вариант

- 1) 2015
- 2) 40
- 3) 1,1





- 1) установить различие между задачами
- 2) предположить, в какой задаче результат будет больше, и почему
- 3) предложить способ решения



- **Задача 1.** Имеются три различных фрукта: апельсин(А), банан (В), слива (С). Сколькими способами можно два из них отдать Пете и Коле?
- **Задача 2.** Имеются три различных фрукта: апельсин(А), банан (В), слива (С). Сколькими способами из них два для обеденного перекуса?







# Различают три вида соединений: размещения, перестановки и сочетания.

## Сочетания

Во 2 задаче идет речь о сочетании

**Сочетаниями** называют различные комбинации из объектов, которые выбраны из множества различных объектов, и которые отличаются друг от друга хотя бы одним объектом. Иными словами, отдельно взятое сочетание – это уникальная выборка из элементов, в которой не важен их порядок (расположение). Общее же количество таких уникальных сочетаний рассчитывается по формуле .

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Решение задачи №2

$$n = 3. m = 2 \quad C_3^2 = 3$$

А теперь решим ту же задачу для случая  $m=8, n=3$ :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{(1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)} = 7 \cdot 8 = 56 \text{ (способов)}$$



# Размещения

**Размещениями** называют различные комбинации из объектов, которые выбраны из множества различных объектов, и которые отличаются друг от друга как составом объектов в выборке, так и их порядком. Количество размещений рассчитывается по формуле:

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

**Решение задачи №1**

$$n = 3. m = 2 \quad A_3^2 = 6$$

А теперь решим ту же задачу для случая  $m=8, n=3$ :

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 7 \cdot 8 = 336 (\text{способов})$$

# Перестановки

*Перестановками* называют комбинации, состоящие из одних и тех же различных объектов и отличающиеся только порядком их расположения. Количество всех возможных перестановок выражается формулой

$$P_n = n!$$

Решение задачи из басни :  $n = 4.$

$$P_4 = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$



Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n мест	n элементов k мест	n элементов k мест
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$



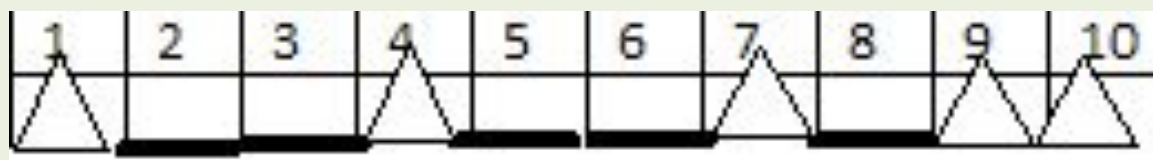
«Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да  
косолапый Мишка задумали сыграть  
квартет». Сколькими способами они могут  
выбрать каждый для себя по одному  
инструменту из 10 данных различных  
инструментов?

( Ответ:  $A_{10}^4 = 5040$  )



# Графический диктант

- а) судья хоккейного матча и его помощник;
- б) три ноты в аккорде;
- в) «Шесть человек останутся убирать класс!»
- г) две серии для просмотра из многосерийного фильма
- д) составление букета
- е) выбор солистов хора
- ж) составление расписания уроков
- з) составление меню блюд в столовой
- и) очередь в кассе
- к) распределение золотой и серебряной медали по итогам олимпиады





***Выбрать и решить задачи, где рассматривается комбинация ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ, РАЗМЕЩЕНИЯ***

1. Изменяя порядок слов: **руки, мою, я**, составьте всевозможные предложения.
2. Сколькими способами в игре «спортлото» можно выбрать 6 номеров из 49?
3. Сколькими способами можно выбрать 2 буквы из слова "конверт"?
4. Из коллектива работников в 25 человек нужно выбрать председателя, заместителя, бухгалтера и казначея. Каким количеством способов это можно сделать?
5. Сколько существует способов выбора трёх ребят из 4-х желающих дежурить в столовой?
6. На собрании пожелали выступить 5 человек – Иванов, Петров, Сидоров, Белочкин и Пеночкин. Сколькими способами можно составить список ораторов?
7. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 человек, можно создать из 5 преподавателей?
8. Сколько различных трехзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?
9. Сколько различных четырехзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?
10. Сколькими способами можно составить расписание на день из 4 различных уроков, если изучается 10 предметов?
11. Сколькими способами можно записать в виде произведения простых множителей число 30?
12. В хирургическом отделении работают 40 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе хирурга и ассистента?



