ТЕМА № 2

«ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ»

ОБОЗНАЧЕНИЯ

КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА n-го ПОРЯДКА

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

ОБОЗНАЧЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ

$$\Delta = |A| = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ МАТРИЦ 1-го и 2-го ПОРЯДКОВ

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \left| a_{11} \right| = a_{11}$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 2-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

Вычисление определителя матрицы 3-го порядка

Правило Саррюса

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} + & + & + & & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & & \end{array}\right. = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Пример

$$\begin{vmatrix} 4 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & 7 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 7 \\ 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{matrix} =$$

$$= 4\cdot(-1)\cdot 7 + 7\cdot 5\cdot 5 + (-2)\cdot 3\cdot 0 -$$

$$-5\cdot(-1)\cdot(-2) - 0\cdot 5\cdot 4 - 7\cdot 3\cdot 7 =$$

$$= -28 + 175 + 0 - 10 - 0 - 147 = -10$$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

ОБЩИЙ ВИД СИСТЕМЫ *n* ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С *n* НЕИЗВЕСТНЫМИ

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Пример

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 13, \\ 4x + 3y - z = 7, \\ x - 2y + 5z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 13 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ФОРМУЛ КРАМЕРА

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

ФОРМУЛЫ КРАМЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \qquad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

РЕШИТЬ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 13, \\ 4x + 3y - z = 7, \\ x - 2y + 5z = 15 \end{cases}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЛАВНОГО И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 30 - 24 + 1 - 9 - 4 + 20 = 14 \neq 0,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 13 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & -1 \\ 15 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 195 - 42 + 15 - 135 - 26 + 35 = 42,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 13 & 3 \\ 4 & 7 & -1 \\ 1 & 15 & 5 \end{vmatrix} = 70 + 130 - 13 - 21 + 30 - 260 = -14,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 13 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & 15 \end{vmatrix} = 90 - 140 - 7 - 39 + 28 + 60 = 28.$$

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ ОТВЕТ

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{42}{14} = 3,$$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-14}{14} = -1,$$

$$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{28}{14} = 2.$$

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 13, \\ 4x + 3y - z = 7, \\ x - 2y + 5z = 15 \end{cases}$$