# ***ПЕРЕСТАНОВКИ***

- 1 Изменяя порядок слов: **руки, мою, я**, составьте всевозможные предложения.
- 6 На собрании пожелали выступить 5 человек – Иванов, Петров, Сидоров, Белочкин и Пеночкин. Сколькими способами можно составить список ораторов.
- 9 Сколько различных четырехзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?
- 11 Сколькими способами можно записать в виде произведения простых множителей число 30?



# СОЧЕТАНИЯ



- 2 Сколькими способами в игре «спортлото» можно выбрать 6 номеров из 49?
- 3 Сколькими способами можно выбрать 2 буквы из слова "конверт"?
- 5 Сколько существует способов выбора трёх ребят из 4-х желающих дежурить в столовой?
- 7 Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 человек, можно создать из 5 преподавателей?
- 
- 

# ***РАЗМЕЩЕНИЯ***

- 4 Из коллектива работников в 25 человек нужно выбрать председателя, заместителя, бухгалтера и казначея. Каким количеством способов это можно сделать?
- 8 Сколько различных трехзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?
- 10 Сколькими способами можно составить расписание на день из 4 различных уроков, если изучается 10 предметов?
- 12 В хирургическом отделении работают 40 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе хирурга и ассистента?



# Ответы

1. Я мою руки. Руки мою я. Мою я руки. Я руки мою. Руки я мою.  
Мою руки я. = 6
2.  $C_{49}^9 = 1383816$
3.  $C_7^2 = 21$
4.  $A_{25}^4 = 303600$
5.  $C_4^3 = 4$
6.  $P_5 = 120$
7.  $C_7^3 = 35$
8.  $A_4^3 = 24$
9.  $P_4 = 24$
10.  $A_{10}^4 = 30240$
11.  $P_3 = 6$
12.  $A_{40}^2 = 1560$



## Проверь себя

### 1. Определите вид соединений:

- а) Соединения из  $n$  элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются \_\_\_\_\_ *перестановки*
- б) Соединения из  $t$  элементов по  $n$ , отличающихся друг от друга только составом элементов, называются \_\_\_\_\_ *сочетания*
- в) Соединения из  $t$  элементов по  $n$ , отличающихся друг от друга составом элементом и порядком их расположения, называются \_\_\_\_\_ *размещения*



## 2. Восстановите соответствие типов соединений и формул для их подсчёта

1	$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$	А сочетания
2	$P_n = n!$	В размещения
3	$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$	С перестановки

# Задача

Встретились несколько друзей и все обменялись рукопожатиями. Всего было сделано 15 рукопожатий. Сколько встретилось друзей?





# Исторические сведения

- Комбинаторика как наука стала развиваться в XIII в. параллельно с возникновением теории вероятностей.
- Первые научные исследования по этой теме принадлежат итальянским ученым Дж. Кардано, Н. Черталье (1499-1557), Г. Галилею (1564-1642) и французским ученым Б.Пискамо (1623-1662) и П. Ферма.
- Комбинаторику, как самостоятельный раздел математики, первым стал рассматривать немецкий ученый Г. Лейбниц в своей работе «Об искусстве комбинаторики», опубликованной в 1666г. Он также впервые ввел термин «Комбинаторика».



Пьер Ферма  
1601-1665

Готфрид  
Вильгельм  
Лейбниц  
1646-1716



**Первые научные  
исследования**

**принадлежат:**



Блез Паскаль  
1623-1662

Леонард Эйлер  
1707-1783





Спасибо за внимание!!.

